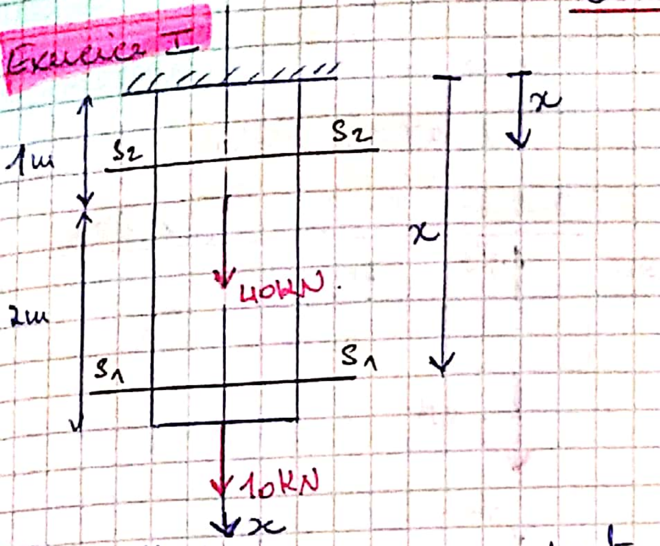
Solutions de la série des travaux dirigés 2

TD 2 " Sollicitations axiales : Traction-Compression"

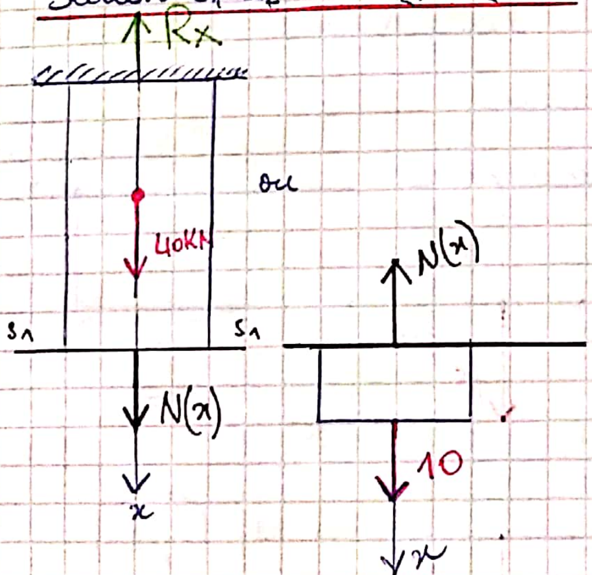
Série T
GC L

Exercice I



Les efforts normaux sont déterminés par des sections fictives

Section S_1-S_1 $\quad 1 \leq x \leq 3m$.



Dans ce qui suit les 2 manières de faire sont présentées.

En utilisant l'équilibre de la partie en haut.

L'équilibre local est vérifié si P.F.S est vérifié.

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow N(x) + 40 - R_x = 0$

Pour cette partie il faut

Calculer la réaction R_x par l'équilibre globale de la partie

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow R_x = 50kN$.

Donc

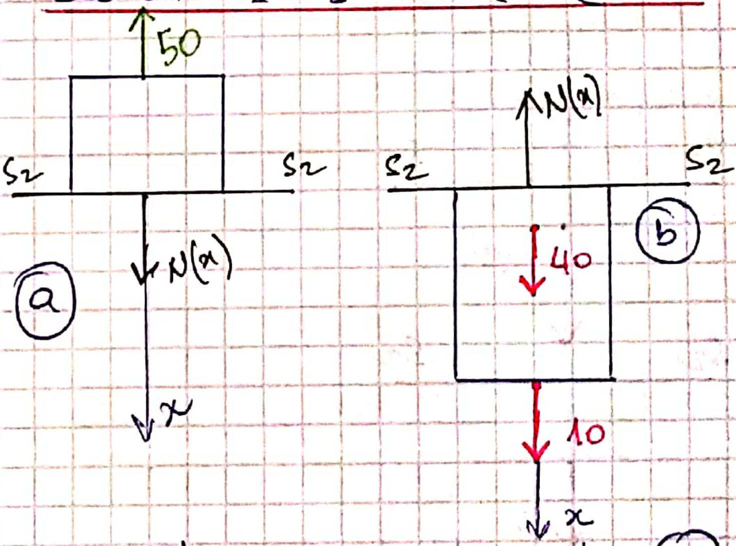
$N(x) = 50 - 40 \Leftrightarrow N(x) = 10kN$.

