I) Transfert de chaleur par conduction en régime permanent

1) introduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de la matière, sous l'influence d'un gradient de température.

La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes :

- une transmission par les vibrations des atomes et des molécules autour de leurs positions d'équilibre.
- une transmission par les ē libres.

2 Loi de Fourier

2-1) Enoncé :

~~La théorie~~ En tout point d'un milieu isotrope, la densité de flux thermique est proportionnelle au gradient de la température.

$$\vec{\varphi} = -\lambda \, \vec{grad}\, T \Rightarrow \vec{\Phi} = -\lambda . S \, \vec{grad}\, T \longrightarrow (1)$$

où $\vec{\varphi}$: densité de flux thermique transmis par conduction (W/m^2)

λ : conductivité thermique du milieu $(W\, m^{-1} K^{-1})$

T : champ de la température (K)

$\vec{\Phi}$: le flux de chaleur conductif (W)

S : Aire de la section de passage du flux de chaleur (m^2)

(-) le signe (-) indique que le transfert de chaleur s'effectue des régions chaudes vers les régions froides.

2-2) Résistance thermique : La résistance thermique est défini par

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} \quad (2)$$

2-2-1) Cas d'un mur : considérant un mur homogène d'épaisseur L de section S de conductivité thermique λ, dont les surfaces sont aux températures T_1 et T_2 (fig-1)

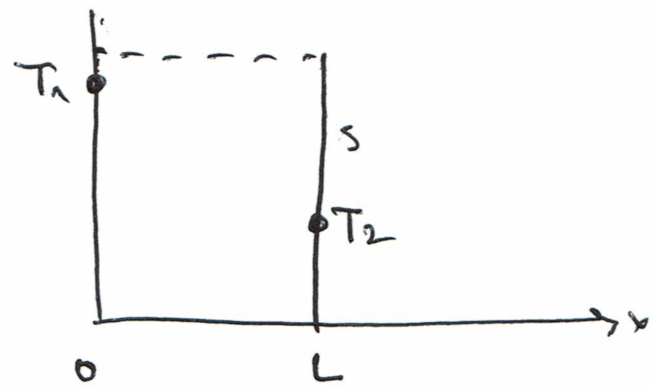

fig 1 : Mur simple

Le flux thermique qui traverse ce mur est tel que :

$$\Phi = -\lambda S \frac{dT}{dx} = +\lambda S \frac{(T_1 - T_2)}{L - 0} = +\lambda S \frac{T_1 - T_2}{L} \quad (3)$$

La résistance thermique du mur est défini par

$$R_{th} = \frac{L}{\lambda \cdot S} \longrightarrow (4)$$

cette relation conduit à une analogie électrique. En effet, un milieu homogène de longueur L, de section S, ayant une conductivité électrique σ, parcouru par un courant électrique I, développe une différence de potentiel $V_1 - V_2$ telle que :

$$\frac{V_1 - V_2}{I} = R = \rho \cdot \frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{S} \rightarrow (5)$$

Ainsi, il est possible de décrire un problème de conduction thermique par un schéma équivalent :

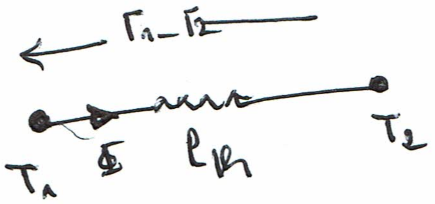

Figure : Schéma équivalent d'un mur simple

2-2-2 Résistance thermique d'un dispositif à géométrie circulaire

Considérons un cylindre homogène de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 et de ~~rayon intérieur R_1~~ longueur L. La surface interne est maintenue à une température T_1, la surface externe à la température T_2

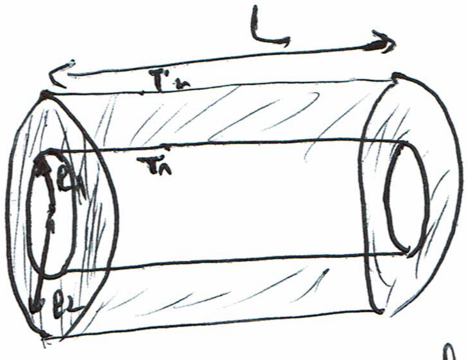

Fig3 : dispositif à géométrie cylindrique

La résistance thermique totale de ce cylindre est

$$R_{th} = \frac{1}{2\pi \lambda L}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (6)$$

2-2-3) Résistance thermique d'un dispositif à géométrie sphérique

Considérons une sphère creuse homogène de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2. Les deux surfaces interne et externe sont maintenues respectivement à la température T_1 et T_2

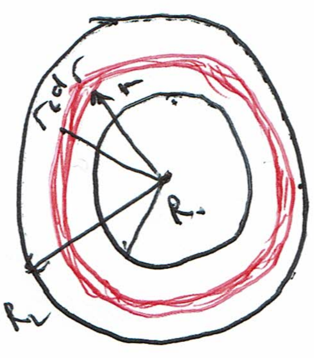

Fig4 : dispositif à géométrie sphérique

dans ce cas la résistance thermique totale dans ce cas est

$$R_{th} = \frac{1}{4\pi\lambda}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1}\right) \quad (7)$$

