

# **Analyse sismique par la méthode statique équivalente**

Dr BENMANSOUR-MEDDANE

Nassima

# Analyse sismique des structures

Analyse	Statique	Dynamique
Linéaire ou non linéaire équivalente (avec coéf R)	Analyse statique linéaire (Méthode statique équivalente)	Analyse dynamique linéaire (temporelle – spectrale)
Non linéaire	Analyse statique non linéaire (Méthode de la poussée progressive (Pushover))	Analyse dynamique temporelle non linéaire

# Analyse sismique des structures

Analyse	Statique	Dynamique
Linéaire ou non linéaire équivalente (avec coéf R)	<b>Analyse statique linéaire (Méthode statique équivalente)</b>	Analyse dynamique linéaire (temporelle – spectrale)
Non linéaire	Analyse statique non linéaire (Méthode de la poussée progressive (Pushover))	Analyse dynamique temporelle non linéaire

# Analyse sismique des structures

Méthodes utilisables selon le RPA99 version 2003

- **Méthode statique équivalente**
- Méthode d'analyse modale spectrale
- Méthode d'analyse dynamique par accélérogrammes

# Principe et modélisation

- Le **mode fondamental** de vibration est le seul mode **important**. La réponse de ce mode de vibration représente la réponse totale.
- La **force sismique** est modélisée par une **force statique** appliquée à la base de la structure.
- Des forces latérales équivalentes à l'action du séisme considéré sont appliquées au niveau de chaque plancher.

# Principe et modélisation (RPA99 version 2003)

- Les forces réelles dynamiques qui se développent dans la construction sont remplacées par un système de forces statiques fictives dont les effets sont considérés équivalents à ceux de l'action sismique.
- Le mouvement du sol peut se faire dans une direction quelconque dans le plan horizontal. Les forces sismiques horizontales équivalentes seront considérées appliquées successivement suivant deux directions orthogonales caractéristiques choisies par le projeteur. Dans le cas général, ces deux directions sont les axes principaux du plan horizontal de la structure.

# Principe et modélisation (RPA99 version 2003)

- Le modèle du bâtiment à utiliser dans chacune des deux directions de calcul est **plan avec les masses concentrées** au centre de gravité des planchers.
- **Un seul degré de liberté en translation horizontale par niveau** sous réserve que les systèmes de contreventement dans les deux directions puissent être découplés.
- La rigidité latérale des éléments porteurs du système de contreventement est calculée à partir de **sections non fissurées** pour les structures en béton armé ou en maçonnerie.
- Seul le **mode fondamental de vibration** de la structure est à considérer dans le calcul de la force sismique **totale**

# Conditions d'application

1. Le bâtiment ou bloc étudié, satisfaisait aux conditions de **régularité en plan et en élévation** prescrites au chapitre III, avec une **hauteur au plus égale à 65m en zones I et II et à 30m en zones III**

2. Le bâtiment ou bloc étudié présente une configuration irrégulière tout en respectant, autres les conditions de hauteur énoncées en a), les conditions complémentaires suivantes :

- **Zone I : • tous groupes**

- **Zone II : •**

Groupe d'usage 3

Groupe d'usage 2, si la hauteur est inférieure ou égale à 7 niveaux ou 23m.

Groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.

Groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.

- **Zone III : •**

Groupes d'usage 3 et 2, si hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.

groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.

groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 2 niveaux ou 08m.



# Calcul de la période fondamentale

1. Peut être estimée à partir de formules empiriques ou calculée par des méthodes analytiques ou numériques.

2. La formule empirique

$$T = C_T h_N^{3/4}$$

$h_N$  : hauteur mesurée en mètres à partir de la base de la structure jusqu'au dernier niveau (N).

