



Chapitre 3

Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées



A.N.GHENIM



Définition

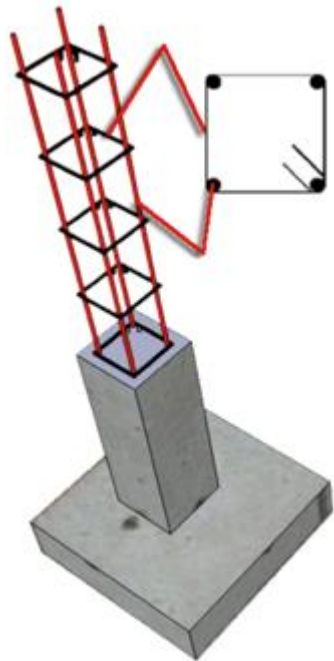
Les actions centrées auxquelles les constructions peuvent être soumises sont: LA COMPRESSION SIMPLE (poteaux) ET LA TRACTION SIMPLE (tirants).

I / Les poteaux :

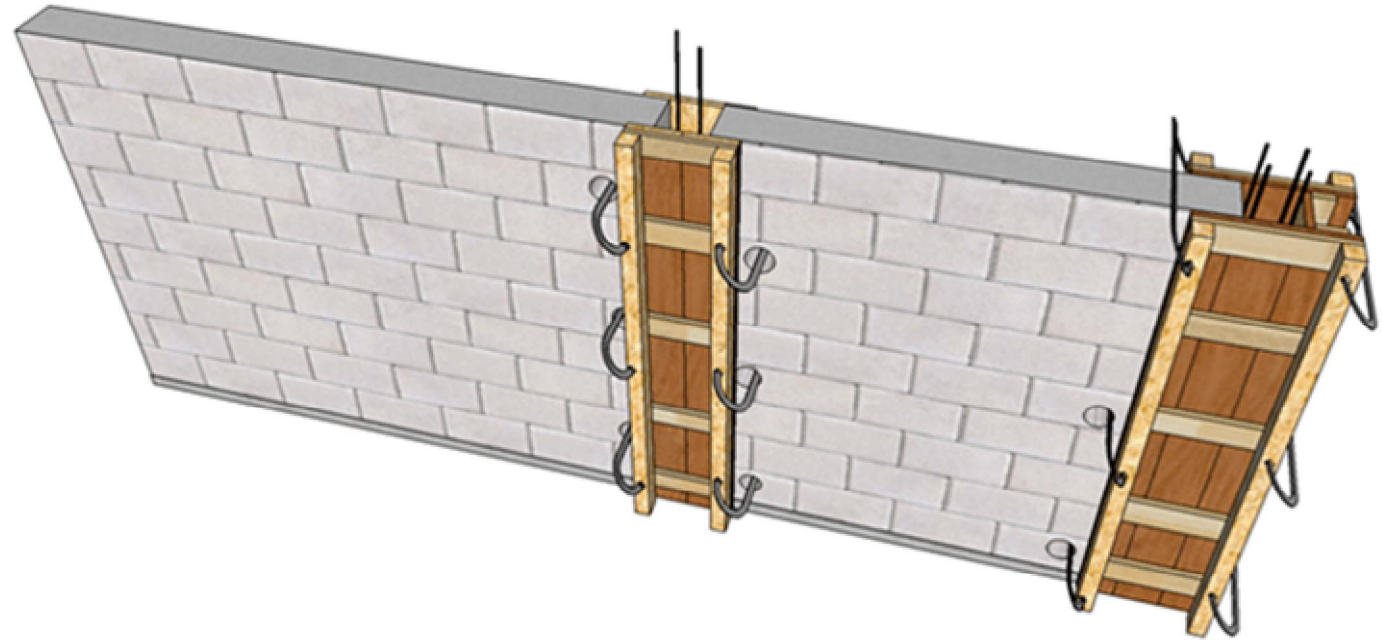
a) **Définition et Rôles** : Les poteaux sont majoritairement appelés à reprendre des efforts de compression transmis verticalement des étages supérieurs au sol à travers les fondations.

