Les corps flottants ou flotteurs (suite)

Lors des précédentes séances de cours, nous avons pu définir ce que sont : un flotteur, une poussée d'Archimède, une carène, un centre de poussée, une surface de flottaison ou une flottaison S. Aussi, cela nous a permis ensuite d'étudier l'équilibre d'un flotteur en comparant la poussée d'Archimède au poids du flotteur.
La pertinence d'une étude de la stabilité du corps flottant s'en suit.

La stabilité d'un flotteur.

Un flotteur en équilibre subit des oscillations qui sont des petits mouvements de rotation qu'on peut décomposer en deux mouvements (cette décomposition facilite l'étude de ces mouvements) à savoir :

1// Un mouvement de rotation autour d'un axe longitudinal du flotteur appelé mouvement de Roulis ou « Roulis ». Ce dernier s'effectue autour d'un point appelé « métacentre de Roulis », il est noté $\mathbf{M_R}$.

2// Un mouvement de rotation autour d'un axe transversal du flotteur appelé mouvement de Tangage ou « Tangage ». Celui-ci s'effectue autour d'un point appelé « métacentre de Tangage », il est noté $\mathbf{M_T}$.

La stabilité d'un flotteur est étudiée en comparant les distances métacentriques $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$ séparant respectivement le centre de poussée **C** du métacentre de Roulis $\mathbf{M_R}$ et du métacentre de Tangage $\mathbf{M_T}$ à la distance **CG** séparant le centre de poussée **C** du centre de gravité **G** du flotteur (ce qui représente la position du centre de gravité **G** du flotteur par rapport aux deux métacentres $\mathbf{M_R}$ et $\mathbf{M_T}$).

Les distances métacentriques $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$ sont déterminées à partir des formules suivantes :

$$\mathbf{CM_R} = \frac{I_{S/x'x}}{V_{caréne}}$$ où :

$I_{S\,/\,x'x}$ est le moment d'inertie de la flottaison S par rapport à l'axe longitudinal x'x passant par O le centre de gravité de S,

$V_{caréne}$ est le volume de la carène

$$\mathbf{CM_T} = \frac{I_{S/y'y}}{V_{caréne}}$$ où :

$I_{S\,/\,y'y}$ est le moment d'inertie de la flottaison S par rapport à l'axe transversal y'y passant par O le centre de gravité de S,

$V_{caréne}$ est le volume de la carène

Une fois la distance **CG** déterminée (ou calculée), trois cas de figures peuvent apparaître lorsque nous comparons entre les trois distances à savoir **CG,** $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$.

1// Si **CG** est inférieure à $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$ ($\mathbf{CG} < \mathbf{CM_R} < \mathbf{CM_T}$) c'est-à-dire le centre de gravité G est plus bas que les deux métacentres M_R et M_T alors le flotteur est en équilibre **absolument stable**.

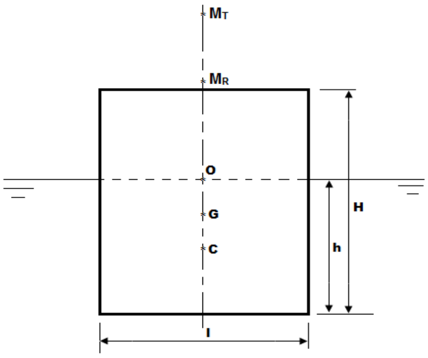
2// Si **CG** est supérieure à $\mathbf{CM_T}$ et $\mathbf{CM_R}$ ($\mathbf{CG} > \mathbf{CM_T} > \mathbf{CM_R}$) c'est-à-dire le centre de gravité G est plus haut que les deux métacentres M_R et M_T alors le flotteur est en équilibre **absolument instable**.

