Exercices de machines et composantes industrielles

Exercice 1 :

Une pompe centrifuge, donnant 2500 l/min à une hauteur de 78 m et 1400 l/min à 110 m, refoule de l'eau à travers une conduite de fibre-ciment qui, pour le pompage 32 l/s donne une perte de charge de 10,6 m. la hauteur géométrique à soulever est de 75 m. Calculer :

a) la courbe caractéristique de la pompe en sa forme simplifiée.

b) L'équation caractéristique de la conduite.

c) Point de fonctionnement.

d) Le rognage de la roue pour obtenir 1900 l/min à 90 m sachant que le diamètre original est 350 mm.

Correction EX 1 :

a) $H_1 = a + b\,Q^2$

$$2500 \text{ l/min} = 41{,}67 \text{ l/s}$$

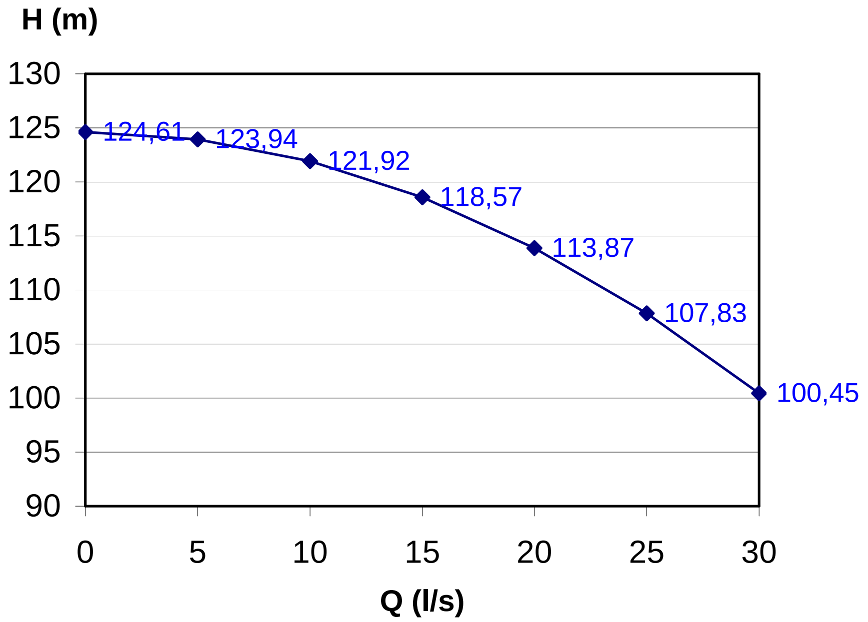
$$1400 \text{ l/min} = 23{,}33 \text{ l/s}$$

À partir de l'équation de H_1:

$$\begin{cases} 78 = a + b \times 41{,}67^2 \\ 110 = a + b \times 23{,}33^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 124{,}61 \\ b = -0{,}02684 \end{cases}$$

Donc, la courbe est donnée par : $H = 124{,}61 - 0{,}02684\,Q^2$

Q (l/s)	*0*	*5*	*10*	*15*	*20*	*25*	*30*
H_m (m)	*124,61*	*123,94*	*121,92*	*118,57*	*113,87*	*107,83*	*100,45*

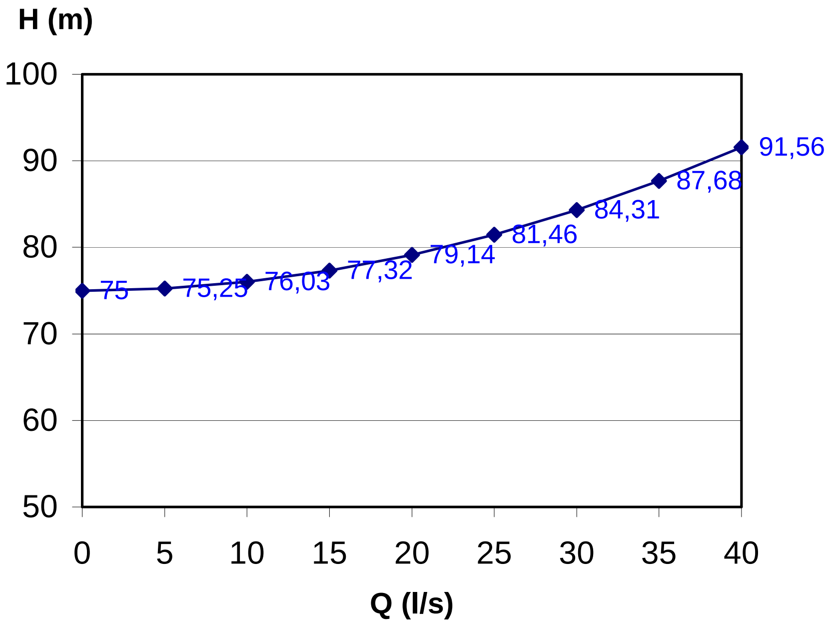


b) $H = 75 + K\,Q^2$

$$h_c = K\,Q^2 \Rightarrow 10{,}6 = K \times 32^2 \Rightarrow K = 10{,}6 / 32^2 = 0{,}0103515$$