# Calcul de la période fondamentale

Cas n°	Système de contreventement	$C_T$
1	Portiques autostables en béton armé sans remplissage en maçonnerie	0,075
2	Portiques autostables en acier sans remplissage en maçonnerie	0,085
3	Portiques autostables en béton armé ou en acier avec remplissage en maçonnerie	0,050
4	Contreventement assuré partiellement ou totalement par des voiles en béton armé, des palées triangulées et des murs en maçonnerie	0,050

# Calcul de la période fondamentale

Dans les cas 3 et 4 on peut utiliser la formule suivante

$$T = 0.09 h_N / \sqrt{D}$$

D est la dimension du bâtiment mesurée à sa base dans la direction de calcul considérée.

Dans ce cas il y a lieu de retenir dans chaque directions considérée la plus petite des deux valeurs données.

# Calcul de la période fondamentale

La valeur de T peut être calculée avec **la formule de Rayleigh** :

$$T = 2\pi \sqrt{\left( \sum_i^n W_i \delta_i \right) / g \left( \sum_i^n f_i \delta_i \right)}$$

$f_i$  : système de forces horizontales, distribuées selon les formules de répartition de V suivant la verticale.

$\delta_i$  flèches horizontales dues aux forces  $f_i$  calculées à partir d'un modèle élastique linéaire de la structure qui prend en compte tous les éléments participant à sa rigidité.

Ou par la **Version simplifiée de la formule de Rayleigh**.

$$T = 2 \sqrt{\delta_N}$$

$\delta_N$  flèche horizontale au sommet du bâtiment, mesurée en mètres, due aux forces gravitaires appliquées horizontalement.

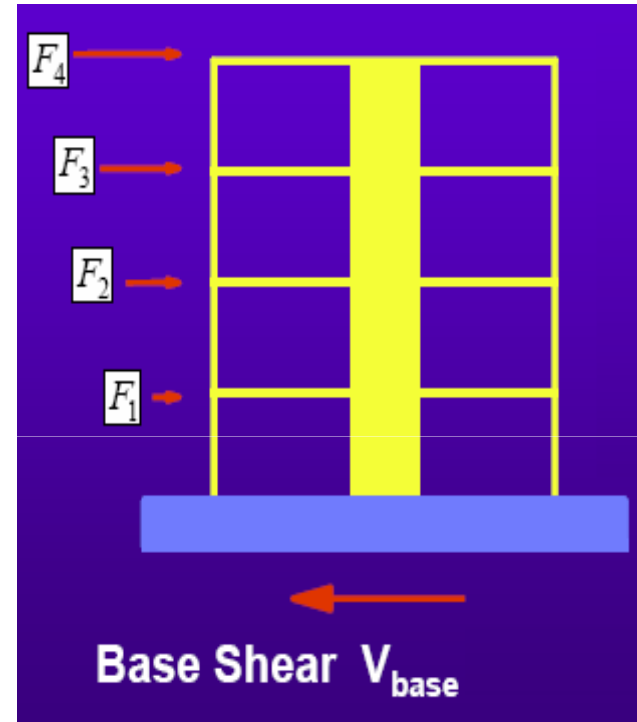
# Calcul de la force sismique totale

$$V_{base} = \frac{A.D.Q}{R} W$$

$$F_i = \frac{(V_{base} - F_t) W h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j}$$

$$F_t = 0,07 TV \quad T > 0.7 \text{ sec}$$

$$F_t = 0 \quad T < 0.7 \text{ sec}$$



# Calcul de la force sismique totale

A : coefficient d'**accélération** de zone

D : facteur d'amplification dynamique moyen, fonction de la **catégorie de site**, du facteur de correction d'amortissement et de la période fondamentale de la structure ( T ).

