

# LA FLEXION COMPOSEE

## Définition

Un élément en béton armé sera sollicité en flexion composée lorsque la réduction au centre de gravité d'une section "S" des forces situées d'un même coté de cette section se décompose en :

1. un moment fléchissant  $M_f$
2. un effort normal  $N$
3. un effort tranchant  $T$

### A. Technique à suivre :

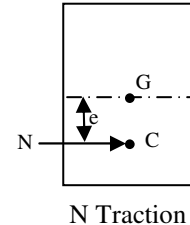
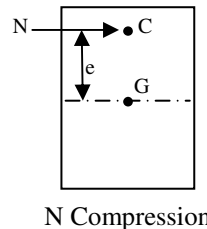
- 1) Déterminer l'excentricité « e »

$$e = \frac{M_u}{N_u}$$

- 2) Positionner le centre de pression C

Traction (en bas de G)

Compression (en haut de G)



- 3) Déterminer  $e_a$  (voir partie C) et déduire le moment au centre de gravité des armatures inférieures

$$M_A = N_u \cdot e_a$$

- 4) Vérifier la nature de la section (entièrement tendue, entièrement comprimée ou partiellement comprimée (domaines, partie B)
- 5) Calculer le ferrailage à l'ELU (voir partie C)
- 6) vérifiez les contraintes à l'ELS (voir partie C)

### B. Domaine de fonctionnement

Domaine 1 : Béton surabondant  $\implies$  section non armée si :

$$N_u \leq 0.81 b h f_{bc} \quad \text{et} \quad M_A < N_u d \left( 1 - 0.514 \frac{N_u}{b d f_{bc}} \right)$$

$$\text{Ou} \quad N_u > 0.81 b h f_{bc} \quad \text{et} \quad M_A < b h^2 f_{bc} \left[ \frac{5}{14} - \frac{N_u}{b h f_{bc}} \left( \frac{6}{7} - \frac{d}{h} \right) \right]$$

Domaine 2 : Section partiellement comprimée avec armature inférieure tendue

$$N_u(d - d') - M_A \leq \left( 0.337 - 0.81 \frac{d'}{d} \right) b d^2 f_{bc}$$

Domaine 3 : Section partiellement comprimé avec armature inférieure comprimée

$$\left( 0.337 - 0.81 \frac{d'}{d} \right) b d^2 f_{bc} < N_u(d - d') - M_A \leq \left( 0.337 - 0.81 \frac{d'}{h} \right) b h^2 f_{bc}$$

Domaine 4-5 : section entièrement comprimée :

$$N_u(d - d') - M_A > \left( 0.337 - 0.81 \frac{d'}{h} \right) b h^2 f_{bc}$$

### C. Détermination du ferrailage longitudinal

#### I) Section entièrement tendue

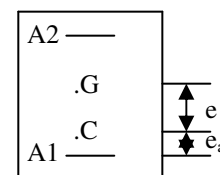
Une section sera dite entièrement tendue, si l'effort appliqué  $N_u$  est un effort de traction et s'il est appliqué entre le centre de gravité G et les armatures inférieures :