En utilisant l'équilibre de la partie en bas de la section.

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + 10 = 0$.

$\Leftrightarrow N(x) = 10kN$

Section S_2-S_2 $\quad 0 \leq x \leq 1m$.



Équilibre de la partie (a)

$\Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow N(x) - 50 = 0$

$\Leftrightarrow N(x) = 50kN$

ou bien

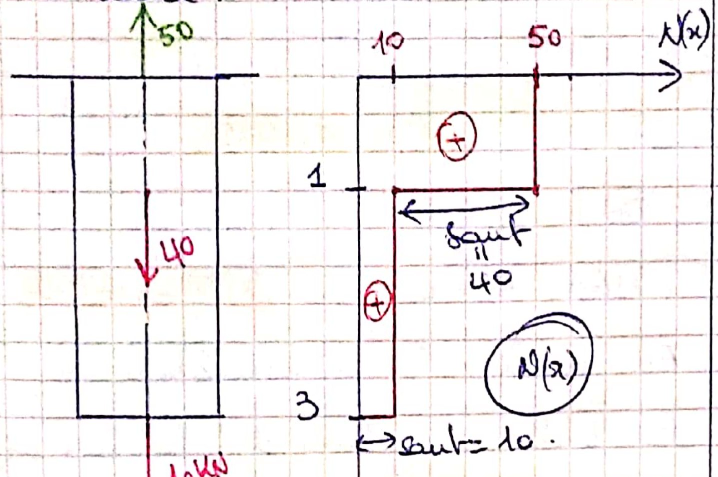
d'équilibre de la partie (b)

$\Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + 40 + 10 = 0$

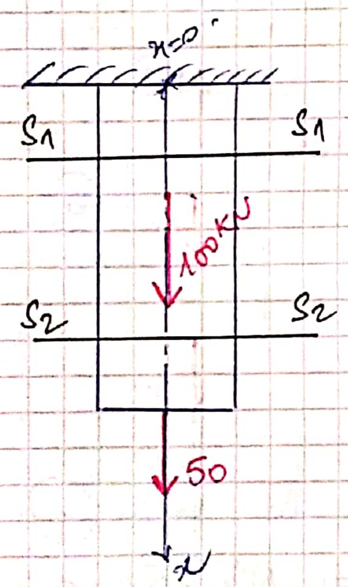
$\Rightarrow N(x) = 50kN$

et donc on remarque que par l'équilibre de la partie (a) ou la partie (b) on trouve le même résultat.

Le diagramme de l'effort normal.

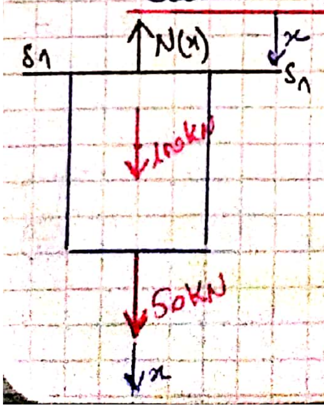


C'est une partie soumise à la traction



Dans cet exemple nous allons faire l'équilibre local du système au bas de la section

Section $S_1 - S_1$ $0 \leq x \leq 1m$.

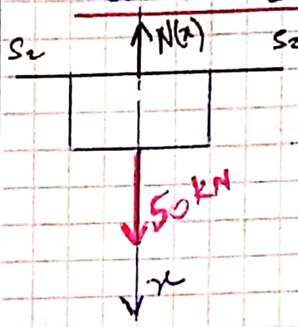


L'équilibre local est assuré si:

$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow 50 + 100 - N(x) = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{N(x) = 150 kN}$.

Section $S_2 - S_2$ $1 \leq x \leq 2m$.

