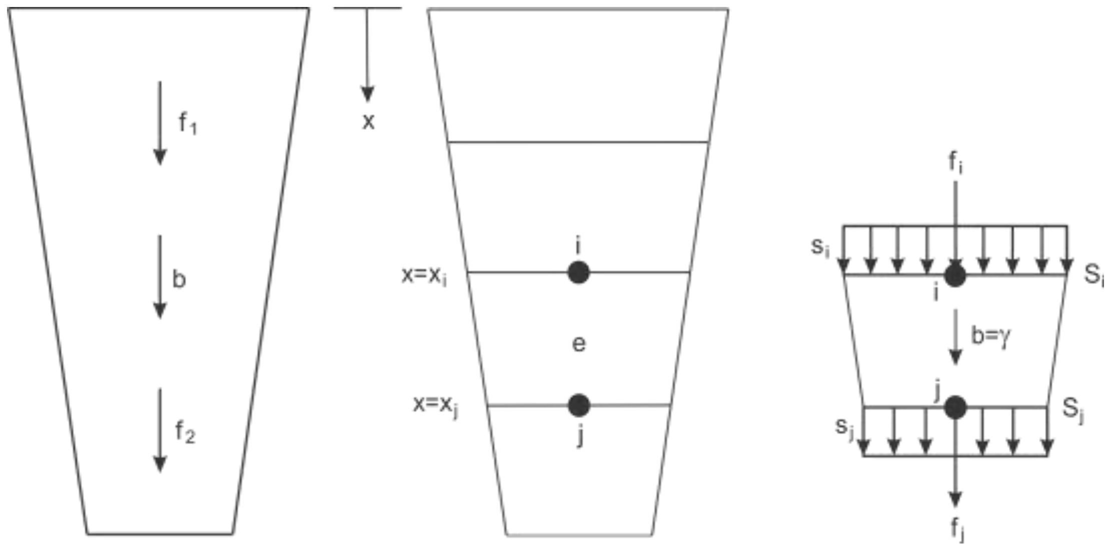
CHAPITRE 4 : ANALYSE DES CONTRAINTES

4.1 CONTRAINTE DANS UNE BARRE CONIQUE :



4.1.1 CARACTERISTIQUES DE L'ELEMENT FINI :

$$[N]=\begin{bmatrix}\dfrac{x_j-x}{x_j-x_i} & \dfrac{x-x_i}{x_j-x_i}\end{bmatrix} \tag{34}$$

$$\varepsilon=\frac{du}{dx}\Rightarrow[L]=\frac{d}{dx}\qquad(\varepsilon=[L]\{u\}) \tag{35}$$

$$[B]=\frac{d}{dx}[N]=\begin{bmatrix}\dfrac{-1}{x_j-x_i} & \dfrac{1}{x_j-x_i}\end{bmatrix} \tag{36}$$

$$\sigma=E(\varepsilon-\varepsilon_0)+\sigma_0\qquad\Rightarrow[D]=E \tag{37}$$

$\varepsilon_0=\alpha\Delta T$ (α = coefficient de dilatation thermique $^oC^{-1}$) (38)

$$\left[K^e\right]=\int_{V^e}[B]^T[D][B]dv=\frac{1}{(x_j-x_i)^2}\int_{x_i}^{x_j}\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}E\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}S(x)dx \tag{39}$$

$$\left[K^e\right]=\frac{E}{(x_j-x_i)^2}\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}\int_{x_i}^{x_j}S(x)dx \tag{40}$$

mais

$$\int_{x_i}^{x_j}S(x)dx=S\left(\bar{x}=\frac{x_i+x_j}{2}\right)(x_j-x_i)=\bar{S}(x_j-x_i) \tag{41}$$

donc

$$\left[K^e\right]=\frac{\bar{S}E}{(x_j-x_i)}\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix} \tag{42}$$

$$\left\{f_{\varepsilon_0}^e\right\} = \int_{V^e} [B]^T [D]\{\varepsilon_0\} dv = \frac{1}{(x_j - x_i)} \int_{x_i}^{x_j} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} E\alpha\Delta T S(x) dx = \bar{S} E\alpha\Delta T \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \tag{43}$$

$$\left\{f_{\sigma_0}^e\right\} = \int_{V^e} [B]^T \{\sigma_0\} dv = \frac{1}{(x_j - x_i)} \int_{x_i}^{x_j} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \sigma_0 S(x) dx = \bar{S} \sigma_0 \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \tag{44}$$

$$\left\{f_b^e\right\} = \int_{V^e} [N]^T \{b\} dv = \int_{x_i}^{x_j} \begin{bmatrix} \dfrac{x_j - x}{x_j - x_i} \\ \dfrac{x - x_i}{x_j - x_i} \end{bmatrix} \gamma S(x) dx = \frac{\bar{S}\gamma(x_j - x_i)}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{45}$$

où γ est le poids volumique.

$$\left\{f_s^e\right\} = \int_{S^e} [N]^T \{s\} dS = [N(x_i)]^T \int_{S_i} s_i dS + [N(x_j)]^T \int_{S_j} s_j dS = \begin{Bmatrix} S_i s_i \\ S_j s_j \end{Bmatrix} \tag{46}$$

$$\left\{f_{cp}^e\right\} = \sum [N]^T \{f_p\} = [N(x_i)]^T f_i + [N(x_j)]^T f_j = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} \tag{47}$$

Si une charge ponctuelle f_p est appliquée à l'intérieur de l'élément (en $x = x_p$), alors :

$$\left\{f_{cp}^e\right\} = [N(x_p)]^T f_p + \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} \tag{48}$$

4.1.2 <u>RESULTANTES ELEMENTAIRES :</u>

La déformation moyenne $\bar{\varepsilon}$, la contrainte moyenne $\bar{\sigma}$, et la force moyenne $\bar{F}$ à l'intérieur de l'élément fini sont données par :

$$\bar{\varepsilon} = [B]\{a^e\} \tag{49}$$

$$\bar{\sigma} = E(\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0) + \sigma_0 \tag{50}$$

$$\bar{F} = \bar{\sigma}\bar{S} \tag{51}$$