R : **coefficient de comportement** global de la structure

Q : facteur de **qualité**

W : **poids** total de la structure

## Valeurs du coefficient d'accélération A

		ZONE		
	I	II a	II b	III
1A	0.15	0.25	0.30	0.40
1B	0.12	0.20	0.25	0.30
2	0.10	0.15	0.20	0.25
3	0.07	0.10	0.14	0.18

# Facteur d'amplification dynamique D.

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta(T_2/T)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta(T_2/3.0)^{\frac{2}{3}}(3.0/T)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3.0s \end{cases}$$

FACTEUR D'AMPLIFICATION DYNAMIQUE MOYEN D ( $\xi = 5\%$ )

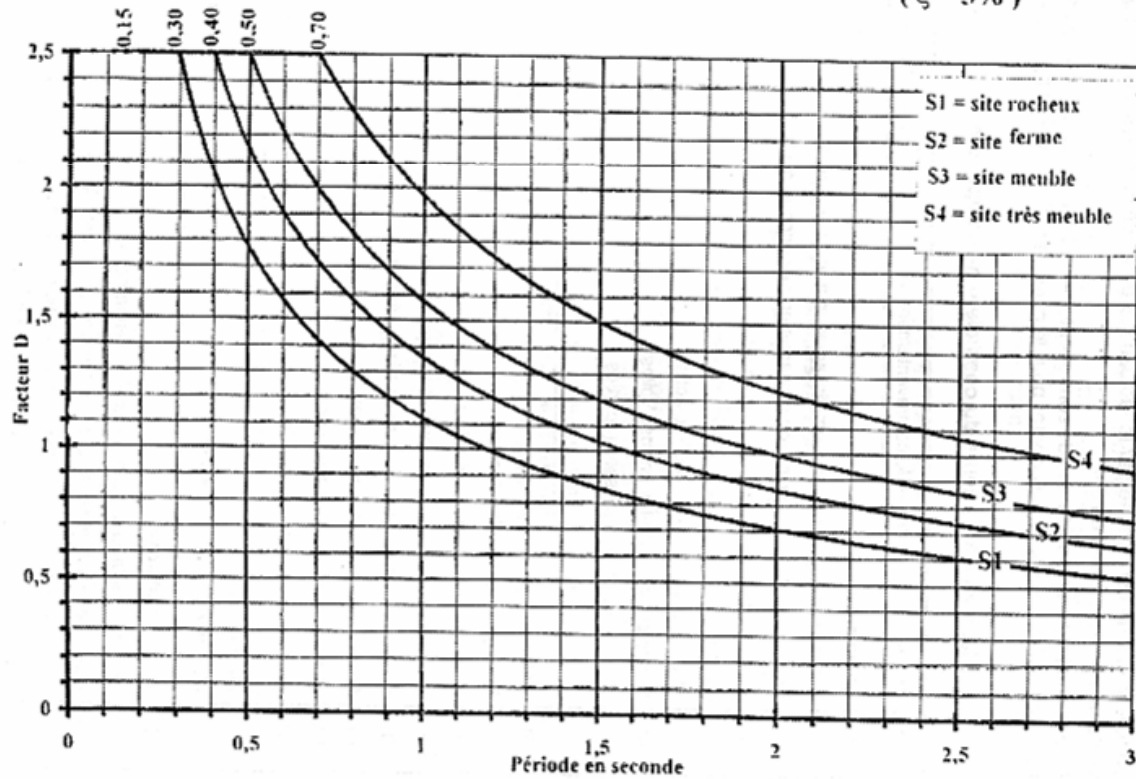


Figure 4.1



## Facteur d'amplification dynamique D.

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta(T_2/T)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta(T_2/3.0)^{\frac{2}{3}}(3.0/T)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3.0s \end{cases}$$

$$\eta = \sqrt{7/(2 + \xi)} \geq 0.7$$

Remplissage	Portiques		Voiles ou murs
	Béton armé	Acier	Béton armé/maçonnerie
Léger	6	4	10
Dense	7	5	

## Facteur d'amplification dynamique D.

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta(T_2/T)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta(T_2/3.0)^{\frac{2}{3}}(3.0/T)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3.0s \end{cases}$$

T2 période caractéristique, associée à la catégorie du site.