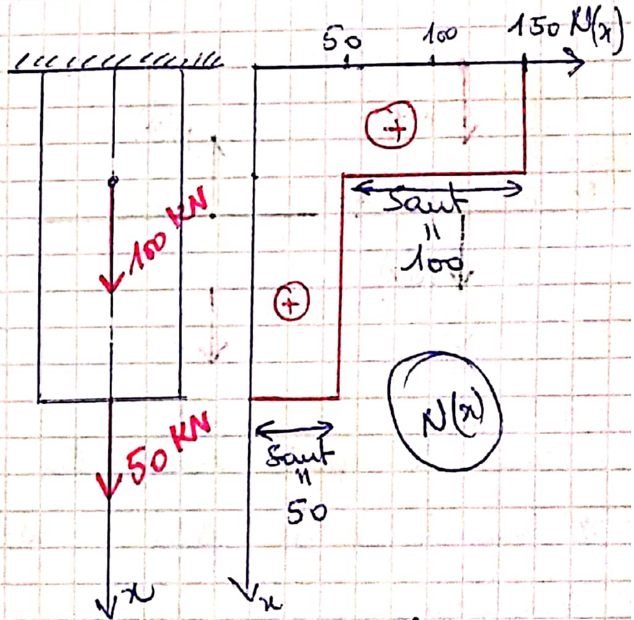


De même, l'équilibre local

$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow 50 - N(x) = 0$

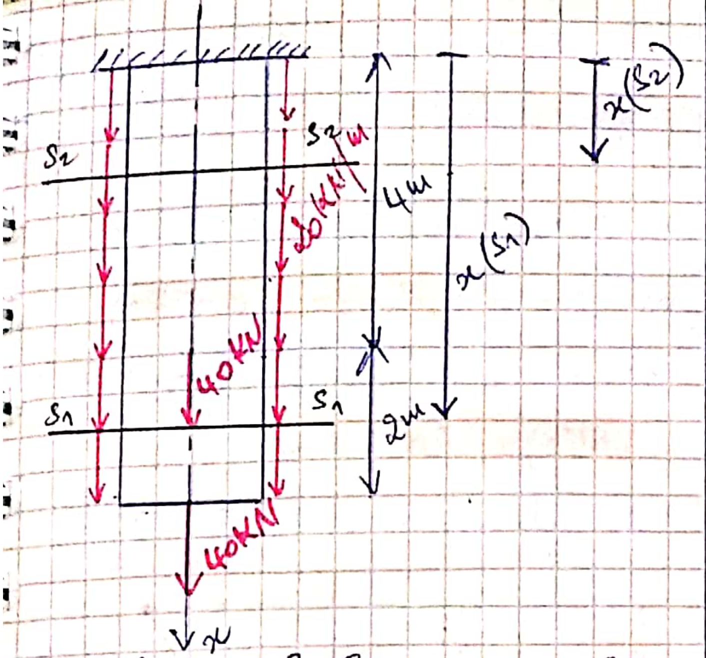
$\Leftrightarrow \boxed{N(x) = 50 kN}$.

Le diagramme de l'effort normal.



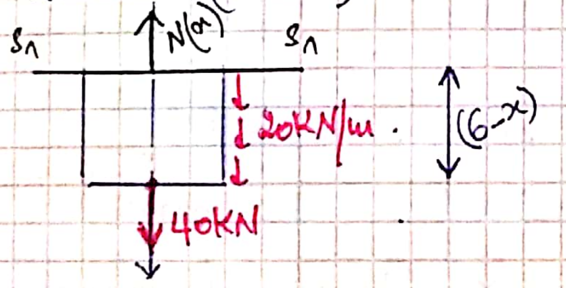
De même la partie est soumise à la traction

Les sauts représentés sur les diagrammes ont pour valeur, la valeur de la force appliquée



Section S_1-S_1 $4 \leq x \leq 6m$.

L'equilibre local est exprimé pour la partie de partie en bas de la section (S_1-S_1).



$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + 40 + 20(6-x) = 0$

$\Leftrightarrow N(x) = 40 + 20(6-x)$.