$$\mathbf{H = 75 + 0{,}0103515 \cdot Q^2 \ (l/s)}$$

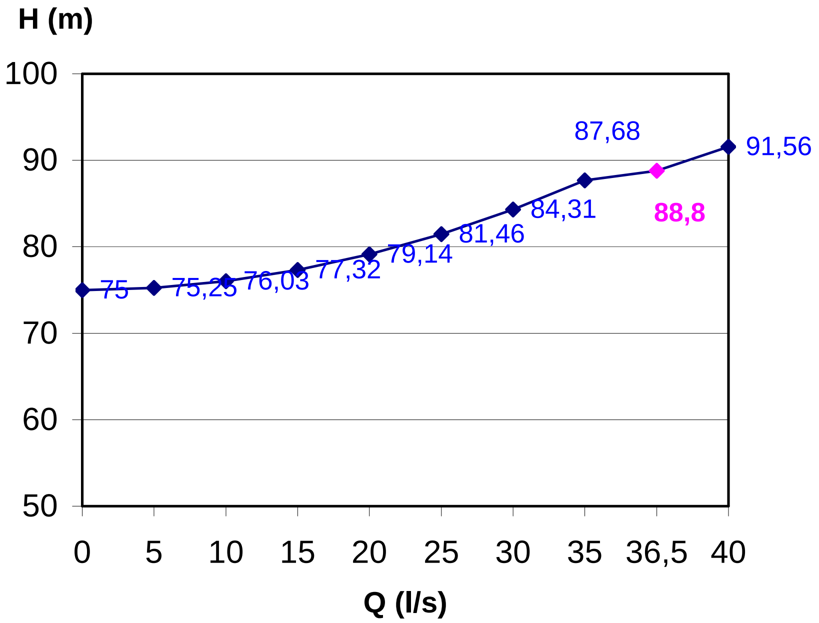
Q (l/s)	*0*	*5*	*10*	*15*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*
H_m *(m)*	*75*	*75,25*	*76,03*	*77,32*	*79,14*	*81,46*	*84,31*	*87,68*	*91,56*



c) $124{,}61 - 0{,}02684 \cdot Q^2 = 75 + 0{,}0103515 \cdot Q^2 \Rightarrow 124{,}61 - 75 = (0{,}0103515 + 0{,}02684) \cdot Q^2$

$$\mathbf{Q = \sqrt{\frac{49{,}61}{0{,}03719}} = 36{,}52\ l / s}$$

A ce débit correspond une pression de : $H = 75 + 0{,}0103515\,(36{,}52)^2 = 88{,}8$ *m.c.a.*



d) D_1 = 350 mm D?

Q = 1900 l/min = 31,66 l/s ⇨ H = 124,61 – 0,02684 · 31,66 = 97,7 m

H = 90 m

$$\frac{H_p}{H_{p1}} = \frac{Q_p}{Q_{p1}} = \left(\frac{D}{D_1}\right)^2 = \lambda^2$$

$$Hp_1 = 124,61 - 0,02684 \cdot (Qp_1)^2$$

$$H_{p1} = 124,61 - 0,02684(Q_{p1})^2$$

$$H_{p1} = \frac{H_p.Q_{p1}}{Q_p} = \frac{90.Q_{p1}}{31,66} = 2,84.Q_{p1}$$

$$2,84\ .Q_{p1} = 124,61 - 0,02684\ .(Q_{p1})^2$$

$$0,02684\ .(Q_{p1})^2 + 2,84\ .Q_{p1} - 124,61 = 0$$

$$Q_{p1} = \frac{-2,84 \pm \sqrt{2,84^2 + 4\ .0,02684\ .124,61}}{2\ .0,02684} = 33,35\ l\ /\ s$$

$$Hp_1 = 94,74\ m$$

$$\left(\frac{D}{D_1}\right)^2 = \frac{Q_p}{Q_{p1}} = \frac{31,66}{33,35} = \left(\frac{D}{350}\right)^2$$

$$D = 350.\sqrt{\frac{31,66}{33,35}} = 341,01mm$$

<u>*Exercice 2 :*</u>

Une pompe refoule un débit d’eau de 0,5 m^3/s, les diamètres des conduites de refoulement et d’aspiration sont 350 mm et 400 mm respectivement. La lecture de la pression exercée en refoulement à l’hauteur de l’axe de la pompe est de 125 KN/m^2 et sur le manomètre situé à l’aspiration ou refoulement à 0,6 m en dessous de l’axe de la pompe est de 10 KN/m^2.

Déterminer :

a. la hauteur manométrique totale de la pompe à l’aide de l’équation de Bernoulli.
b. La puissance absorbée par la pompe, si son rendement est de 82 %.
c. La puissance électrique fournie par le moteur, si son rendement est de 91 %.

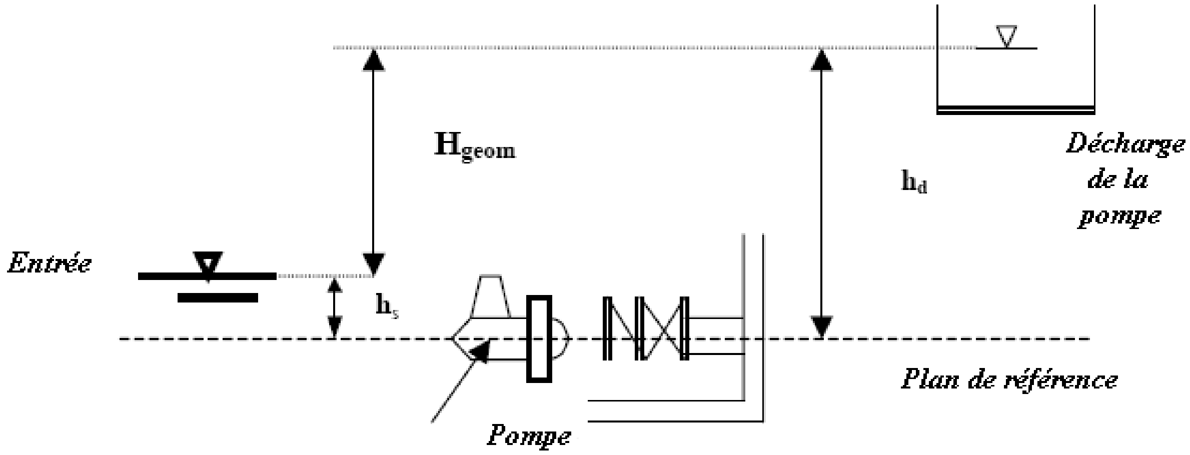
On donne :

$g = 9,81\ m.s^{-2}$; $\rho_{eau} = 1000\ Kg/m^3$

<u>*Solution EX 2:*</u>

a. Prenons comme point de référence l'axe de la pompe, si pour ce cas nous utiliserons l'équation de Bernoulli :

$$H_t = \frac{p_d}{\rho g} + \frac{V_d^2}{2g} + z_d - \left[\frac{p_S}{\rho g} + \frac{V_S^2}{2g} + z_S \right]$$



On a :

$$\frac{p_d}{\rho g} = \frac{125.10^3\ N/m^2}{9,81 \times 1000\ N/m^3} = 12,74\, m$$

On calcul la vitesse V_d : $\quad V_d = \frac{Q_d}{S_d}$

Où : Q_d débit de l'eau dans la conduite de refoulement ;

S_d section de la conduite de refoulement.

$$V_d = \frac{0,5\, m^3/s}{\frac{\pi}{4} \times \left(350.10^{-3}\right)^2 m^2} = 5,2\, m.s^{-1}$$

D'où : $\frac{V_d^2}{2g} = \frac{(5,2)^2 m^2.s^{-2}}{2 \times 9,81\, m.s^{-2}} \approx 1,38\, m$.