Site	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>
T <sub>1(sec)</sub>	0,15	0,15	0,15	0,15
T <sub>2(sec)</sub>	0,30	0,40	0,50	0,70

# Coefficient de comportement global de la structure R

Cat	Description du système de contreventement (voir chapitre III § 3.4)	Valeur de R
<b><u>A</u></b>	<b><u>Béton armé</u></b>	
1a	Portiques autostables sans remplissages en maçonnerie rigide	5
1b	Portiques autostables avec remplissages en maçonnerie rigide	3,5
2	Voiles porteurs	3,5
3	Noyau	3,5
4a	Mixte portiques/voiles avec interaction	5
4b	Portiques contreventés par des voiles	4
5	Console verticale à masses réparties	2
6	Pendule inverse	2
<b><u>B</u></b>	<b><u>Acier</u></b>	
7	Portiques autostables ductiles	6
8	Portiques autostables ordinaires	4
9a	Ossature contreventée par palées triangulées en X	4
9b	Ossature contreventée par palées triangulées en V	3
10a	Mixte portiques/palées triangulées en X	5
10b	Mixte portiques/palées triangulées en V	4
11	Portiques en console verticale	2
<b><u>C</u></b>	<b><u>Maçonnerie</u></b>	
12	Maçonnerie porteuse chaînée	2,5

# Coefficient de comportement global de la structure

<u>D</u>	<u>Autres systèmes</u>	
13	Ossature métallique contreventée par diaphragme	2
14	Ossature métallique contreventée par noyau en béton armé	3
15	Ossature métallique contreventée par voiles en béton armé	3,5
16	Ossature métallique avec contreventement mixte comportant un noyau en béton armé et palées ou portiques métalliques en façades	4
17	Systèmes comportant des transparences (étages souples)	2

En cas d'utilisation de systèmes de contreventement différents dans les deux directions considérées il y a lieu d'adopter pour le coefficient R la valeur la plus petite.

# Facteur de qualité Q

- la redondance et de la géométrie des éléments qui la constituent
- la régularité en plan et en élévation
- la qualité du contrôle de la construction

$$: Q = 1 + \sum_1^5 P_q$$

# Facteur de qualité Q

Critère q »	P <sub>q</sub>	
	Observé	N/observé
1. Conditions minimales sur les files de contreventement	0	0,05
2. Redondance en plan	0	0,05
3. Régularité en plan	0	0,05
4. Régularité en élévation	0	0,05
5. Contrôle de la qualité des matériaux	0	0,05
6. Contrôle de la qualité de l'exécution	0	0,10

# Facteur de qualité Q

## 1. Conditions minimales sur les files de contreventement

- *système de portiques* : chaque file de portique doit comporter à tous les niveaux, au moins trois (03) travées dont le rapport des portées n'excède pas 1,5. Les travées de portique peuvent être constituées de voiles de contreventement.

- *système de voiles* : chaque file de voiles doit comporter à tous les niveaux, au moins un (01) trumeau ayant un rapport "hauteur d'étage sur largeur" inférieur ou égal à 0,67 ou bien deux (02) trumeaux ayant un rapport "hauteur d'étage sur largeur" inférieur ou égal à 1,0.

Ces trumeaux doivent s'élever sur toute la hauteur de l'étage et ne doivent avoir aucune ouverture ou perforation qui puisse réduire de manière significative leur résistance ou leur rigidité.

# Facteur de qualité Q

## **2. Redondance en plan**

Chaque étage devra avoir, en plan, au moins quatre (04) files de portiques et/ou de voiles dans la direction des forces latérales appliquées.

Ces files de contreventement devront être disposées symétriquement autant que possible avec un rapport entre valeurs maximale et minimale d'espacement ne dépassant pas 1,5.

## **3. Régularité en plan**

## **4. Régularité en élévation**

## **5. Contrôle de la qualité des matériaux**

Des essais systématiques sur les matériaux mis en œuvre doivent être réalisés par l'entreprise.

## **6. Contrôle de la qualité de l'exécution**

Il est prévu contractuellement une mission de suivi des travaux sur chantier. Cette mission doit comprendre notamment une supervision des essais effectués sur les matériaux.