##### 1-E.L.U :

$$e_a = d - h/2 - e$$

$$A_1 = \frac{N_u}{\sigma_{st}} \left( 1 - \frac{e_a}{(d - d')} \right)$$

$$A_2 = \frac{N_u \cdot e_a}{\sigma_{st}(d - d')}$$



**2-E.L.S:**

$$\sigma_{st1} = \frac{N_s}{A_1} \left( 1 - \frac{e_a}{(d-d')} \right)$$

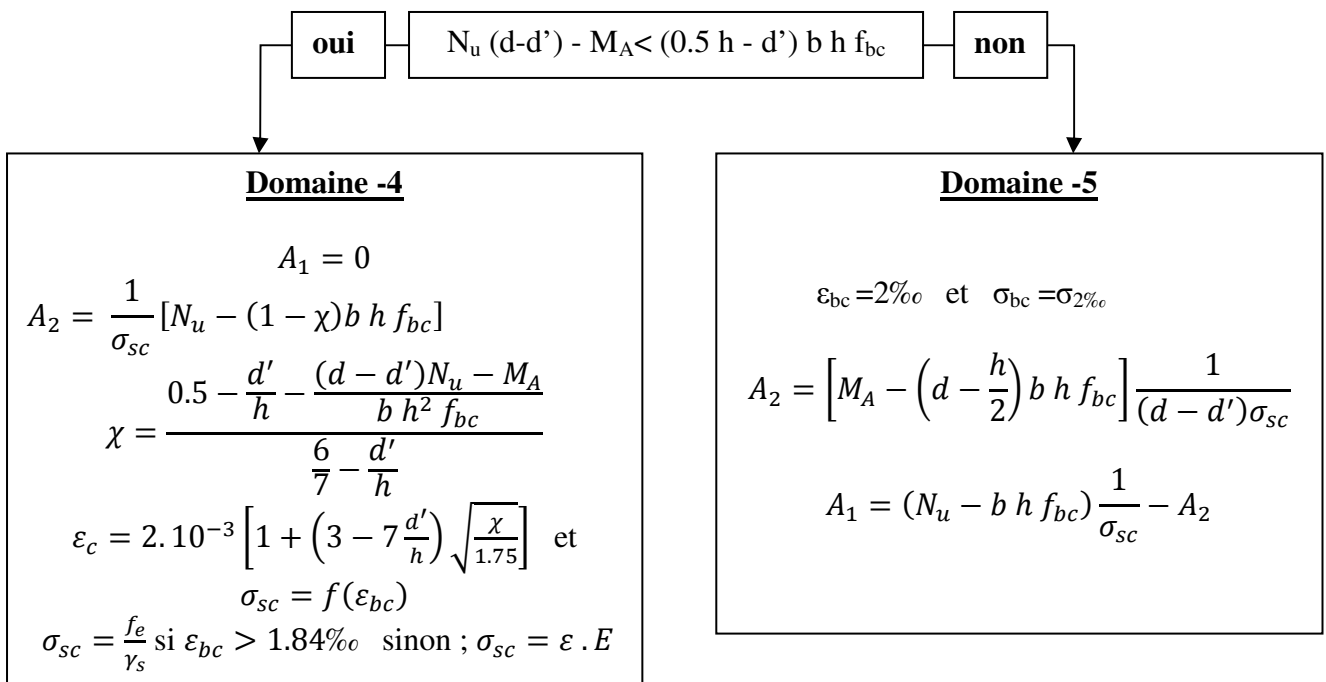
$$\sigma_{st2} = \frac{N_s \cdot e_a}{A_2 (d-d')}$$

$$(\sigma_{st1}, \sigma_{st2}) < \overline{\sigma_{st}}$$

**II) Section entièrement comprimée :**

**1. E.L.U :**

N effort de compression, centre de pression entre G et les armatures supérieures et près du CDG et la Condition des domaines 4- et -5- Vérifiée



**2. E.L.S:**

$$e_1 = \frac{- \left[ \frac{b h^3}{12} + b h e^2 + n A_2 \left( -e + \frac{h}{2} - d' \right)^2 + n A_1 \left( -e + \frac{h}{2} - d \right)^2 \right]}{-b h e + n A_2 \left( -e + \frac{h}{2} - d' \right) + n A_1 \left( -e + \frac{h}{2} - d \right)}$$

$$I_{AN} = \frac{b h^3}{12} + b h (e_1 - e)^2 + n A_2 \left( e_1 - e + \frac{h}{2} - d' \right)^2 + n A_1 \left( e_1 - e + \frac{h}{2} - d \right)^2$$

**Position de l'axe neutre:**

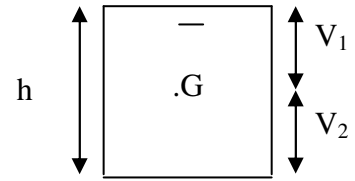
- Si  $|e_1| < h/2 + e \Rightarrow$  l'axe neutre à l'intérieur  $\Rightarrow$  **la section est partiellement comprimée (Voire partie de section partiellement comprimée à l'ELS: III.2)**
- Si  $|e_1| > h/2 + e \Rightarrow$  l'axe neutre à l'extérieur  $\Rightarrow$  **la section est entièrement comprimée**