Aussi, le Rôle des poteaux, ne se limite pas d'assurer la reprise des charges verticales, mais également contribuent largement lorsqu'ils sont associés à des poutres pour former des cadres ou des portiques destinés à reprendre les actions horizontales dues aux séismes et aux vents.

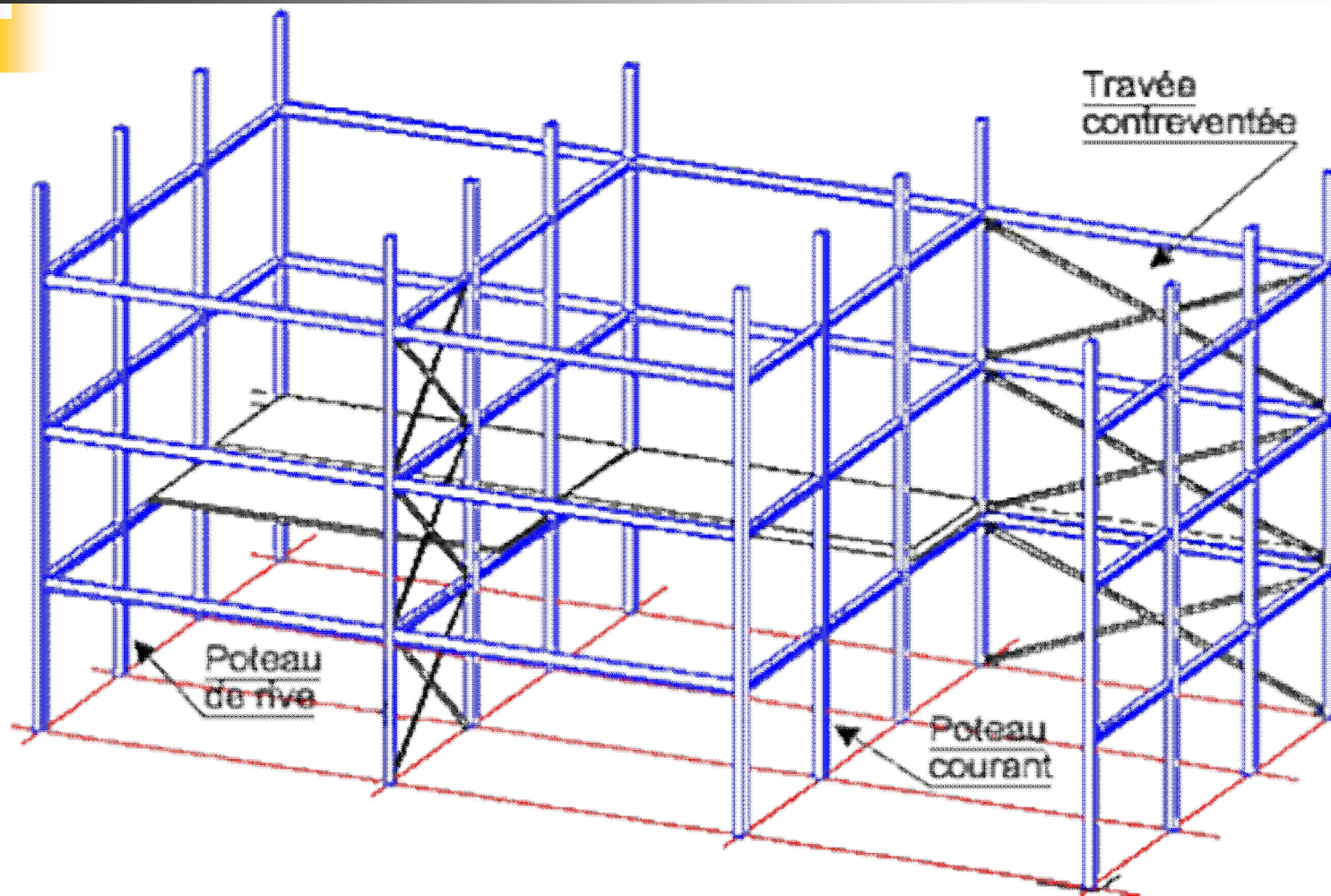
On peut trouver trois sortes de poteaux en B.A



1- Poteau isolé.



