

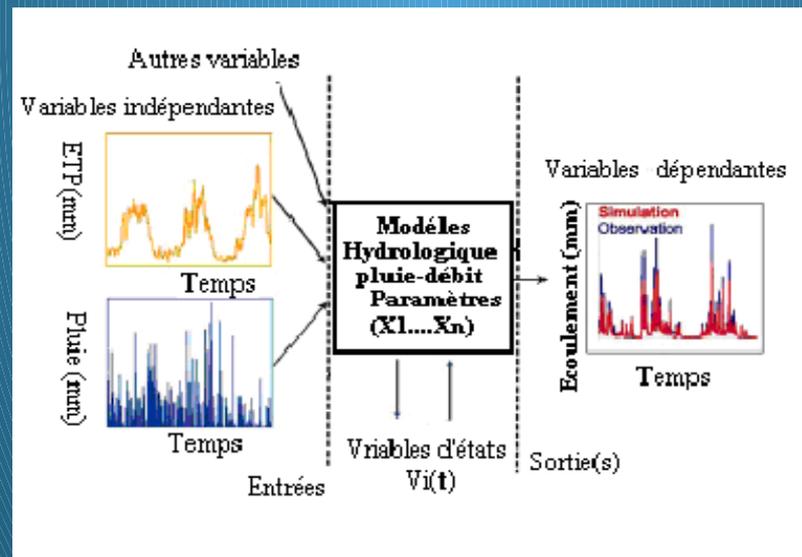
Analyse hydrologique et modélisation

- 
- La modélisation consiste à mettre un processus en équation.
 - La modélisation hydrologique revient à la traduction mathématique du cycle de l'eau : ses réservoirs et processus doivent être conceptualisés et simplifiés sous forme d'équations.

Les objectifs

- prévisions (crues, sécheresse, gestion de l'irrigation, d'ouvrages hydroélectriques, recharge d'aquifères)
- simulations de scénarii (changement climatique ; aménagements de bassins –d'un point de vue qualité ou quantité d'eau).

Quelques éléments de vocabulaire



Représentation schématique d'un modèle hydrologique

Variables indépendantes ou variables d'entrée ou fonctions de forçage :

- mesures de pluie et d'ETP.

Certains modèles utilisent des données

- d'entrée spatialement distribuées.

Variables dépendantes ou variables de sortie :

- des débits
- mais aussi des flux ou concentrations en polluants et matériaux érodés simulés à l'exutoire du bassin.

Variables d'état :

variables permettant de caractériser l'état du système modélisé, qui peuvent évoluer en fonction du temps dans un modèle dynamique. Il s'agit, par exemple,

- **du niveau de remplissage des différents réservoirs d'eau du bassin versant,**
- **du taux de saturation des sols,**
- **de la profondeur des sols,**
- **des pentes ...**
- **Certaines variables d'état sont mesurables.**

paramètres

La notion de paramètre est intimement liée à celle de modèles conceptuels ou empiriques.

Dans de nombreux cas, il n'est pas possible de représenter dans un modèle le processus physique parce que l'échelle de ce processus est trop petite et que les variables d'état contrôlant le processus ne sont pas accessibles à la mesure.

Un modèle plus global est alors utilisé pour décrire le processus, mais certaines de ses variables d'état n'ont plus de sens physique, et ne peuvent plus être reliées à des variables mesurables.

Ces variables, dont la valeur doit être déterminée par calage, sont appelées paramètres.