**Section homogène:**

$$B = b h + n (A_1 + A_2)$$

$$\sigma_{bcmax} = \frac{N_s}{B} + \frac{M_s V_1}{I_{AN}} \leq 0,6 f_{c28} ;$$

$$\sigma_{bcmin} = \frac{N_s}{B} - \frac{M_s V_2}{I_{AN}} \geq 0$$



**III) Section partiellement comprimée:**

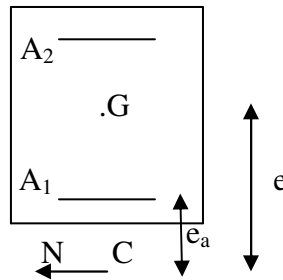
Une section sera partiellement comprimée si elle vérifie les conditions des domaines (2) ou (3) en plus, une section sera partiellement comprimée dans les trois cas suivant :

**1-E.L.U:**

**1<sup>ère</sup> cas :**

$N_u$  effort de traction et C à l'extérieur de la section

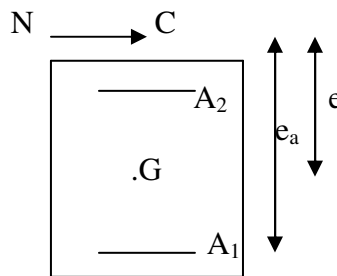
$$e_a = e - \left( d - \frac{h}{2} \right)$$



**2<sup>ème</sup> cas :**

$N_u$  effort de compression et C à l'extérieur de la section

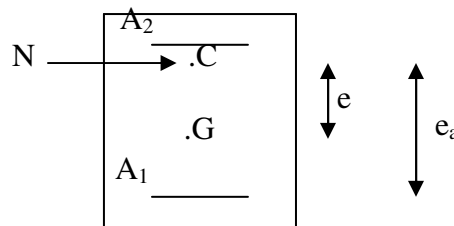
$$e_a = e + \left( d - \frac{h}{2} \right)$$

