

Série de TD N°3 :
Analyse sismique des SPDDL

Rappel du cour:Analyse spectrale

1. Discrétisation

2. Calcul des matrices de masse M et de rigidité K . Estimation du facteur d'amortissement modale ξ_i (au moins pour deux modes)

3. Calcul des pulsations propres ω_i et modes propres ϕ_i :

$$\det(K - \omega_i^2 M) = 0 \Rightarrow \omega_i^2 \quad (i = 1 \dots N) \quad (\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_i < \dots < \omega_N)$$

$$(K - \omega_i^2 M)\phi_i = 0 \Rightarrow \phi_i \quad (i = 1 \dots N)$$

4. Déterminer le nombre de modes k nécessaire:

$$\sum_1^k m_i^* \geq 90\% M_T$$

$$\text{La masse modale: } m_i^* = \frac{L_i^2}{M_i^*} = \frac{(\phi_i^T M \Delta)^2}{\phi_i^T M \phi_i}$$

$$\text{La masse totale } M_T = \Delta^T M \Delta$$

5. Estimation de α et β à partir des deux amortissements modaux connus, et calcul des autres valeurs d'amortissement modal par : $\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$; ($i = 1 \dots k$)

6. Calcul de la réponse spectrale en déplacement, pseudo vitesse ou pseudo accélération à partir respectivement du spectre de réponse de déplacement, vitesse ou accélération:

$$\text{Déplacement } S_D(T_i, \xi_i) \quad (i = 1 \dots K)$$

$$\text{Pseudo accélération: } S_A(T_i, \xi_i) = \omega_i^2 S_D(T_i, \xi_i) \quad (i = 1 \dots K).$$

$$\text{Pseudo vitesse : } S_V(T_i, \xi_i) = \omega_i S_D(T_i, \xi_i) \quad (i = 1 \dots K)$$

7. Calcul de la réponse maximale pour chaque mode:

Déplacement modale maximum:

$$u^{(i)}_{max} = \frac{a_i}{\omega_i^2} \phi_i S_A(\omega_i, \xi_i)$$

Force élastique modale maximale:

$$F_s^{(i)}_{max} = a_i M \phi_i S_A(\omega_i, \xi_i)$$

$$\text{Facteur de participation modale: } \alpha_i = \frac{L_i}{M_i^*} = \frac{\phi_i^T M \Delta}{\phi_i^T M \phi_i}$$

5. Calcul de la réponse totale maximale R_{max} par superposition modale en utilisant une règle de cummul comme par exemple la règle SRSS:

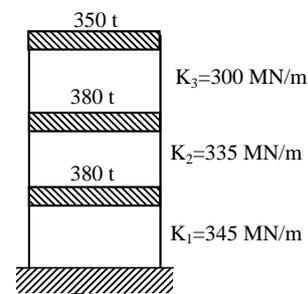
$$R_{max} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_{max}^{(i)})^2}$$

Série de TD N°3 : Analyse sismique des SPDDL

EXERCICE 1: (Analyse temporelle)

La figure 1 montre le modèle d'un bâtiment de trois étages. La masse des deux premiers niveaux est de 380 tonnes alors que celle du troisième étage est de 350 tonnes. Les rigidités des niveaux sont indiquées sur la figure 1.

La structure est soumise à une accélération du support \ddot{u}_g . Cette accélération est constante entre 0 et 0,5 secondes et vaut 0,2 g, ensuite, elle s'annule. On suppose les facteurs d'amortissement des trois modes égaux à 10%. La structure est initialement au repos.



- 1/ Calculer les modes propres de vibration. On donne $\omega_1 = 13.53(\text{rad/s})$, $\omega_2 = 36.26(\text{rad/s})$, $\omega_3 = 52.82(\text{rad/s})$,
- 2/ Calculer les déplacements exacts à $t=0,6\text{s}$.
- 3/ Calculer les déplacements maxima.
- 4/ En déduire les forces élastiques maxima.