2-3.2 Association de résistances thermiques

• Résistance en série

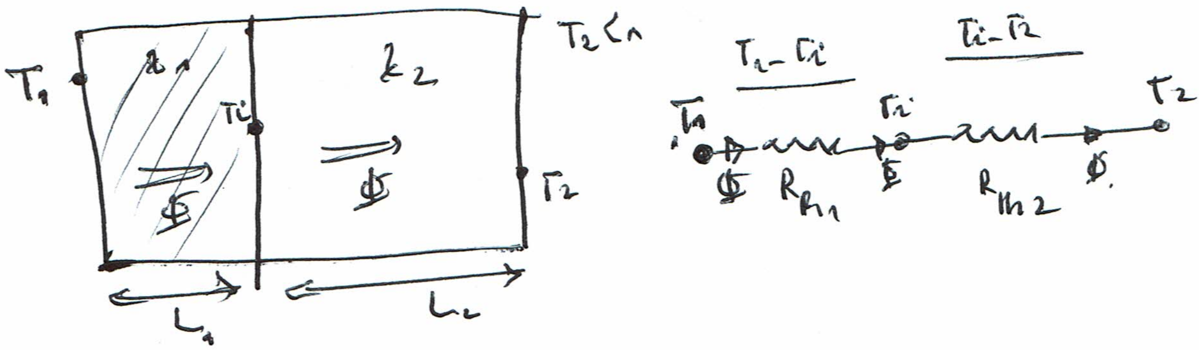

Figure 5 : mur composé de deux résistances thermiques en série

La résistance thermique d'un mur, ~~(...)~~ composé de plusieurs matériaux différents (avec des conductivités thermiques différents), est égale à la somme de différents résistances thermiques des matériaux du mur

$$R_{th_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} R_{th_i} \longrightarrow (8)$$

• Résistance en parallèle

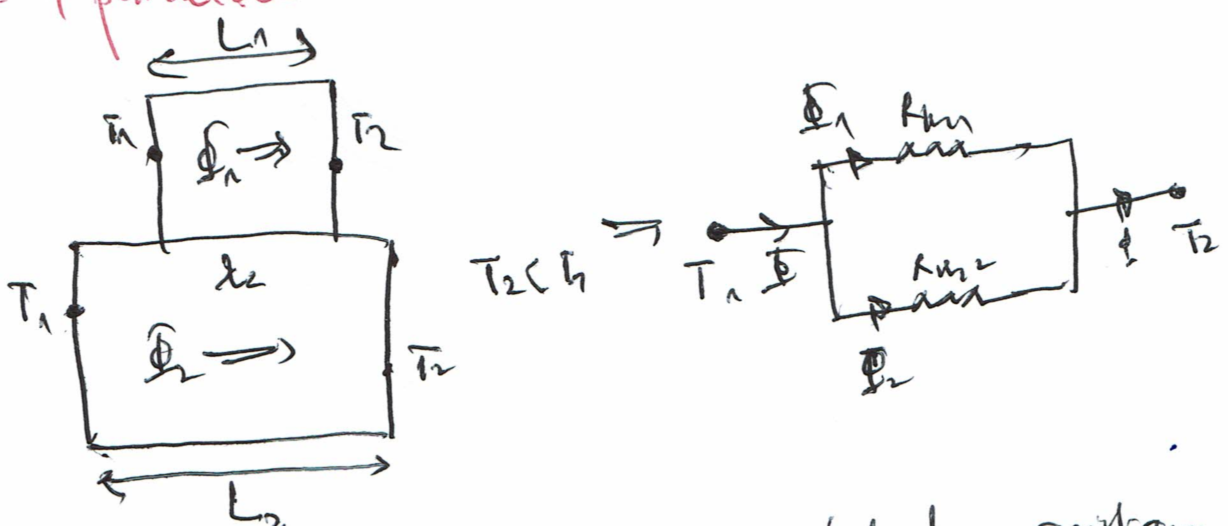

Fig 6 : mur composé de deux résistances en parallèle.

La conductance thermique totale d'un dispositif composé de matériaux différents, disposés en brique, est égale à la somme des conductances thermiques des matériaux du dispositif :

$$\frac{1}{R_{theq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{thi}} \longrightarrow 9$$

2.4 Résistance d'un mur simple non homogène :

Dans le cas d'un mur ~~mur~~ non homogène, de section S, d'épaisseur L et de conductivité $\lambda(x)$, la résistance thermique s'exprime par l'expression $R_{th} = \frac{1}{S} \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{\lambda(x)} \cdot dx \longrightarrow (10)$

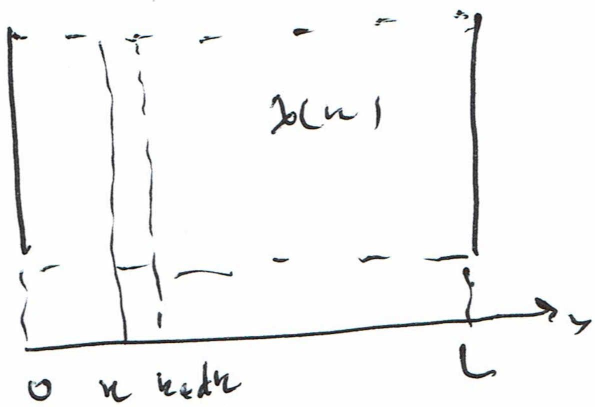

fig 7 : Mur non homogène

2.5) L'équation de la chaleur

A partir d'un bilan énergétique, d'un milieu solide de volume V, de densité ρ, de capacité massique C et de puissance interne générée P, l'équation générale est de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z}\right) \longrightarrow (11)$$

$$P = \rho C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \longrightarrow (11)$$