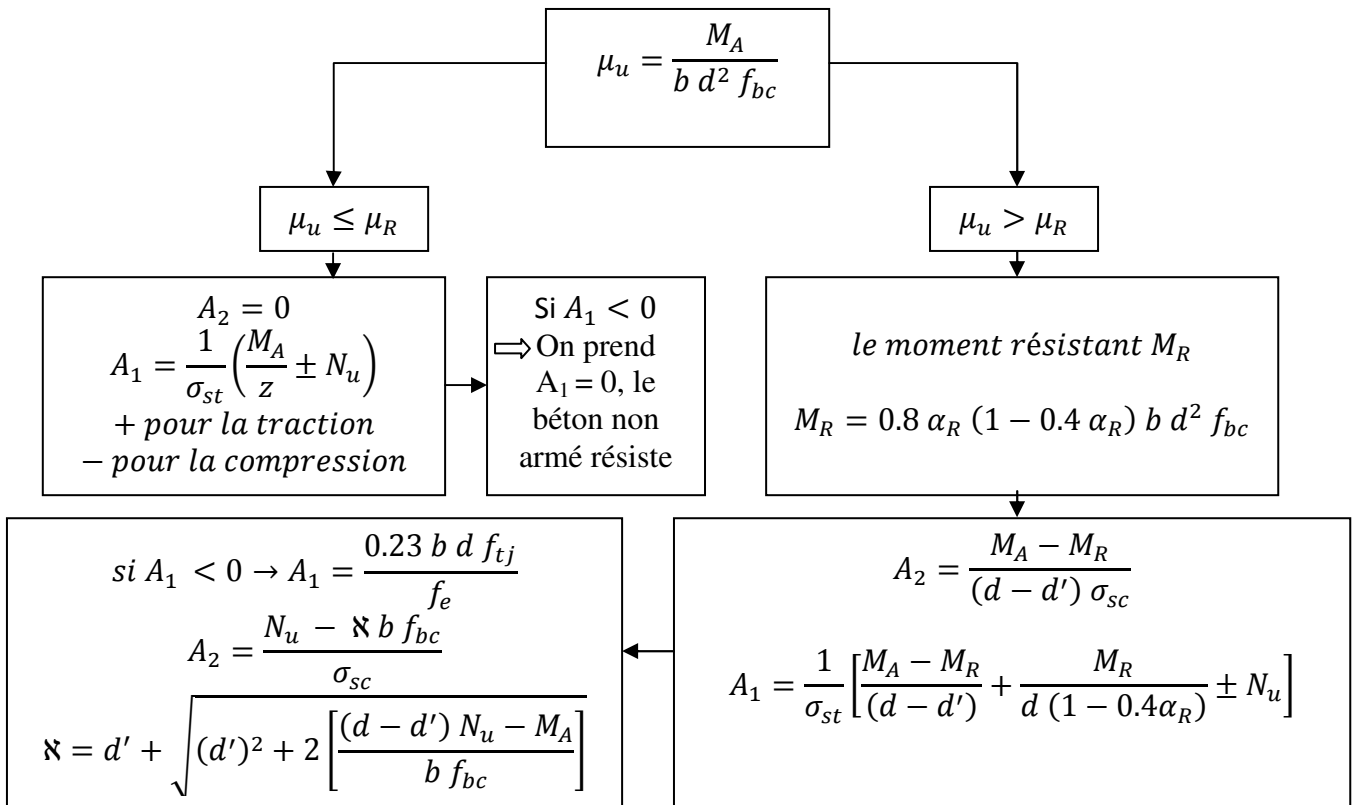


**3<sup>ème</sup> cas:**

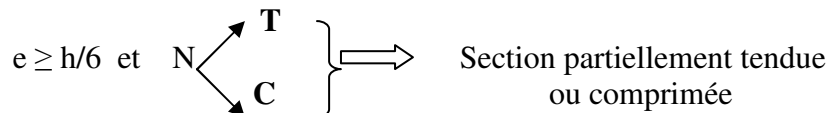
$N_u$  effort de compression et C à l'intérieur de la section et près de A2 et vérification de la condition des domaines

$$e_a = e + \left( d - \frac{h}{2} \right)$$





**2- E.L.S:**



**1) N effort de compression :**

$x = h/2 + e_1 - e$        $e_1^3 + P e_1 + q = 0$

$$P = -3 \left( e - \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{6 n A_2}{b} \left( e - \frac{h}{2} + d' \right) + \frac{6 n A_1}{b} \left( e - \frac{h}{2} + d \right)$$

$$q = 2 \left( e - \frac{h}{2} \right)^3 - \frac{6 n A_2}{b} \left( e - \frac{h}{2} + d' \right)^2 - \frac{6 n A_1}{b} \left( e - \frac{h}{2} + d \right)^2$$

p et q peuvent être négatifs

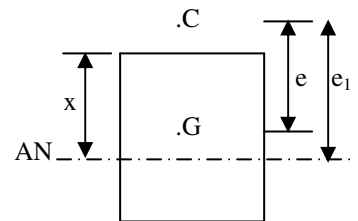
la Détermination de  $e_1$  peut se faire par

$e_1 = \sqrt[3]{-P e_1 - q}$       ou       $e_1 = \frac{-e_1^3 - q}{p}$

et on détermine  $x = h/2 + e_1 - e$

$$S = \frac{b x^2}{2} + n A_2 (x - d') - n A_1 (d - x)$$

$$\sigma_{bc} = \frac{N_s x}{S} \leq \overline{\sigma_{bc}} \quad \sigma_{st} = \frac{n N_s (d - x)}{S} \leq \overline{\sigma_{st}}$$

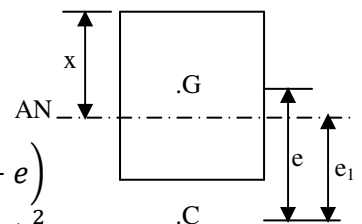


**2) N effort de traction :**

$x = h/2 + e - e_1$        $e_1^3 + P e_1 + q = 0$

$$P = -3 \left( e + \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{6 n A_2}{b} \left( e + \frac{h}{2} + d' \right) + \frac{6 n A_1}{b} \left( d - \frac{h}{2} - e \right)$$

$$q = 2 \left( e + \frac{h}{2} \right)^3 - \frac{6 n A_2}{b} \left( e + \frac{h}{2} + d' \right)^2 - \frac{6 n A_1}{b} \left( d - \frac{h}{2} - e \right)^2$$



de la même manière calculer :  $e_1 = \sqrt[3]{-P e_1 - q}$       ou       $e_1 = \frac{-e_1^3 - q}{p}$

### **Remarque**

- 1) Dans tous les cas si les contraintes ne sont pas vérifiées, il faut augmenter les armatures et refaire les calculs à l'ELS.
- 2) Pour le ferrailage transversal voir chapitre de l'effort tranchant en utilisant le coef K pour la flexion composée.