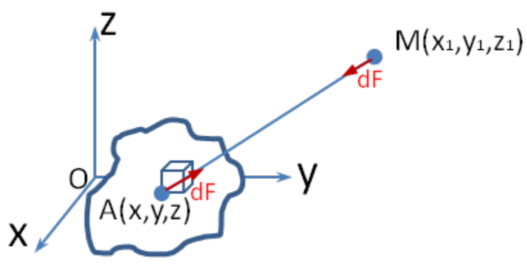
Université A. Belkaid – Tlemcen
Faculté de Technologie
Département de Génie Civil

Niveau : MASTER

TD N°01 : Théorie des contraintes

Exercice 1



Exprimer les équations d'équilibre d'un parallélépipède infiniment petit découpé dans un corps de masse volumique ρ sur lequel agit :

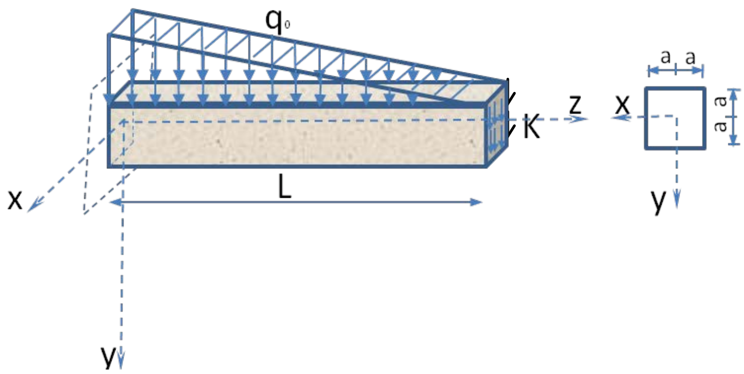
1/ La force de la pesenteur (poids propre). Prendre un référentiel (x,y,z) dont l'axe Z est perpendiculaire à la surface de la terre.

2/ La force d'attraction due à une masse M siuée en un point de coordonnées (x1, y1, z1). (Voit Figure). On rappèle que l'intensité de la force d'attraction (Loi de NEWTON) entre deux masses **« M »** et **« m »** distantes de **« r »** est donnée par : $\mathbf{F} = \mathbf{K}\frac{\mathbf{Mm}}{\mathbf{r^2}}$ avec **K= 6,67 x 10 $^{-11}$ m^3/kg.s^2**.

Retrouver le résultat de la question 1, sachant que la masse **« M »** et le rayon **« r »** de la terre sont : **M=5,98 x 10^{24} kg** et **r= 6,3783 x 10^6 m**

Exercice 2

Soit une poutre console de longueur **« L »** et de section transversale **(2a x 2a)**. Sa face de droite est chargée par un cisaillement uniforme **« K »**, alors que sa face supérieure est soumise à une charge décroissant linéairement de **« q_0 »** à **0** entre **z=0** et **z=L**. Le chargement est constant selon **x**. Les autres faces ne sont pas chargées. Enfin, il faut noter que K et q_0 sont des forces par unité de surface.



Ecrire les conditions aux limites en contraintes pour ce problème.

Exercice 3

L'état de contraintes en un point quelconque M(x,y,z) est donné par la distribution suivante :

$$\sigma_x = \frac{x^2}{2} \; ; \; \sigma_y = \frac{y^2}{2} \quad ; \; \sigma_z = \frac{z^2}{2}$$

$$\tau_{xy} = x - \frac{y^2}{2} \quad ; \; \tau_{xz} = 0 \quad ; \quad \tau_{yz} = 0$$

1/ Déterminer les composantes des forces volumiques pour que les équations d'équilibre soient satisfaites ;

2/ Déterminer les contraintes et directions principales au point P(1,1,1) ;

3/ Déterminer les contraintes de cisaillement maximum au point P ;

4/Déterminer les composantes du vecteur normal $\vec{n}(l,m,n)$ pour lequel on a : $\sigma_n = \frac{1}{2} \qquad et\ \tau = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 4

La matrice associée au tenseur des contraintes en un point M est :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} -120 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 30 \\ 0 & 30 & 40 \end{bmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

1/ Calculer les contraintes principales et leurs directions en M;

2/ Calculer les composantes du vecteur contraintes (σ_n , τ) dans la direction de la première bissectrice du plan (x,y).

Exercice 5

1/ Déterminer la relation qui existe entre les contraintes principales pour un plan ayant un vecteur normal $\vec{n}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$est tel que : $\sigma_n = \sigma_1 \quad et\ \tau = \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{2}$

2/ Quel est l’état de contraintes représenté par la relation trouvée ?