2.4.1) Différentes formes de l'équation de chaleur

L'équation de la chaleur peut se simplifier dans un certain nombre de cas :

- Si le milieu est isotrope $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$
- S'il n'y a pas de génération d'énergie à l'intérieur du système $P = 0$
- Si le milieu est homogène, λ n'est fonction que de T

$$\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{\partial \lambda}{\partial T}\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2\right] = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow (12)$$

- Si de plus λ est constant, nous obtenons l'équation de poisson :

$$a . \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t} \longrightarrow (13)$$

où $a = \frac{\lambda}{\rho . C}$ est appelé la diffusivité thermique $(m^2 s^{-1})$ qui caractérise la vitesse de propagation d'un flux de chaleur à travers un matériau.

• en régime permanent, nous obtenons l'équation de Laplace

$$a \Delta T = 0 \qquad (14)$$

2.4.2) Equation de la chaleur en coordonnées cylindrique

pour un milieu homogène et isotrope, de géométrie cylindrique, l'équation de chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{P}{\lambda} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (15)$$

2.4.3) équation de chaleur en coordonnées sphériques

$$\cancel{\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial}(}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$$

$$+ \frac{P}{\lambda} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \longrightarrow 16$$

2.5) Transfert conductif unidirectionnel

2.5.1) Mur simple : on se place dans le cas où le transfert de chaleur est unidirectionnel et où il n'y a pas de génération ni de stockage d'énergie. On considère un mur d'épaisseur e, de conductivité thermique λ et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes à des températures T_1 et T_2. Dans ces conditions, l'équation générale de transfert de chaleur s'écrit : $\Delta T = 0$.

La résolution de cette équation, permet de déterminer le profil de température à travers le mur :

$$T(x) = C_1 x + C_2 \quad (17)$$

Les constants C_1 et C_2 sont déterminés en appliquant les conditions aux limites :

- $T(x=0) = T_1$
- $T(x=e) = T_2$

finalement $$T(x) = -\frac{(T_1 - T_2)}{e} \cdot x + T_1 \quad (18)$$

on déduit la densité de flux de chaleur traversant le mur

$$\varphi = \frac{\lambda}{e}(T_1 - T_2)$$

2.5.2) Mur multicouches : c'est le cas des murs réels, constitués de plusieurs couches de matériaux ≠ et où on ne connait que les températures T_{f_1} et T_{f_2} des fluides en contact avec les deux faces du mur de surface latérale S.

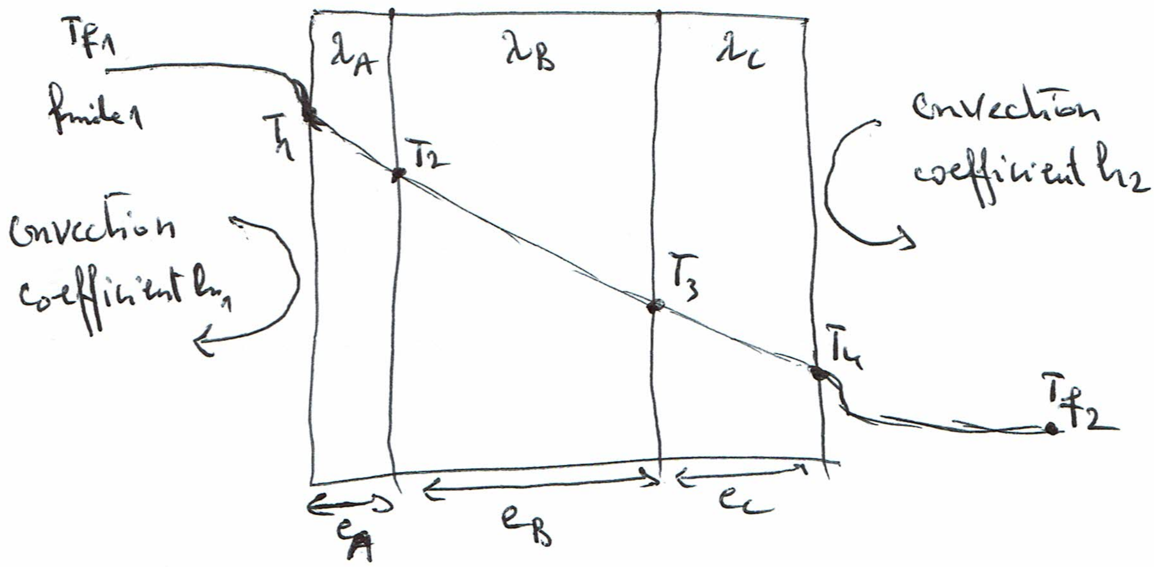

fig 8 : mur multicouches

en régime permanent, le flux de chaleur se conserve lors de la traversée du mur et s'écrit :

$$\varphi = \frac{(T_{f1} - T_1)}{\frac{1}{h_1 S}} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e_A}{\lambda_A S}} + \frac{(T_2 - T_3)}{\frac{e_B}{\lambda_B \cdot S}} = \frac{(T_3 - T_4)}{\frac{e_C}{\lambda_C \cdot S}} = \frac{(T_4 - T_{f2})}{\frac{1}{h_2 S}} = \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_A}{\lambda_A S} + \frac{e_B}{\lambda_B S} + \frac{e_C}{\lambda_C S} + \frac{1}{h_2 S}}$$