2-Poteau incorporé dans l'épaisseur d'un mur.



3- Poteau faisant partie d'une structure (courant ou de rive).

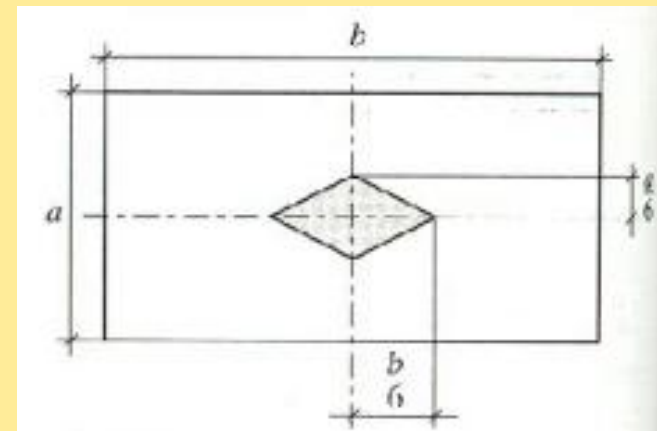
b) Sollicitations internes : L'élément de réduction correspondant à cet effort est l'Effort Normal de Compression noté N. Cet effort de compression doit être centré.

Pour avoir une compression centrée, il faut vérifier les conditions suivantes :

1. Il faut que N soit appliqué au centre de gravité (CDG) du poteau.



2. Il faut que N soit appliqué dans le noyau central.



ou

$$e_{\max} = \frac{\text{Dimension du noyau central}}{2}$$

e_{\max} : Excentricité

Sections	Noyau central
Rectangulaire ($a \times b$)	Losange de sommet $a/6, b/6$ sur les axes
Circulaire	Cercle de rayon $R/4$

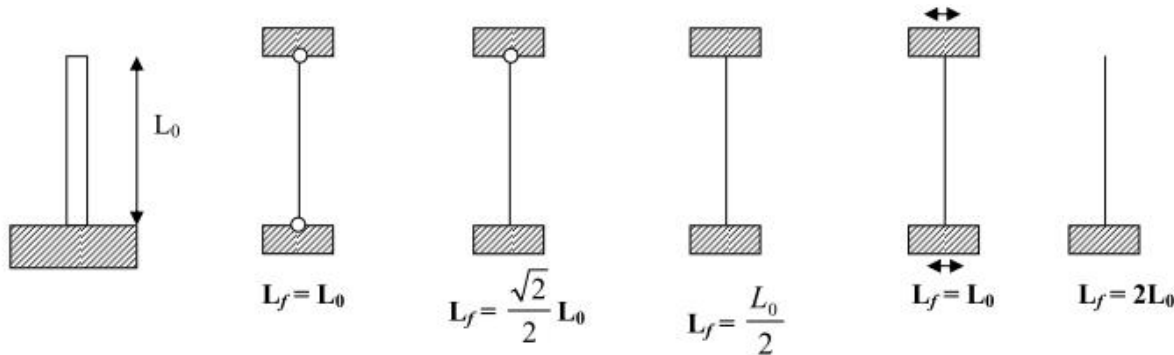
c) **Longueur de flambement** : Le flambement est un phénomène d'instabilité élastique se traduisant par le fléchissement du poteau (apparition d'un moment de flexion parasite) même si le poteau est exclusivement soumis à un effort normal centré.



Exemple de flambement d'un poteau

La longueur de flambement (L_f) dépend de la longueur de l'élément (L) et du type de la liaison.

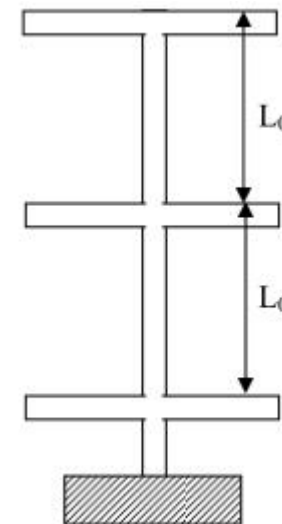
a- Cas de poteaux isolés:



b- Cas des poteaux dans des bâtiments à étages multiples :

$$L_f = 0,7 \cdot L_0$$

- si le poteau est encastré dans un massif de fondation ou bien assemblé à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur ($E.I$) dans le sens de flambement.
- ou dans le cas de poteaux d'étages multiples.