# Poids de la structure

$W$  : poids total de la structure,

$W$  est égal à la somme des poids  $W_i$ , calculés à chaque niveau ( $i$ ) :

$$(W = \sum W_i, \text{ avec } W_i = W_{Gi} + \beta W_{Qi})$$

$W_{Gi}$  : poids dû aux charges permanentes et à celles des équipements fixes éventuels, solidaires de la structure

$W_{Qi}$  : charges d'exploitation

$\beta$  : coefficient de pondération, fonction de la nature et de la durée de la charge.

# Poids de la structure

1	Bâtiments d'habitation, bureaux ou assimilés	0,20
2	Bâtiments recevant du public temporairement :	
	- Salles d'exposition, de sport, lieux de culte, salles de réunions avec places debout.	0,30
	- salles de classes, restaurants, dortoirs, salles de réunions avec places assises	0,40
3	Entrepôts, hangars	0,50
4	Archives, bibliothèques, réservoirs et ouvrages assimilés	1,00
5	Autres locaux non visés ci-dessus	0,60

# Distribution de la résultante des forces sismiques selon la hauteur

La distribution de la résultante des forces sismiques selon la hauteur

$$V = F_t + \sum F_i$$

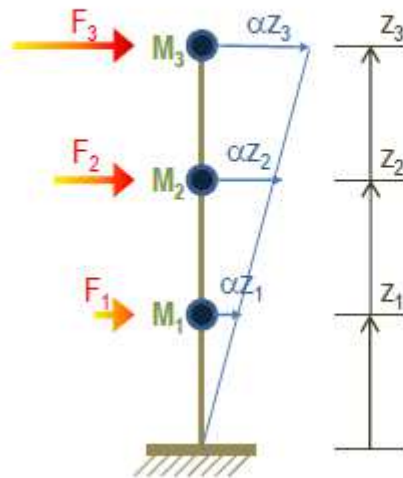
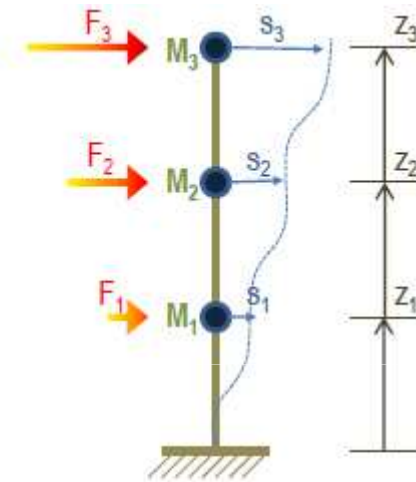
La force concentrée  $F_t$  au sommet de la structure permet de tenir compte de l'influence des modes supérieurs de vibration.

$$F_t = 0,07 TV$$

où  $T$  est la période fondamentale de la structure (en secondes). La valeur de  $F_t$  ne dépassera en aucun cas  $0,25 V$  et sera prise égale à  $0$  quand  $T$  est plus petite ou égale à  $0,7$  secondes.

# Distribution de la résultante des forces sismiques selon la hauteur

- ❖ Distribution des forces sismiques horizontales en élévation
- ✓ La forme du mode fondamental  $s(x)$  dans chaque direction d'analyse horizontal est établi à l'aide de méthodes de dynamique des structures ;
- ✓ Les effets de l'action sismique sont déterminés en appliquant, dans les deux modèles plans, des forces horizontales  $F_i$  à chaque étage de masse  $m_i$  :



$$F_i = F_b \cdot \frac{s_i \cdot m_i}{\sum s_j \cdot m_j}$$



Si les déplacements horizontaux sont supposés croître linéairement suivant l'altitude  $z$ , alors :

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_i}{\sum z_j \cdot m_j}$$

# Distribution de la résultante des forces sismiques selon la hauteur

La partie restante de  $V$  soit  $(V - F_t)$  doit être distribuée sur la hauteur de la structure suivant la formule:

$$\blacksquare F_i = \frac{(V - F_t)Wh_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j}$$

# Distribution horizontale des forces sismiques

Les forces sismiques horizontales  $F_i$ , vont être appliquées au centre de masse  $G_M$  du plancher considéré ; elles donnent lieu à un calcul d'effort tranchant global  $V_k$ .