La lecture de la pression exercée en refoulement est effectuée sur l'axe de la pompe, donc : $z_d = 0$.

Pour l'aspiration, $\frac{p_s}{\rho g} = \frac{10.10^3\ N/m^2}{9,81 \times 1000\ N/m^3} = 1,02\, m$.

On calcul la vitesse V_s : $\quad V_s = \frac{Q_s}{S_s}$

Q_s et débit de l'eau dans la conduite de l'aspiration ; S_s section de la conduite de l'aspiration.

$$V_s = \frac{0,5\, m^3/s}{\frac{\pi}{4} \times \left(400.10^{-3}\right)^2 m^2} = 3,98\, m.s^{-1}$$

D'où : $\dfrac{V_s^2}{2g} = \dfrac{(3,98)^2 m^2.s^{-2}}{2 \times 9,81 m.s^{-2}} \approx 0,81 m$.

La lecture de la pression exercée en aspiration est effectuée à 0,6 m en dessous de l'axe de la pompe, donc : $z_s = -0,6\, m$.

Finalement, le calcul de la hauteur manométrique donne, suivant l'équation de Bernoulli :

$$H_t = 12,74 + 1,38 + 0 - [1,02 + 0,81 + (-0,6)]$$

On trouve : $\underline{H_t = 12,89\, m}$

b. La puissance hydraulique utile de la pompe est donnée par l'équation :

$$P_u(kW) = \frac{H_t(m) \times Q(m^3/h)}{367} \Rightarrow P_u = \frac{12,89 \times 0,5 \times 3600}{367} = 63,220\ kW$$

La puissance absorbée par la pompe, si son rendement est de 82 % sera donc :

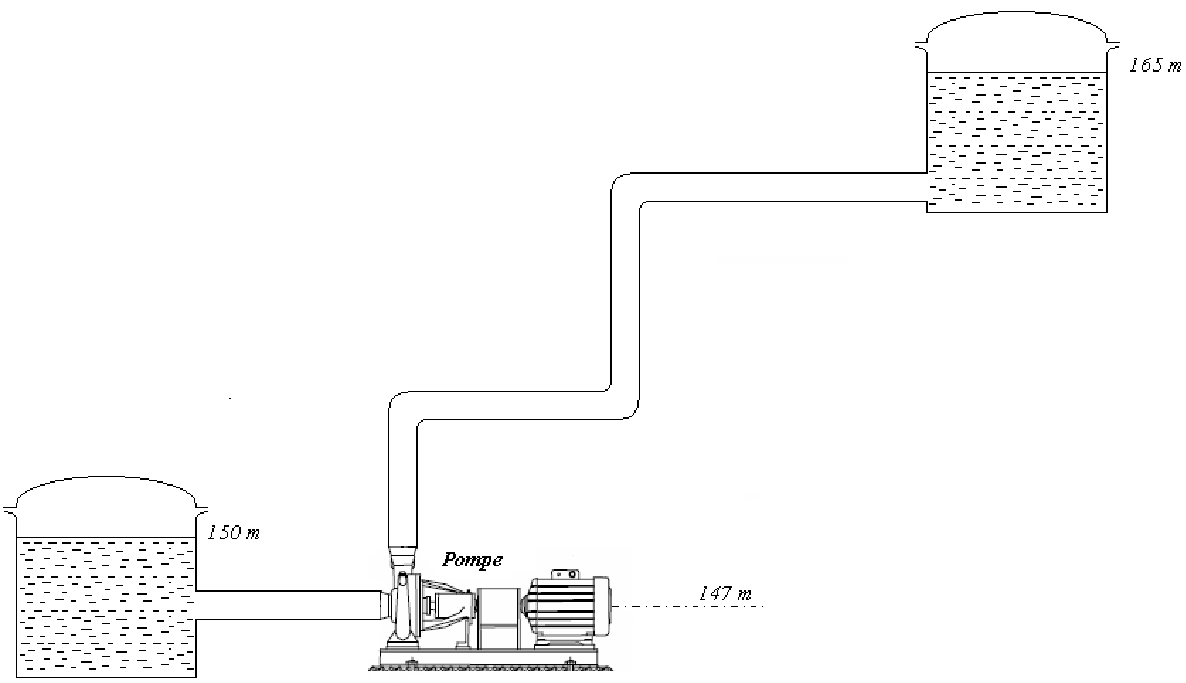
$$P_a = \frac{P_u}{\eta_p} = \frac{63,220}{0,82} = 77,1\ kW$$

c. La puissance électrique fournie par le moteur est donnée par :

$$P_m = \frac{P_a}{\eta_e} = \frac{77,1}{0,91} = 84,73\, kW$$

Exercice 3 :

Nous désirons établir la puissance nécessaire pour le moteur de la pompe centrifuge de l'installation définie sur la figure ci-dessous :



La courbe caractéristique de la pompe centrifuge est définie par le tableau suivant :

Q (l/s)	0	10	20	30	40	50
H (m)	25	23,2	20,8	16,5	12,4	7,3
η (%)	---	45	65	71	65	48

Les pertes de charges dans les différents accessoires sont égales à 6 fois la charge de la vitesse dans les conduites. Le fluide à pomper dans les conditions permanentes est l'eau avec une viscosité cinématique $\nu = 1.10^{-6}\ m^2/s$.

On donne : $L = 200\ m$; $D = 150\ mm$; $\varepsilon = 0{,}046\ mm$; *Accessoires :* $\sum K = 6$.