La loi de Darcy est un exemple de modèle empirique global. Le processus sous-jacent - écoulements d'eau dans un réseau complexe de pores - ne peut être décrit finement. La conductivité hydraulique d'un sol n'est pas accessible directement à la mesure et doit être évaluée à partir de tests d'infiltration.

erreur de modélisation

c'est une mesure de l'écart entre les valeurs simulées à l'aide du modèle et les valeurs mesurées. Le critère le plus souvent employé en hydrologie pour quantifier l'erreur est l'écart quadratique.

$$Err = \sum_{i=1}^N (Q_i - Q_i^m)^2$$

N nombre d'observations

Q_i débit simulé pour le pas de temps i

Q_i^m débit mesuré pour le pas de temps i

Citons aussi pour mémoire le critère de Nash qui est une reformulation de l'écart quadratique et qui représente le pourcentage de la variance de la série mesurée expliqué par le modèle.

$$Nash = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q})^2 - \sum_{i=1}^N (Q_i - Q_i^m)^2}{\sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q})^2}$$

\bar{Q} moyenne des observations

Le critère de Nash prend ses valeurs entre $-\infty$ et 1. Un critère de 1 signifie un ajust-

tement parfait entre données mesurées et observées. Un critère négatif indique que le modèle donne de moins bon résultats que l'utilisation de la moyenne de l'échantillon. On considère généralement qu'un modèle hydrologique donne des résultats acceptables si la valeur du critère de Nash est supérieure à 0.8.

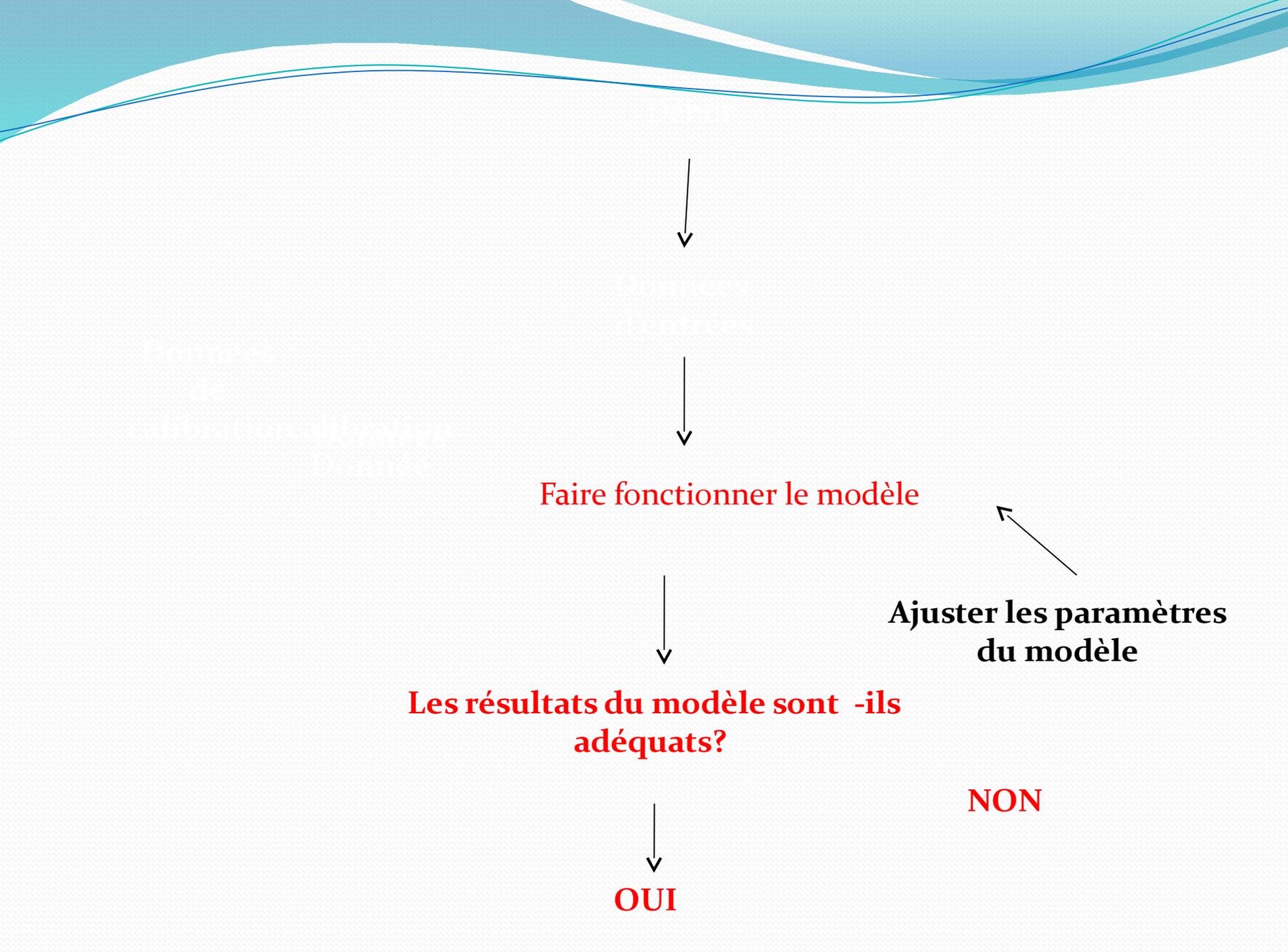
Citons encore le critère de persistance qui sert à juger des performances d'un modèle utilisé en prévision. Ce critère compare le modèle à la prévision "naïve" : simple reconduction de la valeur observée au pas i .