3// Si **CG** est supérieure à $\mathbf{CM_R}$ et inferieur à $\mathbf{CM_T}$ ($\mathbf{CM_R} < \mathbf{CG} < \mathbf{CM_T}$) c'est-à-dire le centre de gravité G est situé entre les deux métacentres M_R et M_T alors le flotteur est en équilibre **mixte** (tantôt stable, tantôt instable).

Exemple d'application :

On considère un flotteur de forme parallélépipédique rectangle de dimensions L x l x H immergé d'une hauteur h comme le montre la figure ci-dessous.

1. Déterminer la position du centre de poussée C.
2. Calculer les distances métacentriques $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$.
3. Etudier la stabilité de ce flotteur.



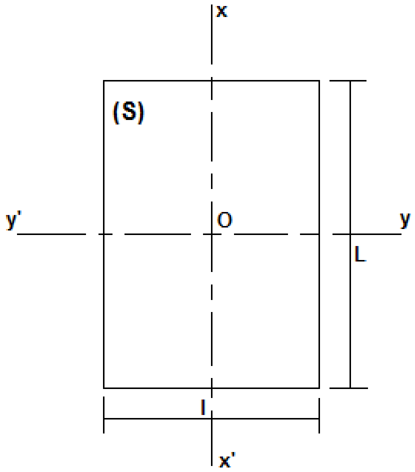
1. Détermination de la position du centre de poussée C.

Ce centre de poussée ce trouve au centre de gravité de la carène qui est de forme parallélépipédique rectangle de dimensions L x l x h, donc :

OC = h / 2

2. Calcul des distances métacentriques $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$:

Soit S la surface de flottaison qui, dans ce cas est de forme rectangulaire de dimensions L x l



$\mathbf{CM_R} = \frac{I_{S/x'x}}{V_{caréne}}$ où **x'x** est donc l'axe longitudinal de la flottaison S passant par son centre de gravité O

$I_{S/x'x}$ est le moment d'inertie de S par rapport à **x'x** c'est-à-dire le moment d'inertie d'un rectangle par rapport à l'axe longitudinal parallèle à sa longueur L et passant par O, le centre de gravité du rectangle.

Donc : $I_{S/x'x} = \mathbf{L\ l^3 / 12}$

Et $V_{caréne}$ est donc le volume de la carène qui est égal à : $V_{caréne} = \mathbf{L.l.h}$

$\mathbf{CM_R} = \frac{I_{S/x'x}}{V_{caréne}} = \mathbf{L\ .\ l^3 / 12.\ L\ .l.\ h} \Longrightarrow \mathbf{CM_R = l^2 / 12\ .\ h}$

Il en est de même pour :

$\mathbf{CM_T} = \frac{I_{S/y'y}}{V_{caréne}}$ où **y'y** est donc l'axe transversal de la flottaison S passant par son centre de gravité O

Donc : $I_{S/y'y} = \mathbf{l\ L^3 / 12}$

$\mathbf{CM_T} = \frac{I_{S/y'y}}{V_{caréne}} = \mathbf{l.\ L^3 / 12.L.l.h} \Longrightarrow \mathbf{CM_T = L^2 / 12\ .\ h}$

3. Etude de la stabilité du flotteur.

On commence par déterminer la distance **CG** pour la comparer aux distances métacentriques $\mathbf{CM_R}$ et $\mathbf{CM_T}$ déjà calculées.

CG = (H / 2) – (h / 2)

Application numérique :
On donne : L = 8 m ; l = 4 m ; H = 6 m ; h = 4 m.

On obtient :

$\mathbf{CM_R} = 4^3 / 12\ .\ 4 = 1,33$ m ; $\mathbf{CM_T} = 8^3 / 12\ .\ 4 = 10,67$ m et **CG** = 3 – 2 = 1 m .

Remarque :

$CG = 1\ m < CM_R = 1{,}33\ m < CM_T = 10{,}67m$

c'est-à-dire le centre de gravité G est plus bas que les deux métacentres M_R et M_T donc le flotteur est en équilibre absolument stable.