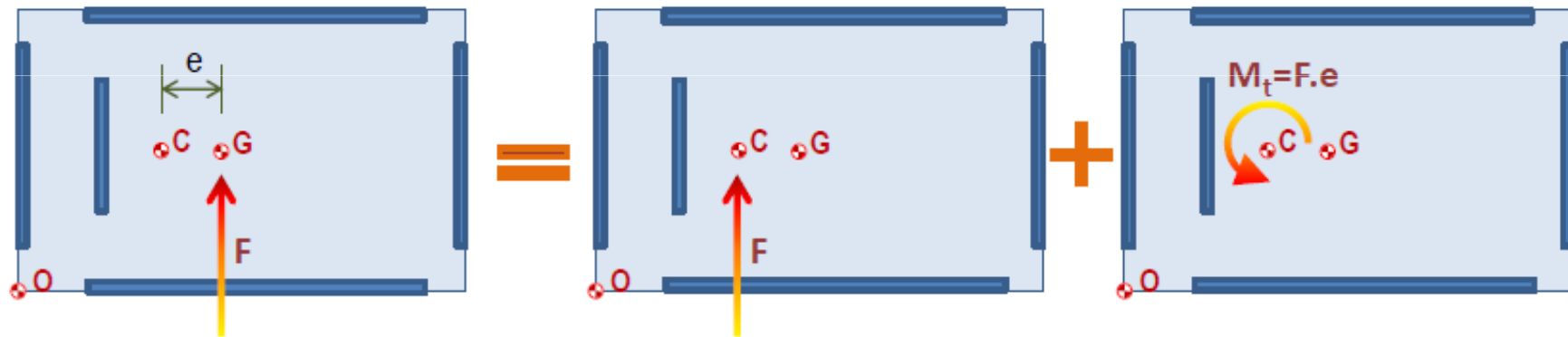
Cet effort tranchant au niveau de l'étage  $k$  dans le cas de structures comportant des planchers rigides dans leur plan, est distribué aux éléments verticaux de contreventement **proportionnellement à leurs rigidités relatives.**

$$V_k = F_t + \sum_{i=k}^n F_i$$

# Effet de la torsion d'axe vertical

## Théorie

Par définition, les forces d'inertie produites par un séisme au niveau d'un plancher forment un glisseur qui agit au centre de masse  $G$  du plancher. Si ce dernier n'est pas confondu (excentricité  $e$ ) avec le centre de raideur  $C$ , la résultante d'inertie entraîne l'existence d'un couple de torsion  $M_t$  qui affecte la distribution des efforts dans les éléments de contreventement.



Les effets structuraux et accidentels de la torsion doivent ainsi être pris en compte, y compris dans les modèles simplifiés 2D applicables aux bâtiments « réguliers ».

Rappelons que les effets de torsion sont limités en pratique par :

- ✓ La condition de symétrie en plan ;
- ✓ Le déport des contreventements au plus près des façades.

# Effet de la torsion d'axe vertical

## RPA99 version 2003

L'augmentation de l'effort tranchant provoqué par la torsion d'axe vertical due à l'excentricité entre le centre de gravité et le centre de rigidité doit être prise en compte. Les efforts tranchants négatifs dus à la torsion devront être négligés.