$$Err = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{i+k} - Q_i)^2 - \sum_{i=1}^N (Q_{i+k} - Q_{i+k}^m)^2}{\sum_{i=1}^N (Q_{i+k} - Q_i)^2}$$

k horizon de prévision

calage et validation

- calage : au sens strict du terme, c'est l'opération qui consiste à trouver les valeurs des paramètres du modèle qui minimisent l'erreur de modélisation.
- validation : étape indispensable de la mise en oeuvre d'un modèle, il s'agit de l'évaluation des performances du modèle sur un jeu de données qui n'a pas été utilisé lors du calage.



```
graph TD; A[Préparer les données] --> B[Faire fonctionner le modèle]; B --> C{Les résultats du modèle sont -ils adéquats?}; C -- OUI --> D[ ]; C -- NON --> E[Ajuster les paramètres du modèle]; E --> B;
```

Préparer les données

Préparer les données
de calibration et/ou de
validation

Faire fonctionner le modèle

Ajuster les paramètres
du modèle

Les résultats du modèle sont -ils
adéquats?

NON

OUI

Pourquoi des modèles hydrologiques

Les modèles hydrologiques, sont nés bien avant l'avènement de l'informatique. A quel besoin répondaient et répondent encore ces modèles ?

La littérature scientifique présente une très grande diversité de modèles dont très peu ont trouvé une utilisation opérationnelle.

La question de l'utilisation de modèles en hydrologie

■ pour effectuer des prévisions, dimensionner des ouvrages d'art, délimiter des zones inondables.

se pose en particulier pour les bassins versants pour lesquels on dispose de séries de débits mesurés.

on peut distinguer trois types d'utilisation des modèles mathématiques en hydrologie.

La modélisation comme outil de recherche

Cela reste aujourd'hui encore le champ d'application privilégié de la modélisation hydrologique. La modélisation peut être utilisée :

- pour interpréter des données mesurées.

Différents scénarios de fonctionnement hydrologique des bassins versants peuvent être confrontés aux mesures.

- Un exemple d'une telle utilisation de modèles hydrologiques est donnée en figure 3.2.

Les hydrogrammes de crue simulés avec différentes hypothèses sur le coefficient d'apport sont confrontés à un hydrogramme mesuré.