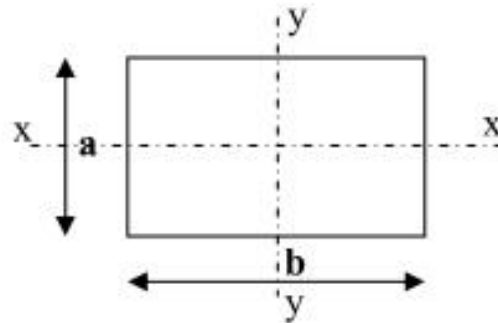


d) **L'élancement** : L'élancement λ d'une pièce comprimée de section constante est le rapport de sa longueur de flambement l_f au rayon de giration i_{\min} de la section de béton seul calculé dans le plan de flambement.

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{\min}}$$

- Définition du rayon de giration : $i_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}}$ avec : B : la section du poteau.

1- Section rectangulaire :

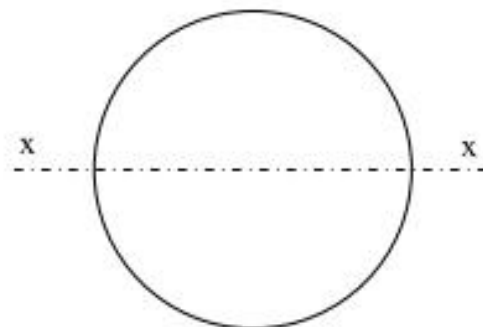


$$I_{xx} = \frac{b.a^3}{12} \quad ; \quad I_{yy} = \frac{a.b^3}{12}$$

$$a < b \Rightarrow I_{xx} < I_{yy} \Rightarrow i_{xx} < i_{yy}$$

$$\text{d'où : } i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}}$$

2- Section circulaire :



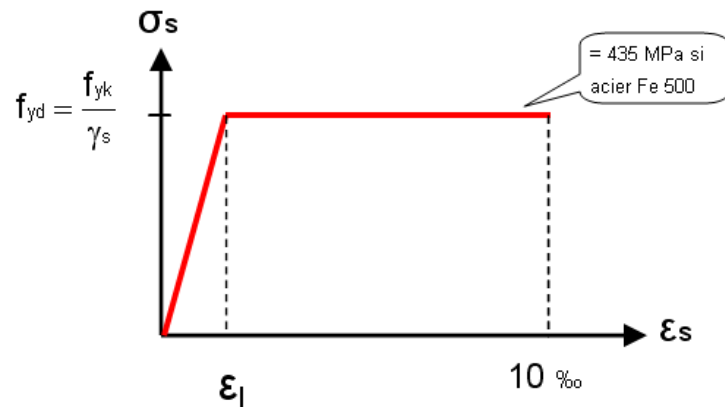
$$I_{xx} = \frac{\pi.D^4}{64}$$

$$i_x = \sqrt{\frac{\frac{\pi.D^4}{64}}{\frac{\pi.D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{D^2}{16}} \quad \text{d'où : } i_x = \frac{D}{4}$$

e) Justification à l'E.L.U :

1. Hypothèses de calcul :

- Le diagramme contraintes-déformations de calcul de l'acier en compression est le suivant :



Il n'y a pas de glissement relatif entre l'acier et le béton

- Le diagramme de déformation de la section est tel que le béton et l'acier subissent le même raccourcissement (pivot C). $\epsilon_{bc} = \epsilon_{sc} = 2 \text{ ‰}$
- L'élanement est limité à $\lambda = 70$ pour la justification des poteaux soumis à la compression centrée.