→ (20)

2.5.3 ~~Mur composite~~ cylindre creux : on considère un cylindre creux de conductivité thermique λ, de rayon intérieur r_1, de rayon extérieur r_2, de longueur L, les températures des faces internes et externes sont respectivement T_1 et T_2

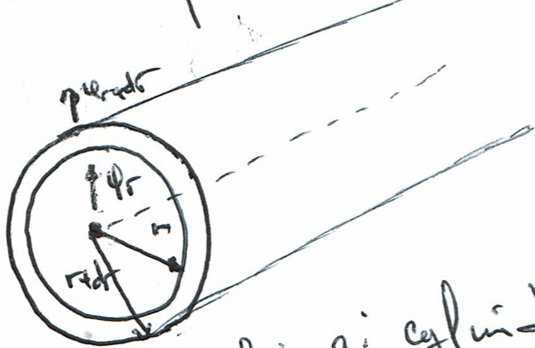

fig 9 : cylindre creux

En résolvant l'équation de chaleur unidirectionnelle, en coordonnées cylindriques, et en considérant les conditions aux limites :

- $T(r=r_1) = T_1$
- $T(r=r_2) = T_2$

Le profil de température ainsi que la densité de flux thermique sont donnés par

$$\frac{T(r)-T_1}{T_2-T_1} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad , \quad \varphi = \frac{2\pi\lambda L\,(T_1-T_2)}{\ln\left(r_2/r_1\right)} \qquad (21)$$

2.5.4 cylindre creux multicouches : c'est le cas pratique d'un tube recouvert d'une ou plusieurs couches de matériaux différents et où l'on ne connait que les températures T_{f_1} et T_{f_2} des fluides en contact avec les faces interne et externe du cylindre, h_1 et h_2 sont les coefficients de transfert de chaleur par convection entre les fluides et les faces interne et externe.

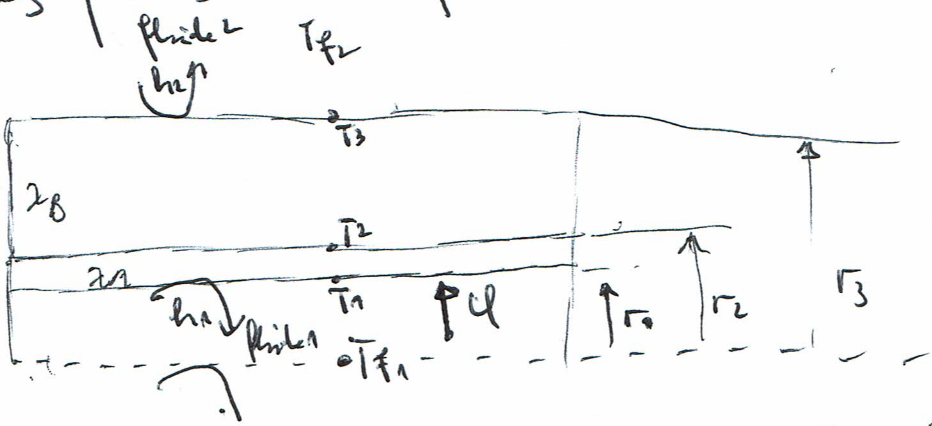

fig 10 : cylindre creux multicouches

en régime permanent, le flux de chaleur se conserve lors de la traversée des différents couches et s'écrit.

$$\varphi = \frac{(T_{f_1} - T_{f_2})}{\frac{1}{h_1 2\pi r_1 L} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi \lambda_A L} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi \lambda_B \cdot L} + \frac{1}{h_2 2\pi r_3 L}} \longrightarrow (22)$$

2.5.5 <u>couche sphérique</u>: soit une couche sphérique supposée homogène et isotrope, de conductivité λ, et limitée par deux surfaces sphériques concentriques respectivement de rayon r_1 et r_2 tels que $r_1 < r_2$. les températures de ces surfaces sont uniformes et isothermes à T_1 et T_2 tels que $T_1 > T_2$, le régime est supposé permanent. on suppose encore qu'il n'y a pas de génération de chaleur.

en résolvant l'équation de chaleur unidirectionnelle, en coordonnées sphériques, et en considérons les conditions aux limites.

$$\begin{cases} T(r = r_1) = T_1 \\ T(r = r_2) = T_2 \end{cases}$$

le profil de température ainsi que la densité de flux thermique sont donnés par:

$$\frac{T(r) - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r}\right)}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}, \quad \varphi = 4\pi\lambda \frac{(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \longrightarrow (23)$$

2.6) transfert conductif bidimensionnelle

le but de chaque procédure d'analyse du phénomène de transfert thermique est la détermination de la distribution de la température et le flux de chaleur.

Considérons le cas le plus simple, un système homogène, isotrope, sans source interne et en régime permanent.

Dans ce cas l'équation générale de transfert de chaleur s'écrit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \longrightarrow (24)$$

La solution analytique d'un problème de conduction thermique doit satisfaire l'équation gouvernante régissant le phénomène ainsi que les conditions aux limites relatives au problème physique considéré.

La méthode traditionnelle de recherche d'une solution exacte pour l'équation de Fourier, est la méthode de séparation de variables.