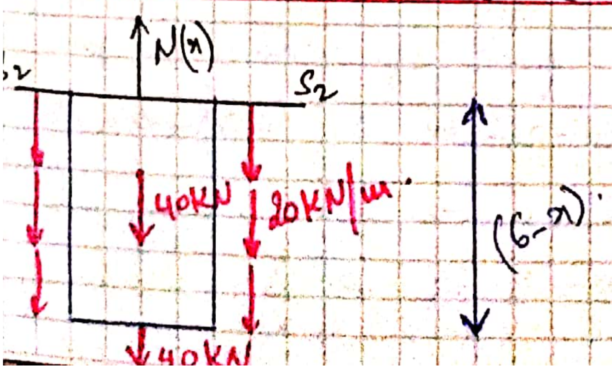
pour $x = 4$; $N(4) = 40 + 20(6-4)$.

$\Leftrightarrow$ $N(4) = 80\,kN$

pour $x = 6$; $N(6) = 40 + 20(6-6)$.

$\Leftrightarrow$ $N(6) = 40\,kN$

Section S_2-S_2 $0 \leq x \leq 4m$.



$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + 40 + 40 + 20(6-x) = 0$

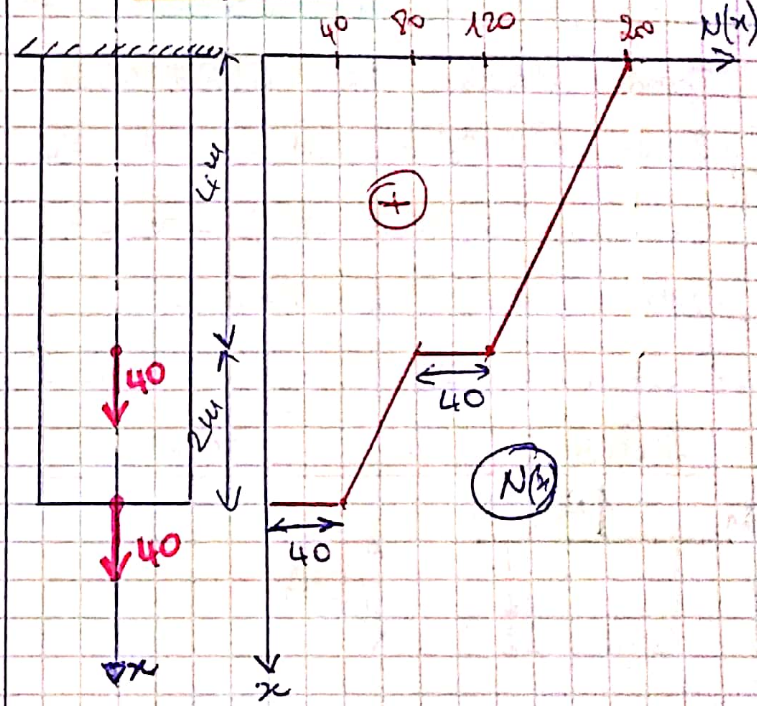
$\Leftrightarrow N(x) = 80 + 20(6-x)$

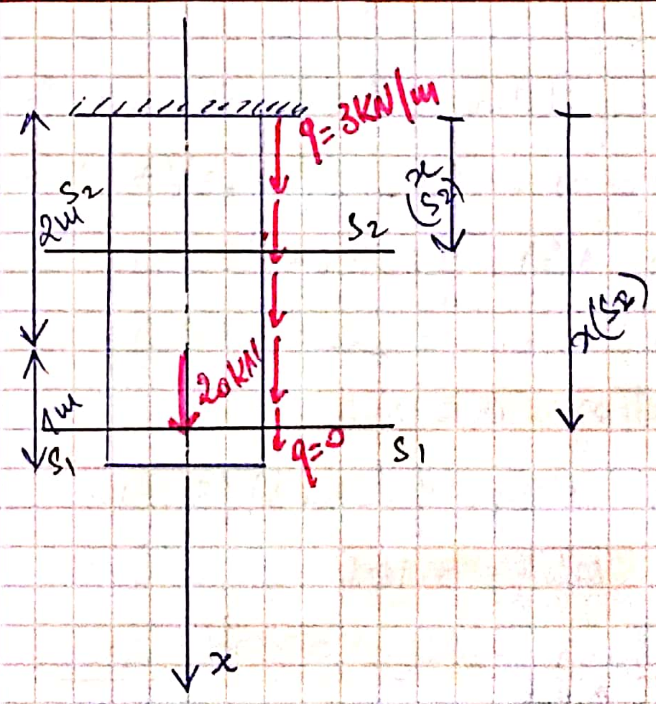
Pour $x = 0$; $N(0) = 80 + 20.6$

$N(0) = 200\,kN$

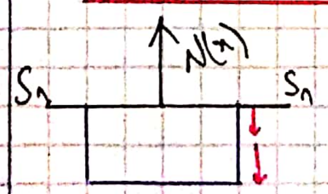
Pour $x = 4$; $N(4) = 80 + 20(6-4)$.

$N(4) = 120\,kN$





Section S_1-S_1. $2 \leq x \leq 3m$.



Scanned with CamScanner

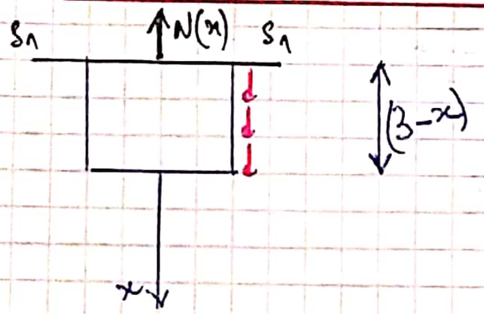
Déterminons d'abord l'équation de la charge linéairement répartie $\Rightarrow q(x) = ax+b$.

$$q(x) = ax+b$$
$$q(0) = 3 \Leftrightarrow a.0+b=3 \Rightarrow b=3$$