Le coefficient λ est estimé à l'aide l'équation de Haaland, donnée par :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1{,}8 \log\left[\frac{6{,}9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}\right)^{1,11}\right]$$

Valable pour $4.10^3 < Re < 1.10^8$ et $5.10^{-6} < \varepsilon/D < 0{,}01$.

Solution EX 3 :

L'application de l'équation de conservation de l'énergie entre les deux surfaces libres des réservoirs, avec une pompe installée en bas du réservoir d'aspiration, donne l'équation qui permet de définir la hauteur manométrique totale (H_m) de l'installation, c'est-à-dire :

$$H_m = H_2 - H_1 + \sum (\Delta H)_{sin} + (\Delta H)_{rég}$$

Où : H_1 : Hauteur géométrique d'aspiration ;

H_2 : Hauteur géométrique de refoulement ;

$\sum (\Delta H)_{sin}$: Somme de pertes de charges singulières ;

$(\Delta H)_{rég}$: Pertes de charges régulières à travers les conduites.

Les pertes de charges régulières et singulières sont données par les équations :

$$(\Delta H)_{sin} = K\frac{V^2}{2g} \ ; \ (\Delta H)_{rég} = \lambda . \frac{L}{D} . \frac{V^2}{2g}$$

Donc, on aura :

$$H_m = H_2 - H_1 + \sum K\frac{V^2}{2g} + \lambda\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

En exprimant l'équation en terme de débit $Q = V.S$, on obtient :

$$H_m = H_2 - H_1 + \sum K\frac{Q^2}{2gS^2} + \lambda\frac{L}{D}\frac{Q^2}{2gS^2}$$

⇨ $$H_m = H_2 - H_1 + \sum K\frac{Q^2}{2g\left(\frac{\pi}{4}D^2\right)^2} + \lambda\frac{L}{D}\frac{Q^2}{2g\left(\frac{\pi}{4}D^2\right)^2}$$

⇨ $$H_m = H_2 - H_1 + \sum K \frac{Q^2}{\frac{2\pi^2}{16}.g.D^4} + \lambda \frac{L}{D}\frac{Q^2}{\frac{2\pi^2}{16}.g.D^4}$$

⇨ $$H_m = H_2 - H_1 + \frac{16}{2\pi^2.g}\left(\sum K + \lambda\frac{L}{D}\right)\frac{Q^2}{D^4}$$

Ceci donne : $$H_m = 165 - 150 + 0{,}0826\left(\sum K + \lambda\frac{L}{D}\right)\frac{Q^2}{D^4}$$

Avec les données de l'exercice : *L = 200 m ; D = 150 mm ;* $\sum K = 6$.

⇨ $$H_m = 15\,m + 0{,}0826\left(6 + \lambda\frac{200}{150.10^{-3}}\right)\frac{Q^2}{\left(150.10^{-3}\right)^4}$$

On aura donc :

$$H_m = 15\,m + 163{,}16\left(6 + 1333{,}33\lambda\right)Q^2$$

Cette équation permet de déterminer la hauteur manométrique H_m requise par l'installation en mètres quand le débit du flux est donné en m^3/s sous la condition de calculer le coefficient de pertes de charge régulières λ.

Ce dernier, dépend de la nature de flux, soit laminaire ou turbulent, et donc, dépend du nombre de Reynolds donné par :

$$Re = \frac{V.D}{\nu} = \frac{Q}{S}\frac{D}{\upsilon} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}D}\frac{Q}{\upsilon} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}150.10^{-3}}\frac{Q}{10^{-6}} = 8488263{,}63\,Q$$

Une simple analyse des débits de fonctionnement de l'installation donné par le tableau permet de déterminer la grandeur de coefficient de Reynolds :

Q (l/s)	*0*	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*
Q (m^3/s)	*0*	*0,01*	*0,02*	*0,03*	*0,04*	*0,05*
Re	*0*	*84882,6*	*169765,3*	*254647,9*	*339530,5*	*424413,2*

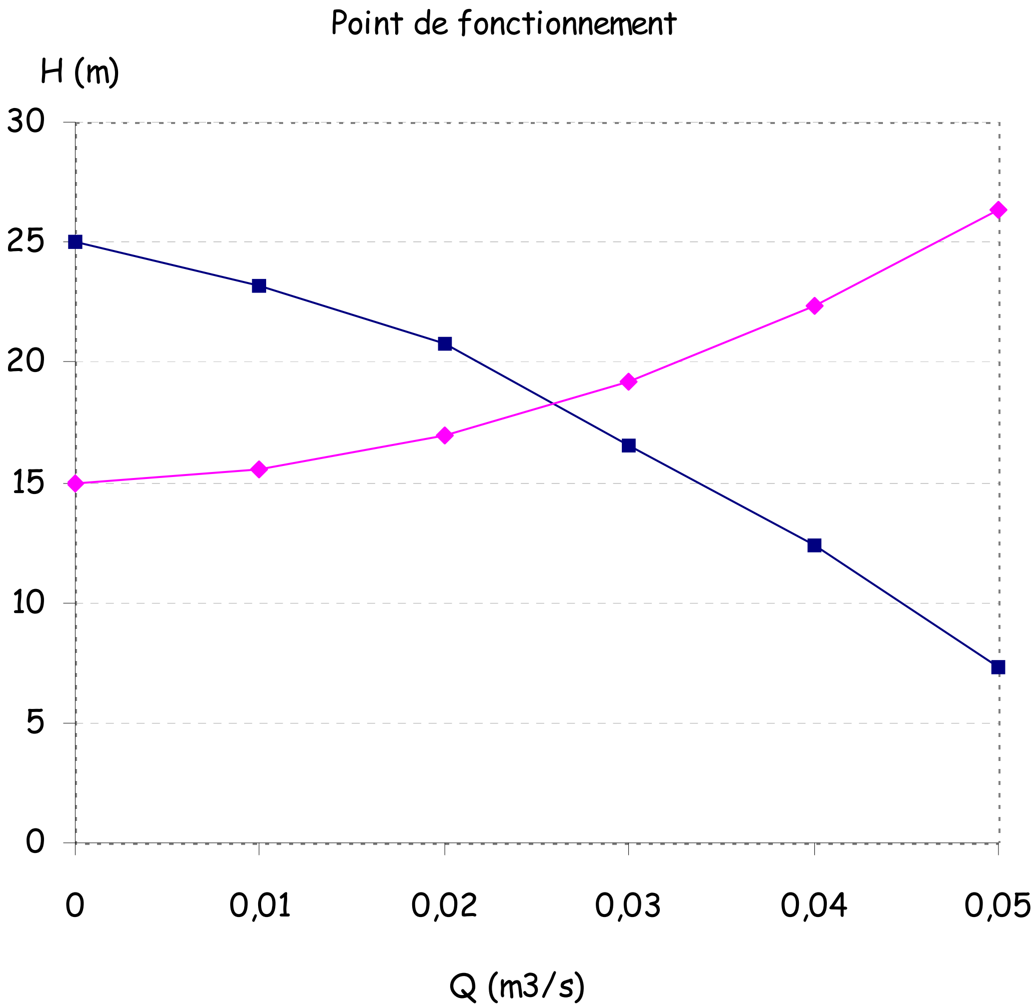
Donc, on peut facilement voir que le régime est turbulent (*Re > 4000*), pour lequel nous pouvons appliquer l'équation de Haaland pour calculer le coefficient de pertes de charge λ.