EXERCICE 2 (Analyse spectrale)

La structure d'un bâtiment est formée de **cinq (05) portiques identiques** à celui représenté en figure 1. La section d'un poteau est de $(30 \times 30) \text{ cm}^2$. Le module de Young est égal à 3.10^7 KN/m^2 . Les **planchers** sont supposés **infiniment rigides**. La masse du premier niveau est de 140 tonnes alors que celle du second est de 150 tonnes. Le facteur d'amortissement du premier mode est égal à 10% et celui du second mode est de 5%. Le spectre de pseudo-vitesse **Sv (en cm/s)** de la zone où sera construit le bâtiment est donné par la figure 2; les courbes pour $\xi=5\%$ et 10% y sont représentées.

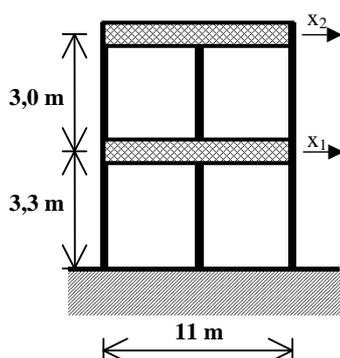


Figure 1

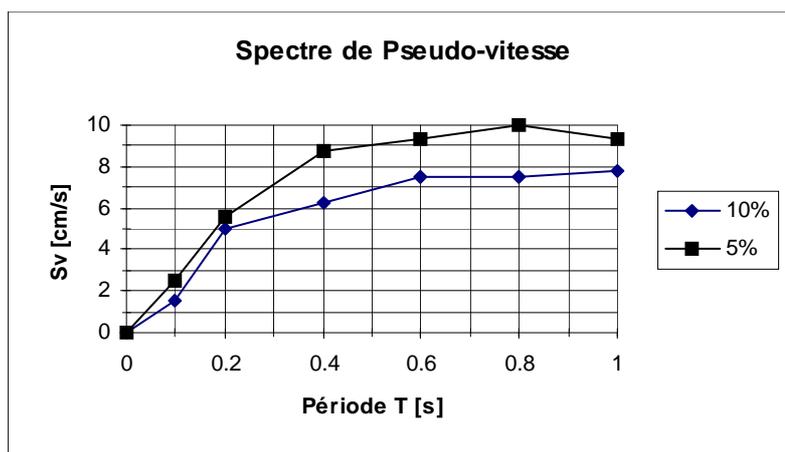


Figure 2

- 1/ Calculer les modes propres de vibration.
- 2/ Déterminer les déplacements relatifs maxima induits par un séisme.
- 3/ Déduire de 2/ les efforts élastiques maxima et l'effort tranchant maximum à la base.

bâtiment de cinq étages. Les masses de tous les niveaux sont égales à 300 t. Les pulsations et les modes propres de vibration calculés à travers une analyse modale sont donnés ci-après:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0,06 & 0,39 & 0,90 & 1,00 & -0,91 \\ 0,22 & 0,96 & 1,00 & -0,21 & 1,00 \\ 0,45 & 1,00 & -0,47 & -0,72 & -0,88 \\ 0,72 & 0,29 & -0,97 & 0,85 & 0,52 \\ 1,00 & -0,90 & 0,63 & -0,31 & -0,14 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \omega_1 = 5,486 \text{ rad/s} \\ \omega_2 = 35,027 \text{ rad/s} \\ \omega_3 = 99,247 \text{ rad/s} \\ \omega_4 = 191,796 \text{ rad/s} \\ \omega_5 = 285,635 \text{ rad/s} \end{array}$$

La construction est réalisée dans une zone où le coefficient d'accélération A vaut 0,1. Le facteur de comportement R est de 4 et le facteur de qualité Q est estimé à 1,2. Cette structure est fondée sur un sol rocheux ($T_1=0,15s$ et $T_2=0,3s$). Le coefficient de correction d'amortissement η est de 1.

- 1/ Quel est le nombre de modes nécessaire pour le calcul dynamique de cette structure ?
- 2/ Déterminer les déplacements relatifs maxima induits par un séisme.
- 3/ Dédire de 2/ les efforts élastiques maxima et l'effort tranchant à la base.
- 4/ Comparer les résultats de 3/ avec ceux obtenus en utilisant la méthode statique équivalente

On donne le spectre de pseudo-accélération des RPA :

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1.25A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5\eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2.5\eta (1.25A) \left(\frac{Q}{R} \right) & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta (1.25A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T} \right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta (1.25A) \left(\frac{T_2}{3} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{T} \right)^{5/3} \left(\frac{Q}{R} \right) & T > 3.0s \end{cases}$$