La méthode de séparation de variable est basé sur l'idée de imposer la solution sous forme de produit de deux fonctions; $X(x)$ et $Y(y)$ telque; $T=X.Y$ (25)

considérons une plaque rectangulaire mince, sans sources de chaleur et isolée de deux cotés, les deux surfaces de bas et de haut (inférieur et supérieur) (fig-11)

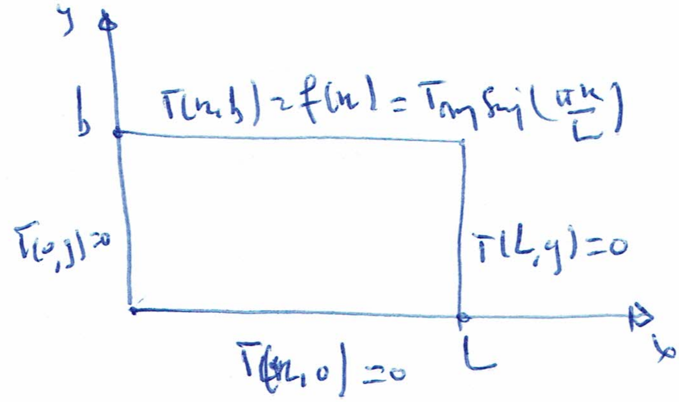

Figure : spécification des C.L sur le domaine de calcul.

Comme montré sur la figure, les conditions aux limites pour ce domaine sont spécifiées comme suit :

$$T(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{pour } y=0 \\ 0 & \text{pour } x=0 \\ 0 & \text{pour } x=L \\ f(x)=T_m \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) & \text{pour } y=b \end{cases}$$

T_m, c'est l'amplitude de la fonction sinus de $f(x)=T(x,b)$

$T(x,y)=X(x)\cdot Y(y)$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{dX}{dx}\cdot Y(y) \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=Y\frac{d^2X}{dx^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{dY}{dy}\cdot X(x) \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=X\frac{d^2Y}{dy^2}$$

$$Y\frac{d^2X}{dx^2}+X\frac{d^2Y}{dy^2}=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}=\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} \longrightarrow (26)$$

on remarque que chaque côté de l'equation (26) est independant de l'autre, (X et y sont des variables independantes), donc l'ensemble des deux cotés doit être égal à une constante désignée par ($cste = K^2$) $\Rightarrow -\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}=\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2}=K^2=cst$

par la suite, nous obtenons les deux equations differentielles ordinaires:

$$\frac{d^2X}{dx^2}+K^2X=0 \longrightarrow 27$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2}-K^2Y=0 \longrightarrow 28$$

les solutions générals des equations 27 et 28 sont donnés par:

$$X=C_1\cos(Kx)+C_2\sin(Kx) \quad (29)$$

$$Y=C_3e^{-Ky}+C_4e^{Ky} \quad (30)$$

par la suite

$$T(x,y)=X(x).Y(y)=(C_1\cos(Kx)+C_2\sin(Kx)).(C_3e^{-Ky}+C_4e^{Ky})$$

les constants C_1, C_2, C_3 et C_4 sont déterminées à partir des conditions aux limites

- for 1ère condition

$$(C_1\cos(kx)+C_2\sin(kx))(C_3+C_4)=0$$

- for 2ème conditions

$$C_1(C_3e^{-ky}+C_4e^{ky})=0$$

- for 3ème conditions

$$(C_1\cos(kL)+C_2\sin(kL))\cdot(C_3e^{-ky}+C_4e^{ky})=0$$

3) Transfert de chaleur par conduction en régime variable

Dans cette partie, nous allons présenter la conduction thermique en régime variable, c'est-à-dire que la température varie, non seulement dans l'espace mais aussi avec le temps.

3-1) Conduction unidirectionnelle en régime variable sans changement d'état.

3-1-1 problème général:

La formulation générale de l'équation de transfert de chaleur est :

$$\mathrm{div}(\lambda\, \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, T) + P = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (3.1)$$

Elle nécessite une condition initiale en tout point de l'espace $T(t=0)$ et deux conditions aux limites.

Dans le cas où la conductivité thermique λ ne dépend pas de la température, on obtient l'équation de Fourier:

$$\Delta T + \frac{P}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (3.2)$$

3.1.2 Nombres sans dimension

Dans le cas unidirectionnel, le problème de conduction thermique est représenté mathématiquement par le système suivant:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dfrac{P}{\lambda} = \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T}{\partial t} & \text{pour } 0<x<L \text{ et } t>0 \\ \dfrac{\partial T}{\partial x} = 0 & \text{pour } x=0 \text{ et } t>0 \\ \lambda \dfrac{\partial T}{\partial x} = -h(T-T_\infty) & \text{pour } x=L \text{ et } t>0 \\ T = T_0 & \text{pour } 0<x<L \text{ et } t=0 \end{cases} \quad (33)$$

Dans un problème de transfert thermique, le nombre de variables peut être réduit par l'introduction de nombres sans dimensions :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad \theta = \frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty}, \quad G = \frac{PL^2}{\lambda(T_0-T_\infty)}$$

le système (33) devient

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^{*2}} + G = \dfrac{\partial\theta}{\partial Fo} & \text{pour } 0<x^*<1 \text{ et } Fo>0 \\ \dfrac{\partial\theta}{\partial x^*} = 0 & \text{pour } x^*=0 \text{ et } Fo>0 \\ \lambda\dfrac{\partial\theta}{\partial x^*} = -B_i\theta & \text{pour } x^*=1 \text{ et } Fo>0 \\ \theta = 1 & \text{pour } 0<x^*<1 \text{ et } Fo=0 \end{cases} \quad (34)$$

Deux nombres adimensionnels sont particulièrement importants en régime variable :

• Le nombre de Biot : Défini par le rapport de la résistance thermique interne et la résistance thermique externe

$$B_i = \frac{h.l}{\lambda} \quad (35)$$

l est la dimension caractéristique du milieu ($l=r$ pour une sphère. ~~elle~~ mesure l'épaisseur thermique du domaine

*) on dit que le milieu est thermiquement mince si le nombre de Biot est inférieur à 1. cela signifie que la résistance thermique externe bloque l'écoulement de la chaleur. on peut alors considérer que la température est uniforme suivant la dimension l.