Les valeurs de *Re*, λ et H_m de l'installation sont regroupées sur le tableau suivant :

Q (l/s)	**Q (m^3/s)**	**Re**	**λ**	**H_m (m)**
0	*0*	*0*	*0*	*15,0*
10	*0,01*	*84882,6*	*0,02*	*15,53*
20	*0,02*	*169765,3*	*0,018*	*16,96*
30	*0,03*	*254647,9*	*0,0171*	*19,23*
40	*0,04*	*339530,5*	*0,0167*	*22,38*
50	*0,05*	*424413,2*	*0,0164*	*26,37*

Ceci nous permet de tracer, sur le même diagramme, la courbe caractéristique de l'installation H_m et celle de la pompe en fonction du débit :

Q (m^3/s)	*0*	*0,01*	*0,02*	*0,03*	*0,04*	*0,05*
H_{pompe} (m)	25	23,2	20,8	16,5	12,4	7,3
$H_{installation}$ (m)	*15,0*	*15,53*	*16,96*	*19,23*	*22,38*	*26,37*



L'intersection entre les deux courbes défini le point de fonctionnement A : $Q \approx 0{,}026\ m^3/s = 26\ l/s$ *et* $H \approx 18{,}5\ m$.

La puissance utile de la pompe sera donc :

$$P_u(kW) = \frac{H_t(m) \times Q\left(m^3/h\right)}{367}$$

A.N : $P_u = \dfrac{18{,}5 \times 0{,}026 \times 3600}{367} = 4{,}72\ kW$

La pompe fonctionne avec un rendement de l'ordre de 69 % au voisinage du point de fonctionnement, donc, le moteur doit avoir une puissance donnée par :

$$P_{moteur} = \frac{4{,}72}{0{,}69} = 6{,}84\ kW$$

Exercice 4 :

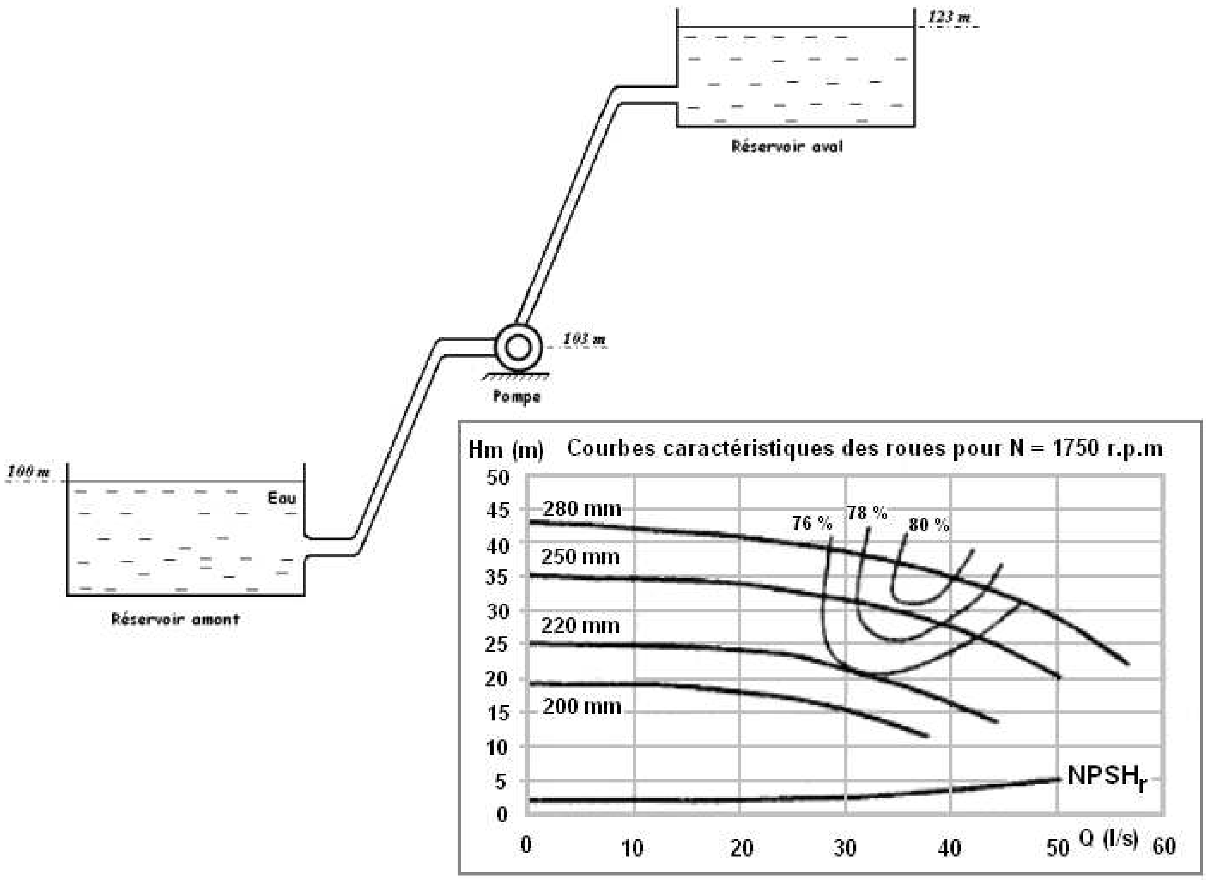
Une pompe doit tourner avec une vitesse de *1750 r.p.m* pour pomper de l'eau à une température de *50 °C* (densité relative égale à *0,98*) et à débit de *36 l/s*.