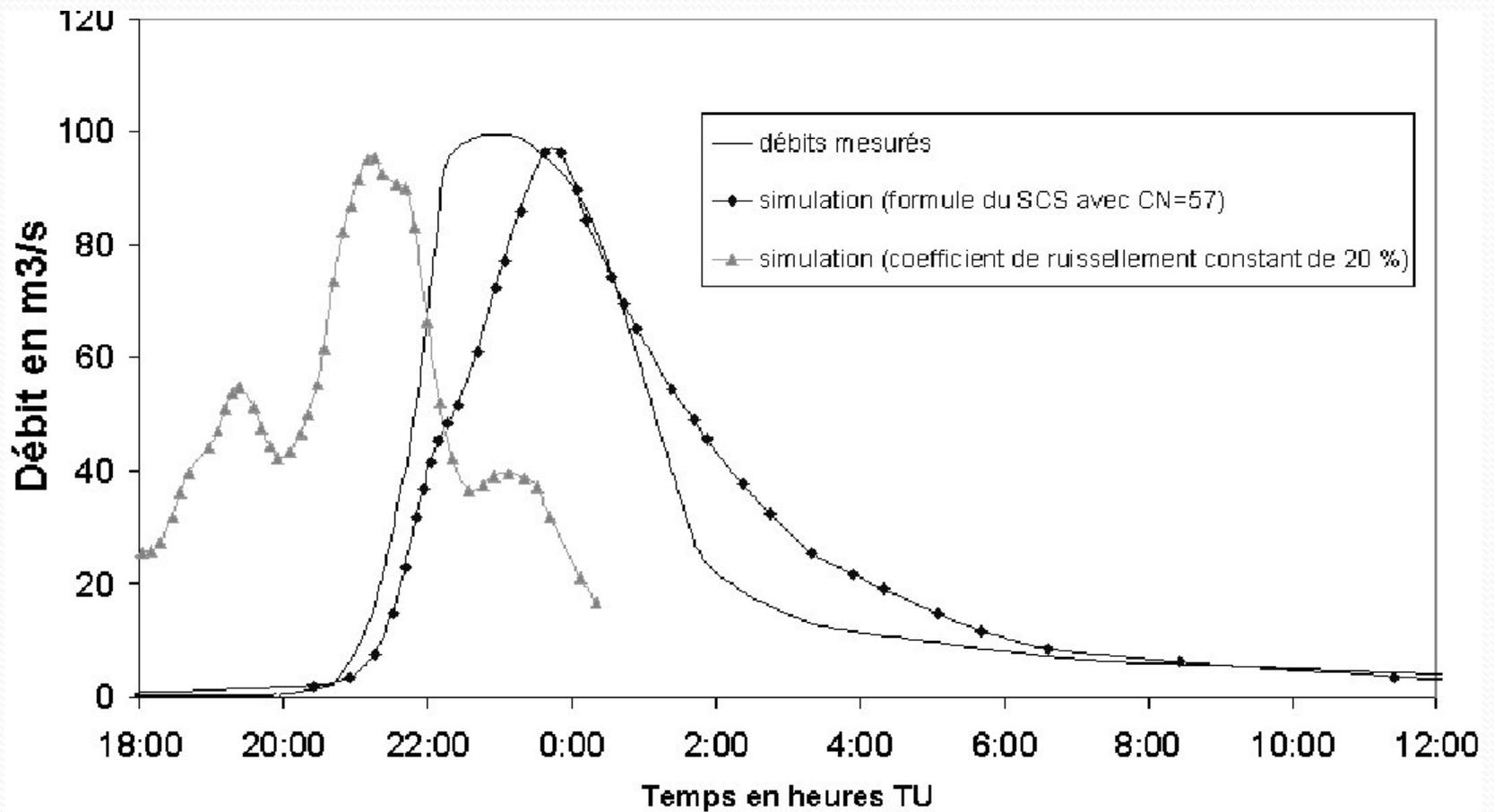


Fig. 3.2 Simulation de la crue de l'Auzonnet (Gard) des 6 et 7 Octobre 1997 (Gaume & Livet, 1999)

La modélisation comme outil de prévision

- anticipation des évolutions futures du débit d'un cours d'eau.

Il s'agit de l'utilisation opérationnelle la plus courante des modèles hydrologiques.