• Le nombre de Fourier : Défini par le rapport du flux à travers l^2 à la vitesse de stockage dans l^3, ou encore le rapport de la chaleur traversant sur la chaleur accumulée.

ce nombre caractérise la pénétration de la chaleur en régime variable.

$$F_o = \frac{a\,t}{l^2} \quad (36)$$

a : diffusivité thermique
t : le temps auquel on veut calculer le nombre de Fourier
l : longueur caractéristique se calcule de la manière suivante

$l = \frac{V}{S}$, V le volume du corps étudié et S la surface d'échange.

3.1.2 quelques cas

3.1.2.1 Milieu à température uniforme:

soit la trempe d'une bille métallique: qui ~~consiste~~ consiste à immerger une bille initialement à la température T_i, dans un bain à température T_0, maintenue constante.

En écrivant le bilan énergétique: $-hS(T-T_0) = \rho C V \frac{dT}{dt}$ on obtient l'équation de la température en fonction du temps:

$$\frac{T-T_0}{T_i-T_0} = \exp\left(-\frac{hS}{\rho C V}.t\right)$$

le regroupement $\tau = \frac{\rho C V}{h.S}$ est homogène à un temps, c'est donc la constante de temps du système. Alors, l'équation devient: $\frac{T-T_0}{T_i-T_0} = \exp(-\tau t)$

en introduisant les nombres de Biot et Fourier, l'évolution de la température de la bille est donc:

$$\frac{T-T_0}{T_i-T_0} = \exp(-B_i F_o) \qquad (3.7)$$

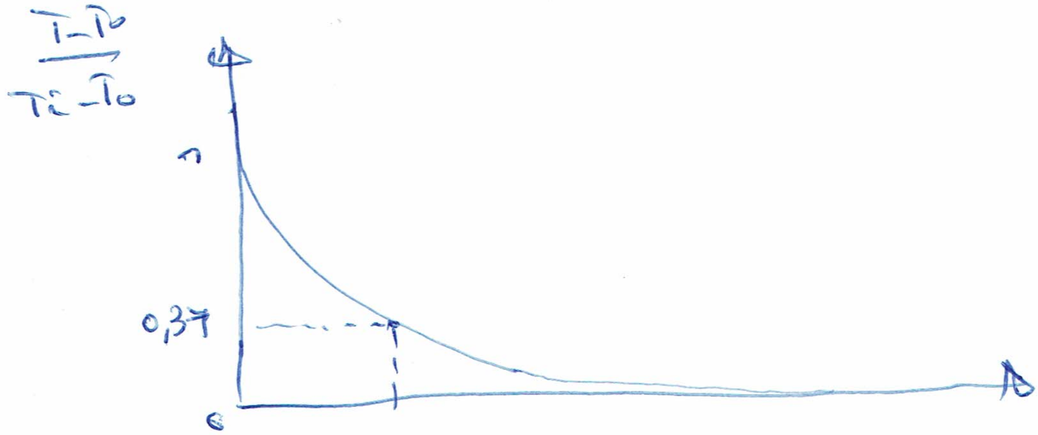

Figure 12 : Evolution de la température d'un milieu à température uniforme.

Remarque : généralement, un système avec $Bi < 0,1$, peut être considéré comme étant à température uniforme. Ce critère $Bi < 0,1$ est appelé le critère d'accommodation thermique.

3.1.2.1) plaque infinie : on considère le cas d'une plaque d'épaisseur 2L et de dimensions latérales suffisamment grandes pour que l'on puisse que le transfert de chaleur est unidirectionnel

• 1ère cas : plaque avec température constante imposée en surface.

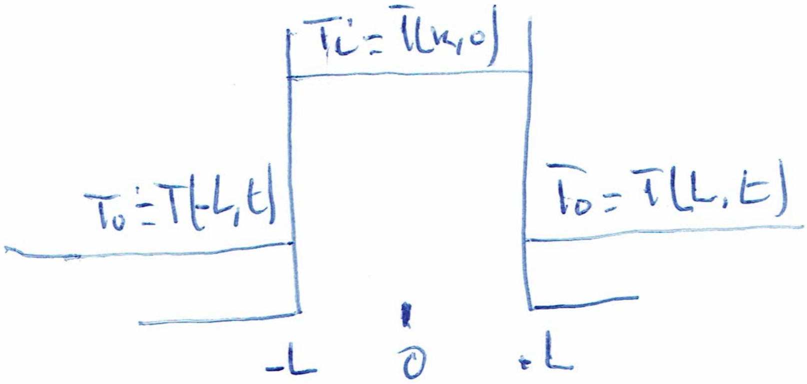

figure 13 : plaque avec température imposée en surface

L'équation de la chaleur s'écrit dans ce cas : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t}$

avec les conditions aux limites et initiales suivantes :

$$\begin{cases} T(x,0) = T_i \\ T(L,t) = T_0 = T(-L,t) \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = 0 \end{cases}$$

plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour la résolution du problème (décomposition de la solution sous forme de produit de fonctions et superposition des solutions, méthodes numériques ...)