2) Effort normal ultime :

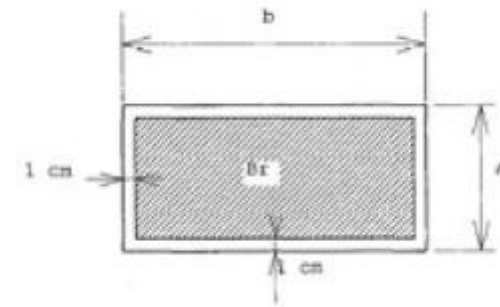
L'effort normal ultime N_u est déterminé forfaitairement par le règlement BAEL :

$$N_u \leq \alpha \left[\frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} + A \frac{f_e}{\gamma_s} \right]$$

α : coefficient de minoration, défini en fonction de λ

B_r : section réduite obtenue par réduction d'une bande de largeur 1 cm à la périphérie du poteau.

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2} \quad \text{si } \lambda < 50$$
$$\alpha = 0,60 \left(\frac{50}{\lambda} \right)^2 \quad \text{si } 50 < \lambda \leq 70$$

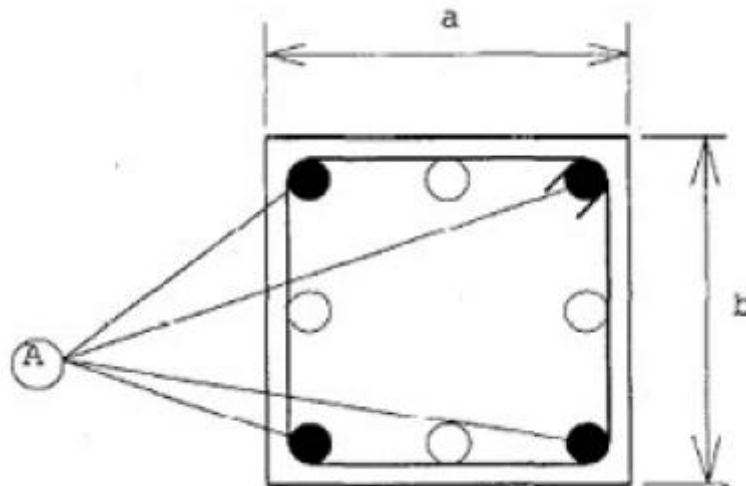


A : section d'acier comprimé prise en compte dans le calcul des poteaux pour équilibrer N_u .

- Cas où $\lambda \leq 35$: la totalité de la section A est prise en compte.
- Cas où $\lambda > 35$: seules les armatures qui augmentent efficacement la rigidité dans le plan du flambement sont prises en compte .

NOTA :

Dans le cas des poteaux rectangulaires dont le rapport des côtés est tel que $0,9 < a/b < 1,1$ seuls les aciers situés dans les angles sont pris en compte.



Dans le cas des poteaux rectangulaires dont le rapport des côtés est $b/a > 1,1$ seuls les aciers disposés le long des grands côtés de la section sont pris en compte.

f) Détermination des armatures :

1- Armatures longitudinales: La section d'armatures longitudinales est justifiée par :

$$A \geq \left[\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{1,35} \right] \frac{\gamma_s}{f_e}$$

La section minimale des aciers comprimés doit être de 4 cm² par mètre de longueur de parement : $A \text{ (cm}^2\text{)} \geq 4 u \text{ (m)}$ u : périmètre de la section droite

Le pourcentage d'armatures est compris entre : $0,2 \leq 100.A/B \leq 5$ B est la section de béton seul.

2- Armatures transversales: Leur rôle est d'empêcher le flambement des armatures longitudinales. Leur diamètre Φ_t est au moins égal à la valeur normalisée la plus proche du tiers du diamètre des armatures longitudinales qu'elles maintiennent.

$$\Phi_t \approx \frac{\Phi}{3}$$

Φ_1 est le diamètre minimal des armatures longitudinales. Leur espacement st est au plus égal à :

- 15 fois le diamètre des barres longitudinales prise en compte dans le calcul ;
- 40 cm ;
- la plus petite dimension de la pièce (mesurée sur la section) augmentée de 10 cm.