$$q(3) = 0 \Leftrightarrow a.3+3=0 \Rightarrow a=-1.$$

Donc dans le repère choisi (l'axe x) la équation de la charge s'écrit $q(x) = -x+3$.

Déterminons maintenant l'expression de l'effort normal.

Section S_1-S_1 $\quad 2 \leq x \leq 3$ m.



L'équilibre local s'écrit alors

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + \frac{1}{2}(-x+3)(3-x) = 0$$
$$\Leftrightarrow N(x) = \frac{1}{2}(-x+3)(3-x)$$

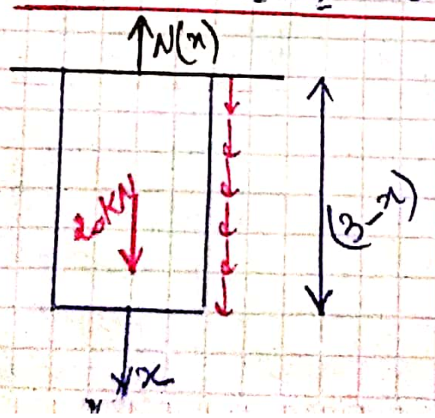
$x=2$; $N(2) = \frac{1}{2}(-2+3)(3-2)$.

$N(2) = 0{,}5$ kN.

$x=3$ $\quad N(3) = \frac{1}{2}(-3+3)(3-3)$.

$N(3) = 0$ kN

Section S_2-S_2 $\quad 0 \leq x \leq 2$ m.



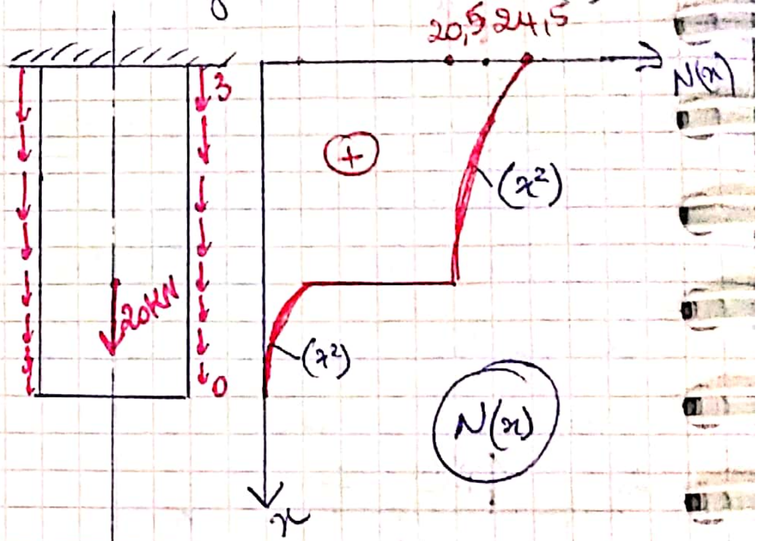
$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + 20 + \frac{1}{2}(-x+3)(3-x) = 0.$$
$$\Leftrightarrow N(x) = 20 + \frac{1}{2}(-x+3)(3-x).$$