3.1.2.1) plaque infinie : on considère le cas d'une plaque d'épaisseur 2L et de dimensions latérales suffisamment grandes pour que l'on puisse que le transfert de chaleur est unidirectionnel

• 1ère cas : plaque avec température constante imposée en surface.

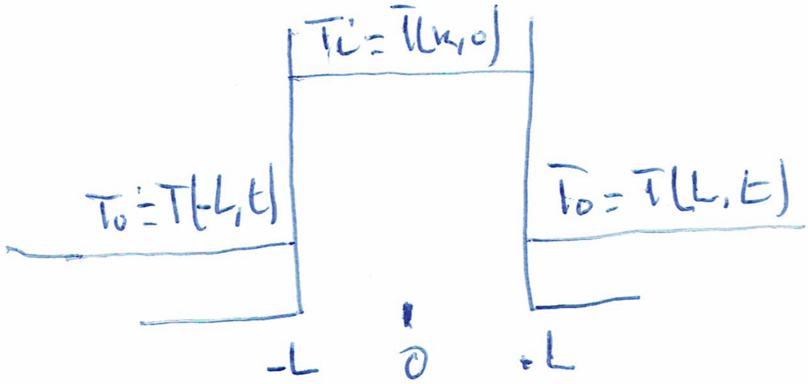

figure 13 : plaque avec température imposé en surface

L'équation de la chaleur s'écrit dans ce cas : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t}$

avec les conditions aux limites et initiales suivantes :

$$\begin{cases} T(x,0) = T_i \\ T(L,t) = T_0 = T(-L,t) \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = 0 \end{cases}$$

plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour la résolution du problème (décomposition de la solution sous forme de produit de fonctions et superposition des solutions, methods numériques ...)

2ème cas : plaque avec flux imposé

L'équation de la chaleur reste la même, il y a un changement juste au niveau des conditions aux limites. Donc, le système à résoudre est donné par :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T}{\partial t} \\ T(x,0) = T_i \\ \left(\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 \\ \lambda\left(\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=L} = \Phi_0 \end{cases} \longrightarrow (38)$$

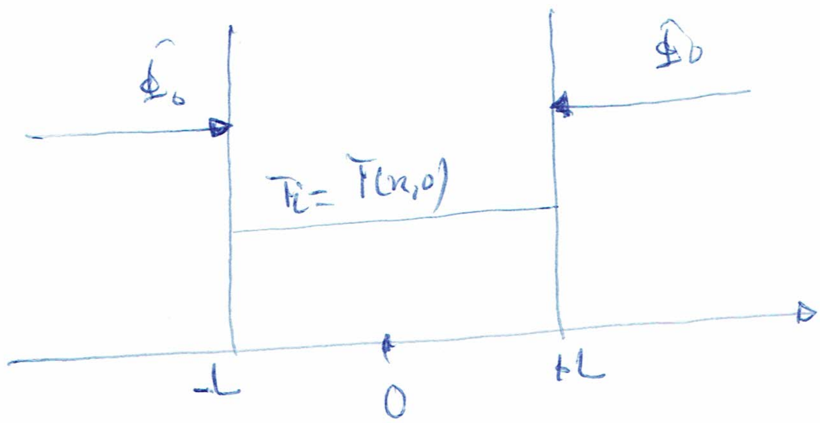

figure 14 : plaque avec flux de chaleur imposé en surface

3ème cas : plaque avec coefficient de transfert imposé.

Dans ce cas, le problème de transfert de chaleur est gouverné par le système suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial T}{\partial t} \\ T(x,0) = T_i \\ \left.\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 \\ -\lambda \left(\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=L} = h\left[T(L,t) - T_\infty\right] \end{cases} \quad (39)$$

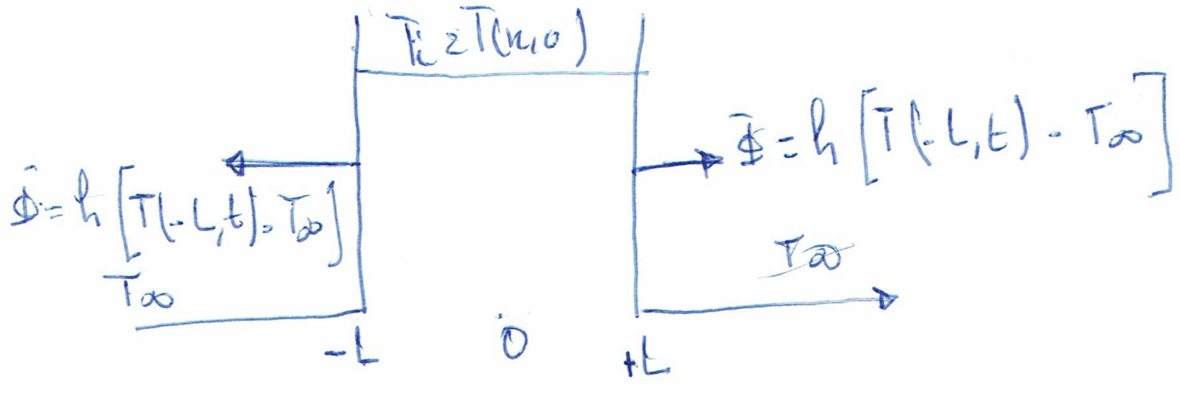

Figure 15 : plaque avec coefficient de transfert imposé en surface.