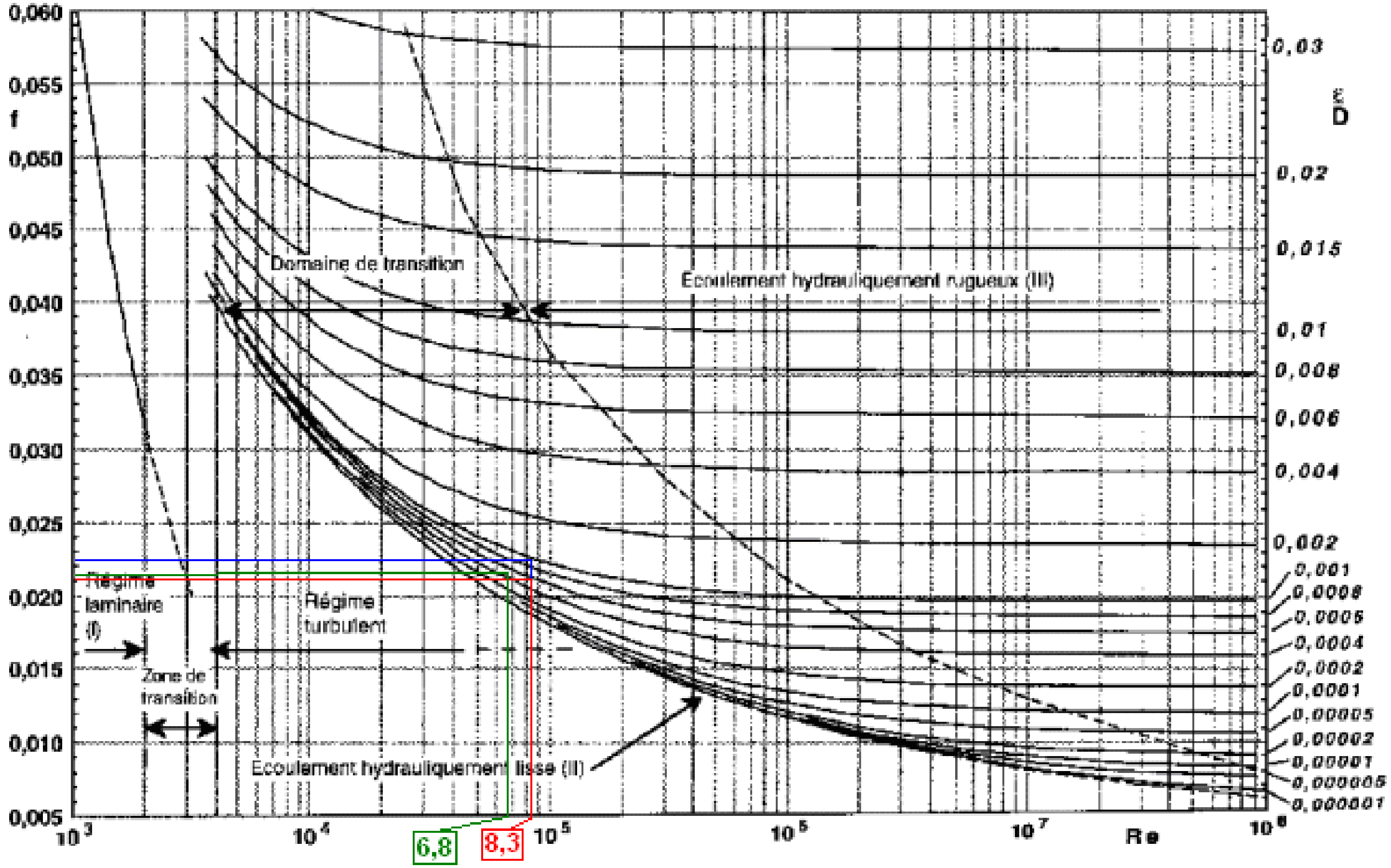
Pour conduire cette eau, on dispose de 3 classes de tubes : a) tube en acier (ε *= 0,0522 mm, D = 100 mm*), b) tube en acier (ε *= 0,0586 mm, D = 125 mm*) c) tube en fer galvanisé (ε *= 0,121 mm, D = 100 mm*).

Quelle est la taille de la roue de la pompe recommandée ainsi que celle des tubes sélectionnés ? La pression de la vapeur de l'eau à *50 °C* est de *1,26 m*.

On suppose que tant dans l'aspiration comme au refoulement du système le diamètre des tubes est le même et la longueur de la conduite d'aspiration est de *5 m*.

Donnée : La longueur totale des conduites d'aspiration et de refoulement *L = 100 m* ;
Les pertes de charges singulières sont négligeables.
La pression atmosphérique vaut $1{,}013.10^5\ Pa$.





<u>Diagramme de Moody : Coefficient de frottement dans les tuyauteries, λ, en fonction du nombre de REYNOLDS, Re, et de la rugosité relative, D/ε</u>

Solution EX 4 :

Pour sélectionner la taille de la roue il est nécessaire de définir la courbe caractéristique de l'installation. Ainsi, par l'intermédiaire de l'application de principe de conservation de l'énergie entre le réservoir d'aspiration et celui de refoulement, on peut écrire :

$$H_m = Hga + Hgr + (\Delta H_{sin})_{asp+ref} + (\Delta H_{rég})_{asp+ref}$$

Les pertes de charges singulières sont négligeables, $Hg_a = 3\ m$ et $Hg_r = 23\ m$, donc :

⇨ $$H_m = 23 + (\Delta H_{rég})_{asp+ref}$$

Les pertes de charge régulières sont données par l'équation :

$$\Delta H_{règ} = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \lambda \frac{L}{D}\frac{Q^2}{2gS^2} = \lambda \frac{L}{D}\frac{Q^2}{2g\left(\pi \frac{D^2}{4}\right)^2} = \frac{16}{2g\pi^2}\lambda \frac{L}{D}\frac{Q^2}{D^4}$$

⇨ $$\Delta H_{règ} = 0{,}0826\lambda\ L\frac{Q^2}{D^5}$$

On pose : $C_i = 0{,}0826\lambda\ \frac{L}{D^5}$, donc : $\Delta H_{règ} = C_i\, Q^2$, avec C_i est un facteur qui dépendra du type de la conduite.