pour $x=0$; $N(0) = 24{,}5$ kN.

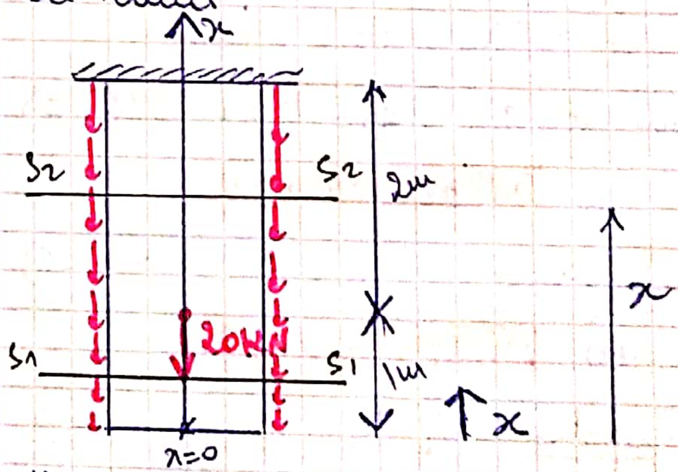
$x = 2$ m ; $N(2) = 20 + \frac{1}{2}(-2+3)(3-2)$

$N(2) = 20{,}5$ kN.

Le diagramme de $N(x)$.



Si on changeait l'orientation du repère : l'axe x dirigé du bas vers le haut.

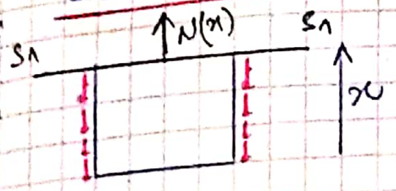


Il faut tjs commencer par l'expression de $q(x) = ax+b$

$$q(0) = 0 \Leftrightarrow b=0$$
$$q(3) = 3 \Leftrightarrow a=1.$$

Donc $q(x) = x$

Section $S_1 - S_1$ $\quad 0 \leq x \leq 1m$.



$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow N(x) - \frac{1}{2}x^2 = 0$.

$\Leftrightarrow N(x) = \frac{1}{2}x^2$.

$x = 0 \Leftrightarrow N(0) = 0 \, KN$

$x = 1 \Leftrightarrow N(1) = 0{,}5 \, KN$.

Section $S_2 - S_2$ $\quad 1 \leq x \leq 3m$.

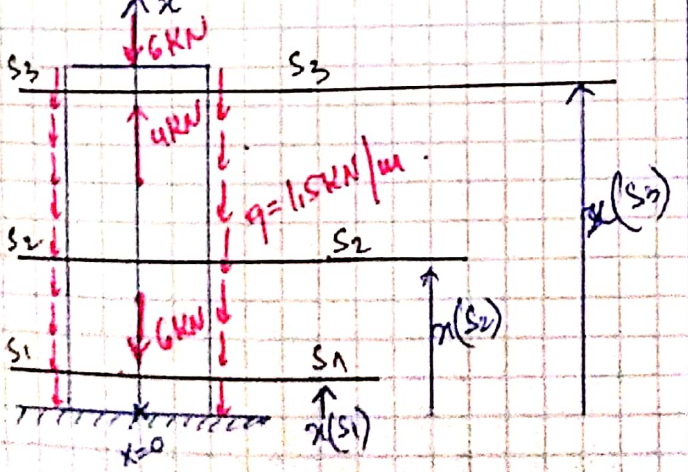
$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow N(x) - 20 - \frac{1}{2}x^2 = 0$.