Chapitre II : Transfert de chaleur par rayonnement

1) introduction : Le transfert de chaleur par rayonnement ne nécessite aucun support matériel solide ou fluide.

Tous les corps, solides, liquides ou gazeux, émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Les différents types d'ondes électromagnétiques et leurs longueurs d'ondes correspondantes sont représentés par la figure 1

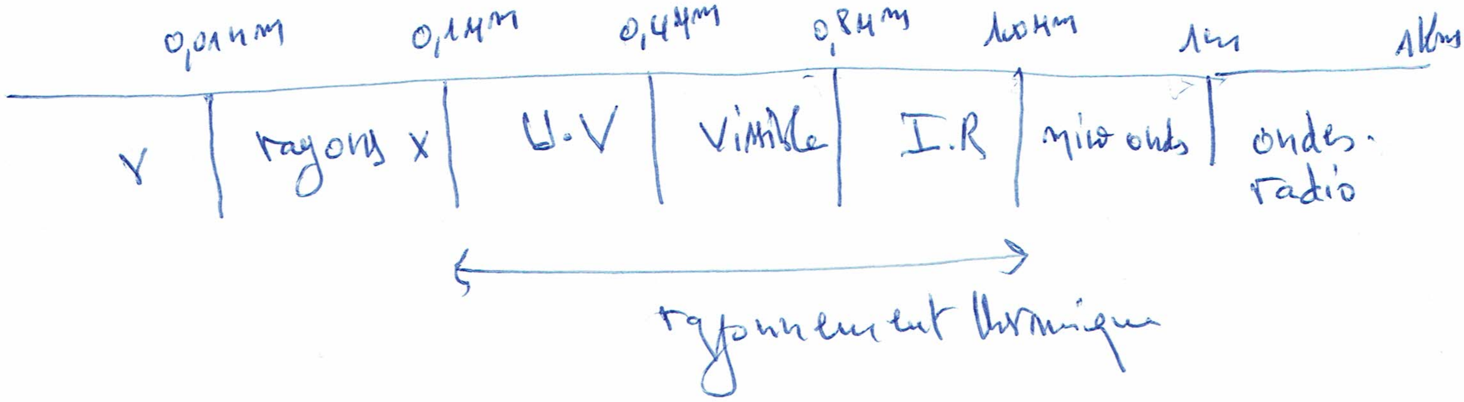

Figure 1 : spectre des ondes électromagnétiques.

2) classifications

2-1 selon la composition spectrale du rayonnement

Les grandeurs relatives à l'ensemble du spectre du rayonnement thermique sont appelées totales.

Si elles concernent un intervalle spectral étroit $d\lambda$ autour d'une longueur d'onde λ, elles sont dites monochromatiques : G_λ

2.2 Selon la distribution spatiale du rayonnement :

. Les grandeurs sont dites hémisphériques lorsqu'elles concernent l'ensemble des directions de l'espace.

. Elles sont appelées directionnelles lorsqu'elles caractérisent une direction donnée de propagation du rayonnement thermique G_{ox}

3) Définitions :

3.1 Grandeurs relatives aux sources.

3.1.1) Flux d'une source thermique : C'est la puissance thermique émise par une source dans tout l'espace où elle rayonne : Φ (W)

Si une source est de dimensions faibles par rapport à la distance la séparant du point d'observation, elle est considérée ponctuelle. Elle peut donc rayonner dans toutes les directions de l'espace sphérique qui l'entoure : elle rayonne dans un angle solide de 4π

Dans le cas où la source est de grandes dimensions, un élément de surface dS peut rayonner sous un angle solide $d\Omega$ (figure 2).

$$d\Omega = \frac{dS \cos\alpha}{r^2} \longrightarrow (1)$$

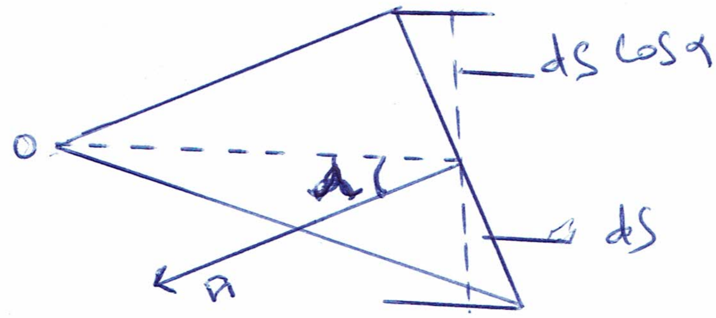

Fig 2 : Angle solide.

3.1.2) Emittance d'une source thermique : c'est le flux thermique émis par unité de surface :

$$M = \frac{d\varphi}{dS} \quad (W/m^2) \longrightarrow (2)$$

3.1.3 intensité d'une source dans une direction

on appelle intensité énergétique unidirectionnel I_x, le flux thermique par unité d'angle solide émis par une surface dS dans un angle solide $d\Omega$ qui entoure la direction x.