Le coefficient de pertes de charge λ dépend du régime de l'écoulement, c'est-à-dire de Re :

$$Re = \frac{V.D}{\nu} = \frac{Q}{S}\frac{D}{\nu} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}D\nu}Q$$

ν_{eau} à t = 50 °C est donnée par les tables (voir cours) : $\nu = 0{,}553.10^{-6}\ m^2/s$

Le coefficient de pertes de charges peut être estimé à partir de la figure donnant λ pour différents valeurs de *Re* et la rugosité relative ε / D :

Tube	*(a) en acier*	*(b) en acier*	*(c) en fer galvanisé*
D (mm)	*100*	*125*	*100*
Re	*828872*	*687979,3*	*828872*

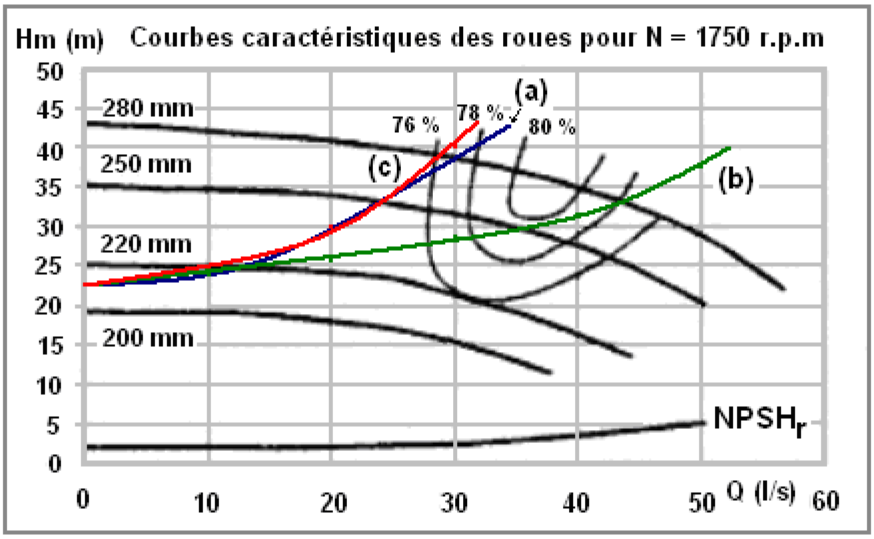
Donc, pour les 3 cas, il s'agit bien d'un régime turbulent. On calcule donc le coefficient de pertes de charge pour les 3 cas (3 tubes) à l'aide du diagramme de Moody (voir figure) et on calcule ensuite les coefficients C_i :

Tube	*(a) en acier*	*(b) en acier*	*(c) en fer galvanisé*
D (mm)	*100*	*125*	*100*
ε (mm)	*0,0522*	*0,0586*	*0,121*
ε / D	0,000522	*0,0004688*	*0,00121*
λ	***0,021***	***0,0215***	***0,0225***
C_i ($m^{-5}.s^2$)	***17346***	***5819,27***	***18585***

A partir des valeurs Ci de ce tableau, les caractéristiques $H_m = 23 + C_i Q^2$ pour les différents tubes peuvent être calculé pour différentes valeurs de débits Q.

Q (l/s)	*0*	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*
H_m (m) (a)	23	24,7	29,9	38,6	50,8	66,4
H_m (m) (b)	23	*23,6*	25,33	28,2	32,3	*37,5*
H_m (m) (c)	23	*24,9*	30,4	39,7	52,7	*69,5*

On trace les caractéristiques correspondantes pour les 3 types de tubes sur le diagramme caractéristique de la pompe, on a :



(c) *Tube en fer galvanisé*

(b) *Tube en acie (D = 125 mm)*

(a) *Tube en acier (D = 100 mm)*

Sur cette figure, le tube en acier de 125 mm présente la faible perte en énergie pour n'importe quel débit de la pompe. Ainsi, en principe, c'est le tube à sélectionner.

Egalement, la roue de la pompe à sélectionner est celle de 250 mm de diamètre car avec le tube qu'on vient de sélectionner l'installation exige à la pompe une petite charge H_m, ce qui se traduit par une faible puissance de moteur. Par conséquent, le point de fonctionnement est *Hm = 28 m* et *Q = 36 l/s*, en bas d'une puissance de pompage de 79 %.

Néanmoins cette sélection, il est nécessaire de définir si la ligne d'aspiration présente ou non la cavitation. Pour cela, on doit déterminer le $NPSH_{Disponible}$ de l'installation et lui comparer avec le $NPSH_{Requis}$ de la pompe quand le débit est de *36 l/s*.

$$NPSH_{Disp} = -Hga + \frac{p_0 + p_b - p_v}{\rho g} - \Delta H_a + \frac{V_e^2}{2g}$$

Avec :

p_0 : pression effective régnant à la surface libre du bassin d'aspiration ($=0$ pour notre cas).

p_b : pression atmosphérique.

p_v : pression de la vapeur saturante (pour $t = 50\ °C$: $p_v = 0{,}123\ bar = 0{,}123 \times 10^5\ Pa$).

Ve : vitesse d'écoulement dans le réservoir d'aspiration, nulle en général.

Hga : hauteur géométrique d'aspiration ($= -3\ m$).

ρ : masse volumique ($= 988\ Kg/m3$ pour $t = 50\ °C$).