$$st \leq \min (15 \Phi_1 ; 40\text{cm} ; a+10 \text{ cm})$$

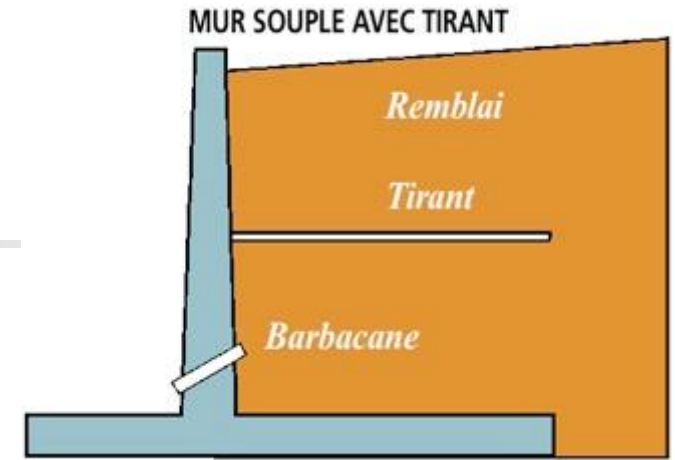
g) Vérification à l'E.L.S :

On doit vérifier que :

$$\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma_{bc}} = 0.6 * f_{c28}$$

d'où :

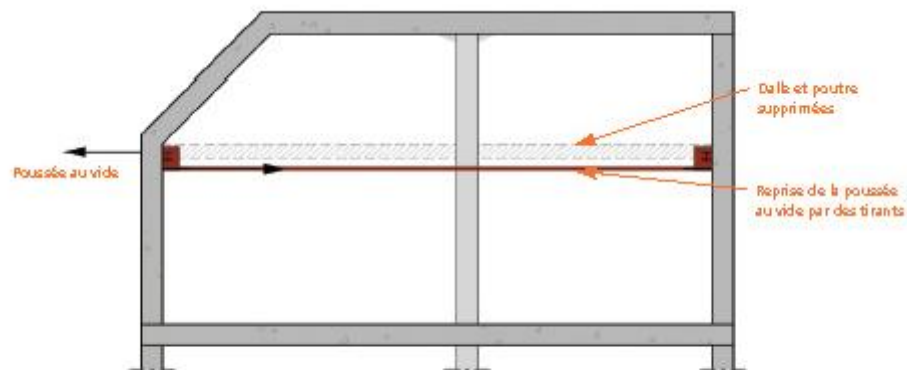
$$\sigma_{bc} = \frac{N_{servise}}{B + 15A_s}$$



II / Les tirants :

a) **Définition et Rôles** : Les tirants sont des éléments en Béton Armé soumis à un effort normal de traction. Ils servent à équilibrer:

- Les poussées horizontales, par exemple les poussées engendrées aux appuis par un arc;
- Les actions verticales, cas d'utilisation des suspentes.



Coupe de la consolidation d'une structure en béton armé par des tirants





b) Hypothèses :

1. Toute la section de béton est tendue, et la résistance du béton tendu n'est pas prise en compte dans les calculs (le béton n'a qu'une fonction d'enrobage).
2. L'effort normal de traction (N) est uniquement équilibré par les armatures longitudinales.
3. Dans chaque section droite, le centre de gravité (C.d.G.) des armatures longitudinales coïncide avec le centre de gravité du béton et avec le point d'application de la force de traction.
4. La section de béton devra être aussi petite que possible et les barres longitudinales doivent être réparties uniformément dans la section (il faut respecter la symétrie et choisir un nombre pair).
5. En raison de l'absence de flambement, les armatures transversales ne jouent plus que le rôle de barres de montage, sauf si les armatures longitudinales comportent des recouvrements, auquel cas il y aura lieu de renforcer les armatures transversales au droit de ces recouvrements.



c) Détermination des sections d'armatures:

1. **Armatures Longitudinales** : Le béton tendu étant négligé, la totalité de l'effort de traction est supporté par les armatures longitudinales.

a) A l'E.L.U : La Section théorique des armatures tendues A_{su} :

$$A_{su} \geq \frac{N_u}{\sigma_{su}}$$

Avec :

- ✓ L'effort normal ultime de traction simple : $N_u = 1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q$;
- ✓ La Contrainte limite de traction de l'acier : $\sigma_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$; pour une déformation de l'acier $\varepsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$



b) A l'E.L.S : La Section théorique des armatures tendues $A_{s\text{ser}}$:

$$A_{s\text{ser}} \geq \frac{N_{\text{ser}}}{\bar{\sigma}_{\text{st}}}$$

où :