$\Leftrightarrow N(x) = \frac{1}{2}x^2 + 20$.

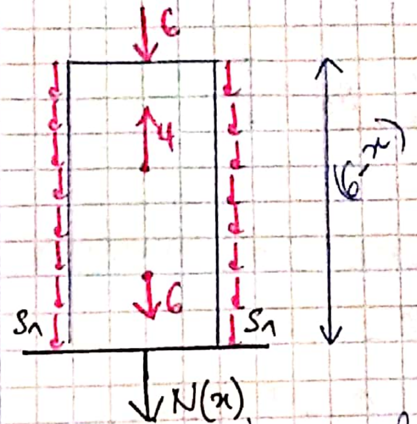
$N(1) = 20{,}5 \, KN$ $\quad x = 1m$.

$x = 3m \Rightarrow N(3) = 24{,}5 \, KN$

Et on remarque que l'on obtient les mêmes valeurs de l'effort normal en un point x.



Section $S_1 - S_1$ $\quad 0 \leq x \leq 2m$.



L'équilibre local $\Rightarrow$

$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) - 6 + 4 - 6 - (1{,}5)(6 - x) = 0$.

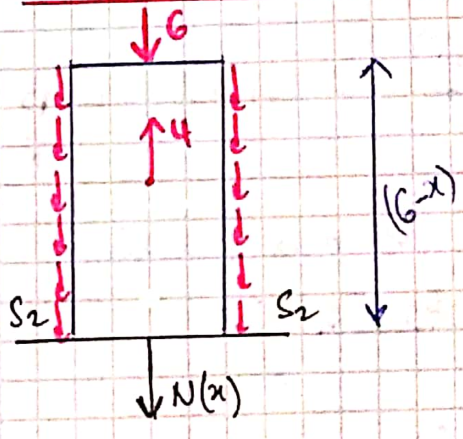
$\Leftrightarrow N(x) = -8 - 1{,}5(6 - x)$.

$N(0) = -17 \, KN$.

$N(2) = -8 - 1{,}5(4)$.

$N(2) = -14 \, KN$.

Section $S_2 - S_2$ $\quad 2 \leq x \leq 4m$.



$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow -N(x) + 4 - 6 - 1{,}5(6 - x) = 0$

$\Leftrightarrow N(x) = -2 - 1{,}5(6 - x)$.