Pour toutes les structures comportant des planchers ou diaphragmes horizontaux rigides dans leur plan, on supposera qu'à chaque niveau et dans chaque direction, la résultante des forces horizontales a une **excentricité par rapport au centre de torsion** égale à la plus grande des deux valeurs:

- **5% de la plus grande dimension du bâtiment à ce niveau (cette excentricité doit être prise en considération de part et d'autre du centre de torsion)**
- **excentricité théorique résultant des plans.**



# Distribution horizontale des forces sismiques

## ✓ EFFET DE LA TORSION

Au niveau  $i$ , l'excentricité du centre de masse  $G$  par rapport au centre de raideur  $C$  génère un moment d'axe vertical exprimé par la relation (\*) :

$$M_t = -F_{x,i} \cdot e_{y,i} + F_{y,i} \cdot e_{x,i}$$

Expression qui prend en compte une excentricité «accidentelle»  $ea$ , s'ajoutant ou se retranchant à l'excentricité structurale  $e_{0,i}$ .

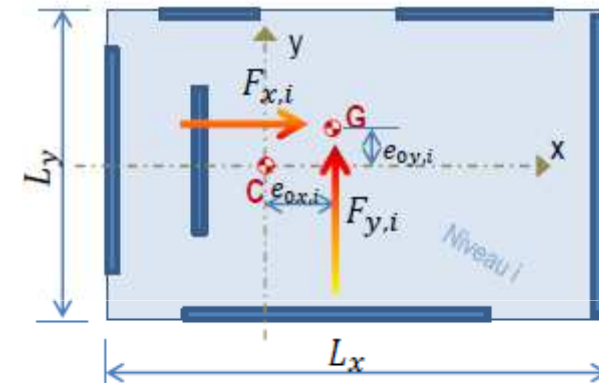
Ainsi :

$$e_{x,i} = e_{0,xi} \pm \text{Max}(5\%L_{max,i}, e_{0,xi})$$

$$e_{y,i} = e_{0,yi} \pm \text{Max}(5\%L_{max,i}, e_{0,yi})$$

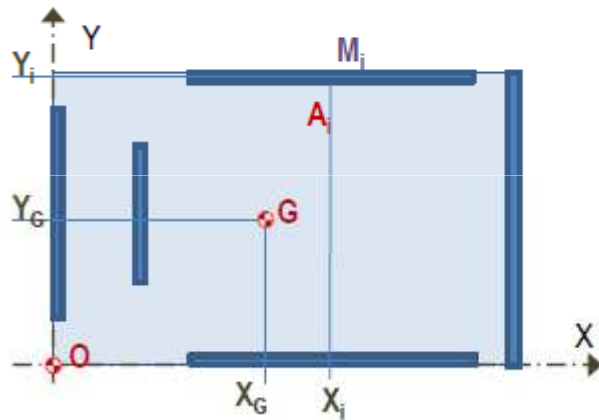
Il y a donc quatre cas d'excentricité à étudier.

Le même signe d'excentricité accidentelle est pris pour tous les étages.



# Calcul de la position du centre de masse

Position du centre de gravité G ou « centre de masse ».

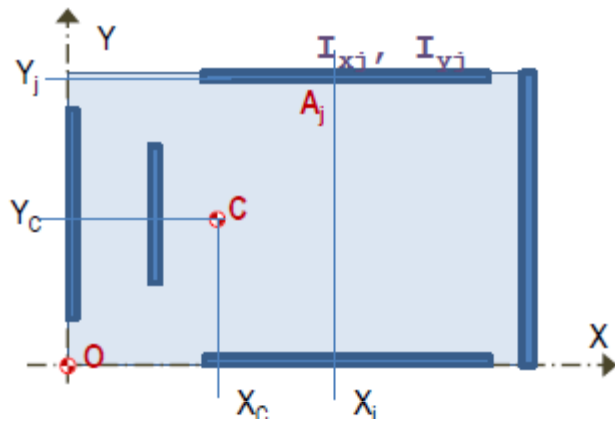


C'est le point de moment statique nul :

$$X_G = \frac{\int_{\text{plancher}} X \cdot \bar{m} \cdot dS + \sum_j X_j \cdot M_j}{M}$$

$$Y_G = \frac{\int_{\text{plancher}} Y \cdot \bar{m} \cdot dS + \sum_j Y_j \cdot M_j}{M}$$

# Calcul de la position du centre de rigidité ou de torsion C



Le centre de raideur est assez complexe à calculer en règle générale.