Les pertes de charge dans la conduite d'aspiration sont calculées par :

$$\Delta H_a = 0{,}0826\,\lambda\, L\frac{Q^2}{D^5} = 0{,}0826 \times 0{,}0215 \times 5 \times \frac{\left(36.10^{-3}\right)^2}{\left(125.10^{-3}\right)^5}$$

⇨ $$\underline{\Delta H_a = 0{,}377\ m}$$

D'où : $$NPSH_{Disp} = -3 + \frac{0 + 1{,}013.10^5 - 0{,}123.10^5}{988 \times 9{,}81} - 0{,}377 = 5{,}805\ m$$

Le $NPSH_{requis}$ s'obtient à partir de la figure donnée en haut. On trouve pour un débit de 36 l/s un $NPSH_r \approx 3$ m. donc, la condition de non cavitation $\boldsymbol{NPSH_{requis} \leq NPSH_{disponible}}$ est vérifiée, et donc, le tube en acier de 125 mm de diamètre garanti un bon fonctionnement à l'aspiration.

<u>Exercice 5 :</u>

L'essai d'une pompe centrifuge avec l'eau, qui a des côtés et des diamètres d'aspiration et de refoulement, a donné les résultats suivants :

Pression de refoulement : 3,5 Kg/cm², pression de l'aspiration : 294 mm en colonne de mercure, débit : 6,5 l/s.

Pour le moteur : 4,65 m.Kg, nombre de révolutions par minutes : N = 800.

Déterminer :

a- la puissance utile en CV ;
b- la puissance consommée et le rendement de la pompe ;
c- le débit, la puissance pour le moteur, et la hauteur manométrique acquise par la pompe si le nombre de r.p.m est doublé, en conservant le même rendement.

a. la puissance utile est donnée par l'équation : $\boldsymbol{Pu = \rho.g.Q.H}$

<u>Solution EX 5 :</u>

Entre l'entrée (1) et la sortie (2) de la pompe, l'augmentation de l'énergie spécifique (énergie par unité de poids) du liquide ou la hauteur crée par la pompe est donnée par :

$$H = \left[\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \right] - \left[\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 \right]$$

Avec : ρ : masse volumique du liquide (eau).

g : Accélération de la pesanteur.

Les vitesses aux niveaux des brides d'aspiration $\boldsymbol{V_1}$ et de refoulement $\boldsymbol{V_2}$ sont les mêmes vu que les conduites d'aspiration et de refoulement ont le même diamètre, et la différence des hauteurs (côtés) $\boldsymbol{Z_1}$-$\boldsymbol{Z_2}$ des deux brides est nulle :

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$$

<u>Note :</u> *Le poids de 9.81 N correspond à une masse de 1 kg.*

- ⇨ p_2 c'est la pression de refoulement, donnée par : $p_2 = 3{,}5 \frac{Kg}{cm^2} = 3{,}5.10^4 \frac{Kg}{m^2}$;
- ⇨ p_1 c'est la pression d'aspiration donné par : $p_1 = 294 mmHg$

<u>*Conversion :*</u> *760 mmHg* = 1,01325.10^5 *pascals*

294 mmHg = x pascals

$$\Rightarrow x = \frac{294 \times 1{,}01325.10^5}{760} = 39196{,}776$$

$$p_1 = 39196{,}776 \text{ Pascals} = 39196{,}776 \frac{N}{m^2}$$

Le poids de *9,81 N* correspond à une masse de *1 kg*, et donc, p_1 correspond à une pression de *3995,594 Kg/m²*. En effet : $\frac{39196{,}776}{9{,}81} \frac{Kg}{m^2} = 3995{,}594 \frac{Kg}{m^2}$.

A partir des données de p_1 et p_2, et suite aux unités prises en *Kg/m²* et non en *N/m²* vu qu'on a déjà pris en compte de la pesanteur g dans le calcul des pressions, on a :

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad \text{Avec } p_1 \text{ et } p_2 \text{ seront prise en } Kg/m^2.$$

$$\Rightarrow H = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{3{,}5.10^4 - 3995{,}594}{1000} \frac{Kg/m^2}{Kg/m^3} = 31 m$$

Et donc, le calcul de la puissance *Pu* donne :

$$Pu = \rho.g.Q.H = 1000 \times 9{,}81 \times 6{,}5.10^{-3} \times 31 \frac{Kg}{m^3}.\frac{m}{s^2}.\frac{m^3}{s}.m = 1976{,}72 \frac{N.m}{s} = 1976{,}72 Watt$$

Finalement, cette puissance vaut en *CV*, puisque *1CV = 736 Watt*, la valeur de :

$$Pu = \frac{1976{,}72}{736} CV = 2{,}69\, CV$$

b. La puissance consommée et le rendement de la pompe ;

La puissance consommée c'est la puissance mécanique consommée par la pompe, donnée par :

$$P_m = C_m .2\pi .N$$

Avec : N : Vitesse de rotation de l'arbre moteur (*tr/s*)

C_m : Couple du moteur (*N.m*).

La valeur du C_m = *4,65 m.Kg* correspondra à une valeur de *45,62 N.m*, en effet : $4{,}65 \times 9{,}81\, m.N = 45{,}62\, N.m$.

$$P_m = \frac{45{,}62 \times 2\pi .800}{60} \frac{N.m}{s} = 3819{,}91\, Watt = \frac{3819{,}91}{736} CV = 5{,}19\, CV$$

Le rendement est donné par : $\eta = \frac{Pu}{P_m} = \frac{2{,}69}{5{,}19} = 0{,}52 = 52\%$.

c. Le débit, la puissance pour le moteur, et la hauteur manométrique acquise par la pompe si le nombre de r.p.m est doublé, en conservant le même rendement.

Le calcul par similitude donne, pour une même pompe : $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2}$

D'où : $Q_2 = \frac{N_2}{N_1} Q_1 = \frac{2.N_1}{N_1} Q_1 = 2.Q_1 = 2 \times 6{,}5 = 13\, l/s$

Par similitude, le calcul de la hauteur manométrique est donné par : $\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$

D'où : $H_2 = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 H_1 = 4 \times 31 = 124\, m$

Le calcul de la nouvelle valeur de la puissance mécanique consommée donne : $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^3$

D'où : $P_2 = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^3 P_1 = 8 \times 5{,}19 = 41{,}52\, CV$