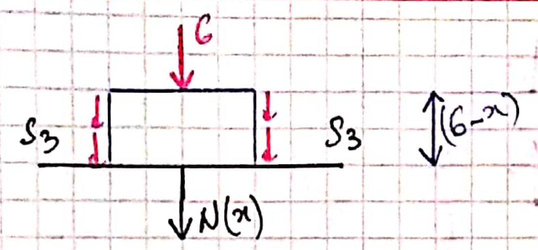
$x = 2$; $N(2) = -2 - 1{,}5(4)$

$N(2) = -8 \, KN$

$x = 4$; $N(4) = -2 - 1{,}5(2)$

$N(4) = -5 \, KN$

Section S_3-S_3 $\quad 4m \leq x \leq 6m$



$\Sigma F_x = 0 \iff -N(x) - 6 - 1{,}5(6-x) = 0$

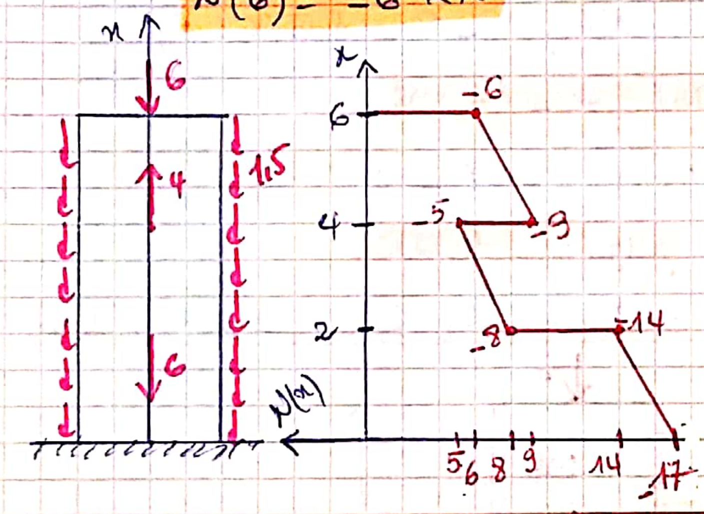
$\iff N(x) = -6 - 1{,}5(6-x)$

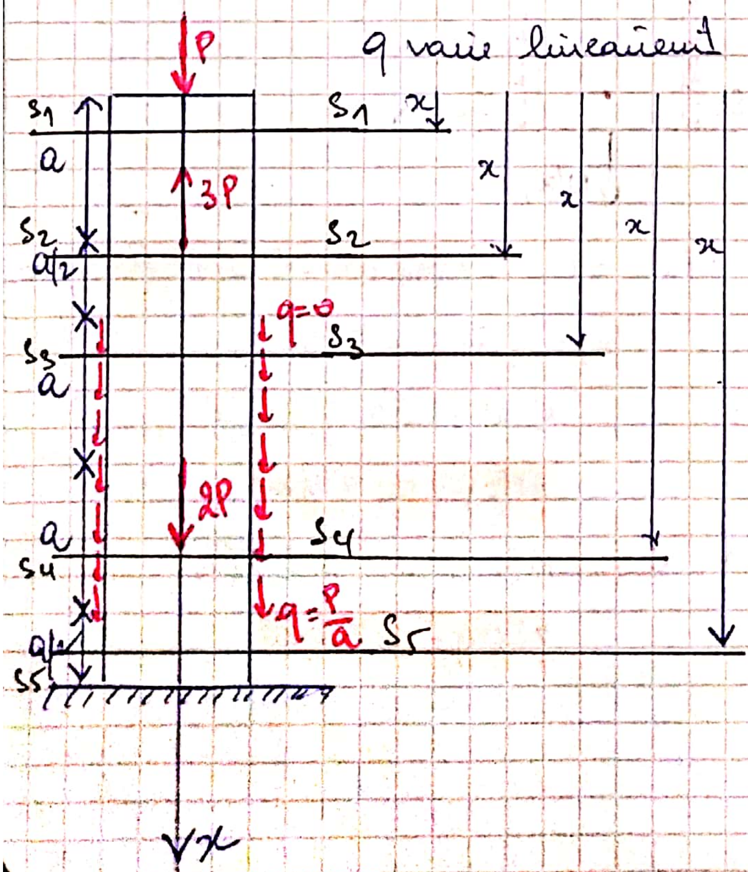
$x = 4$; $N(4) = -6 - 1{,}5(2)$

$N(4) = -9\ kN$

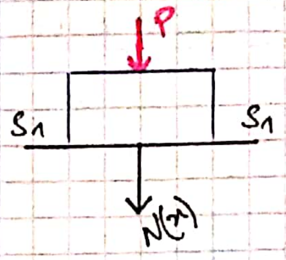
$x = 6m$; $N(6) = -6 - 1{,}5(0)$

$N(6) = -6\ kN$





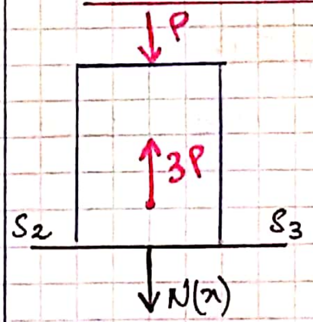
Section S_1-S_1 $\quad 0 \leq x \leq a$



$\Sigma F_x = 0 \iff N(x) + P = 0$

$\iff N(x) = -P$

Section S_2-S_2 $\quad a \leq x \leq \frac{3a}{2}$



$\Sigma F_x = 0 \iff N(x) - 3P + P = 0$

$\iff N(x) = 2P$

Section S_3-S_3 $\quad \frac{3a}{2} \leq x \leq \frac{5a}{2}$