Il est assimilable au centre de torsion du «profil» constitué par les éléments structuraux verticaux.

on peut adopter la formule dite des «rigidités relatives».

$$x_c = \frac{\sum_j x_j \times I_{jx}}{\sum_j I_{jx}}$$

$$y_c = \frac{\sum_j y_j \times I_{jy}}{\sum_j I_{jy}}$$

$I_x$  est l'inertie de flexion dans la direction  $x$

$I_y$  est l'inertie de flexion dans la direction  $y$

Naturellement, les inerties des contreventements sont calculés dans leur repère principal d'inertie propre.

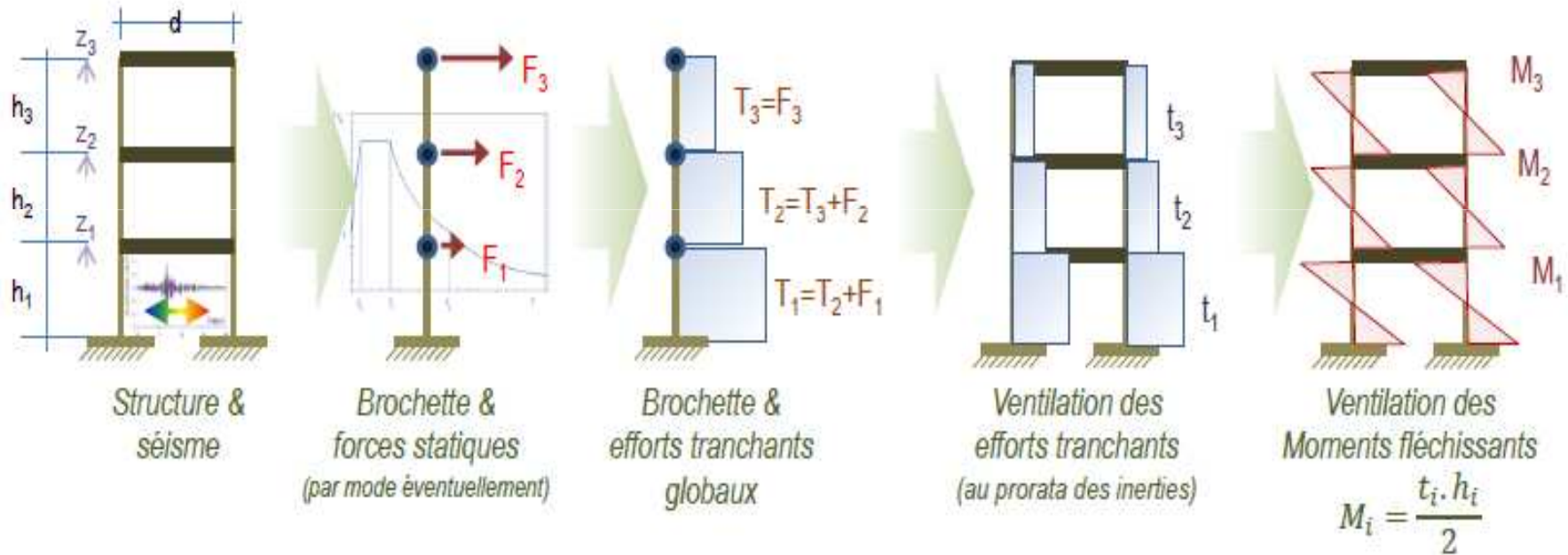
Pour les ossatures irrégulières, le développement d'un modèle 3D s'avère incontournable.

# Réponse sismique

## Calcul des sollicitations sismiques

Exemple : portique à une travée et trois niveaux

### ❖ flexion : effort tranchant & moment fléchissant



# Réponse sismique

❖ effort normal (effet de « renversement »)