- ✓ L'effort normal de traction simple : $N_{\text{ser}} = G + Q$;
- ✓ La contrainte limite de traction des aciers $\bar{\sigma}_{\text{st}}$ est bornée en fonction des cas de fissuration (limite d'ouverture de fissures):

- ◆ Fissuration peu préjudiciable : Pas de limitation des contraintes, $\bar{\sigma}_{\text{st}} = \frac{f_e}{\gamma_s}$
- ◆ Fissuration préjudiciable ; $\bar{\sigma}_{\text{st}} = \min \left\{ \frac{2}{3} \cdot f_e ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{t28}} \right\}$
- ◆ Fissuration très préjudiciable : $\bar{\sigma}_{\text{st}} = \min \left\{ \frac{1}{2} \cdot f_e ; 90 \sqrt{\eta \cdot f_{t28}} \right\}$

η : Coefficient de fissuration ; $\eta = 1,6$: Aciers HA ; $\eta = 1$: Aciers RL.

La Section des armatures longitudinales est :

$$A_s^{thé} \geq \max(A_{su}; A_{sser})$$

La section $A_s^{Thé}$ une fois déterminée, on déduit le diamètre \emptyset des barres et le nombre m de barres nécessaires $A_s^{réel}$ qui doivent être réparties uniformément dans la section (il faut respecter la symétrie et choisir un nombre paire), en choisissant :

- ▶ $\emptyset_t^{min} \geq 6 \text{ mm}$: En cas de fissuration préjudiciable ; avec : $e_h \leq 4 \emptyset$ Si $\emptyset \geq 20 \text{ mm}$
- ▶ $\emptyset_t^{min} \geq 8 \text{ mm}$: En cas de fissuration très préjudiciable ; avec : $e_h \leq 3 \emptyset$ Si $\emptyset \geq 20 \text{ mm}$

d) Vérification de la Condition de non fragilité :

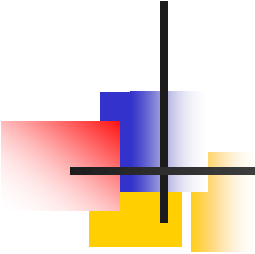
La section tendue ou fléchie est considérée comme non fragile si les armatures travaillant à leur limite élastique peuvent équilibrer les sollicitations provoquant la fissuration du béton dans cette section. CàD limitation de la section du béton vis-à-vis de la section d'aciers.

Effort de traction des aciers \geq Effort de traction du béton

$$A_s^{réel} \cdot f_e \geq B \cdot f_{t28}$$

- ✓ $A_s^{réel}$: La Section réelle des armatures longitudinales tendues;
- ✓ f_e : La limite élastique de l'acier ;
- ✓ B: La section droite (transversale) totale du béton tendu ;
- ✓ f_{t28} : La résistance caractéristique du béton à la traction à 28 jours.

d'où la Section des armatures longitudinales finales doit être: $A_s^{réel} \geq \frac{B \cdot f_{t28}}{f_e}$



2. **Armatures transversales** : Les armatures transversales, en raison de l'absence de flambement, ne jouent plus que le rôle de barres de montage, sauf si les armatures longitudinales comportent des recouvrements, auquel cas il y aura lieu de renforcer les armatures transversales au droit de ces recouvrements.

En outre, il n'est pas indispensable de réunir par des épingles, ou des étriers, les armatures situées en dehors des angles.

Le diamètre des armatures transversales (ϕ_t) est déterminé en fonction des armatures longitudinales (ϕ_L) :

- $\phi_t \leq \left\{ \frac{h}{35}; \phi_L; \frac{b}{10} \right\}$ Possibilité de bétonnage correct.
- Des ronds lisses ou des barres HA : $\phi_t \geq \frac{\phi_L}{3}$
- Des fils tréfilés HA : $\phi_t \geq \frac{\phi_L}{4}$,

avec ϕ_L : Diamètre des armatures longitudinales