Dans la plupart des cas cependant, les modèles développés sont basés sur des régressions linéaires entre les variables indépendantes (pluie, débits amont) et les variables dépendantes (débits aval), et font peu appel aux connaissances sur les processus hydrologiques.

- La figure 3.3 présente les résultats de prévision des débits moyens journaliers de la Seine en amont de Paris à l'aide de modèles linéaires. Trois modèles différents sont utilisés pour les trois horizons de prévision : 1 jour (rond), 2 jours (triangles), 3 jours (losanges).



La figure 3.3 présente les résultats de prévision des débits moyens journaliers de la Seine en amont de Paris à l'aide de modèles linéaires. Trois modèles différents sont utilisés pour les trois horizons de prévision : 1 jour (rond), 2 jours (triangles), 3 jours (losanges).

La modélisation comme outil d'extrapolation

reconstitution de séries de débits plausibles. Dans certains cas, comme par exemple:

- **le dimensionnement de déversoirs de sécurité de barrages hydroélectriques**
- **la délimitation de zones inondables dans le cadre d'un Plan de prévention des risques,**

il est nécessaire de proposer des scénarios

- **de crues, ou éventuellement d'étiages, de période de retour nettement supérieure à la durée d'observation des débits sur le site étudié.**

L'utilisation de longues séries de pluies - éventuellement générées à l'aide d'un modèle stochastique de pluie - couplées à un modèle hydrologique permet de reconstituer des scénarios rares.

Les distributions de débits de pointe de crue d'un bassin versant fictif reconstituées à l'aide de deux modèles hydrologiques différents sont présentées dans la figure 3.4.

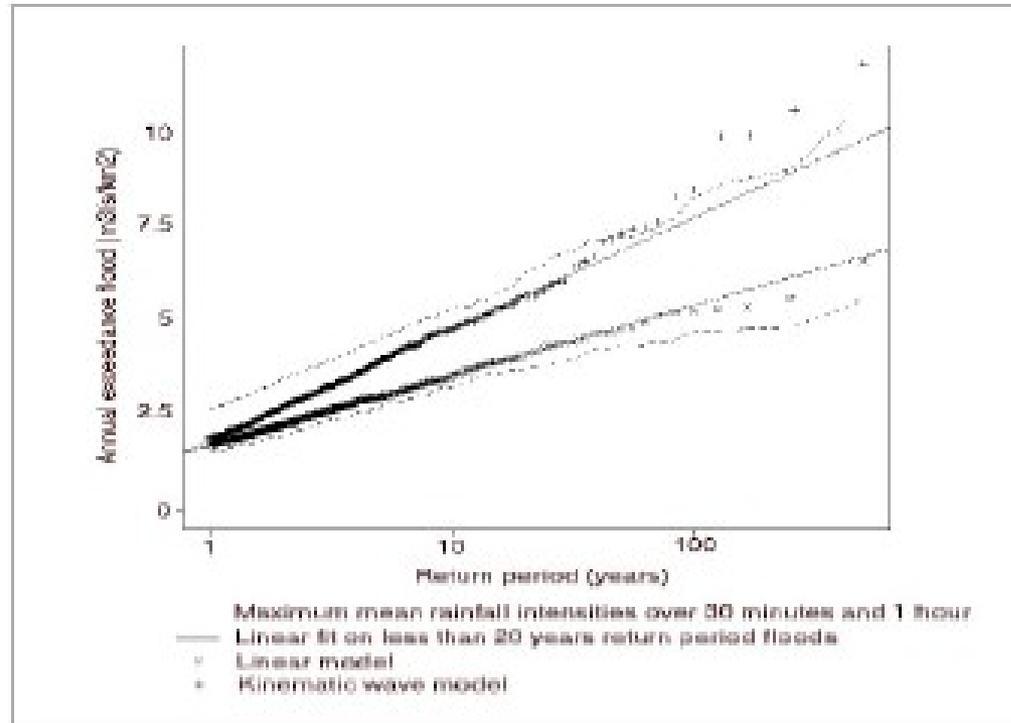
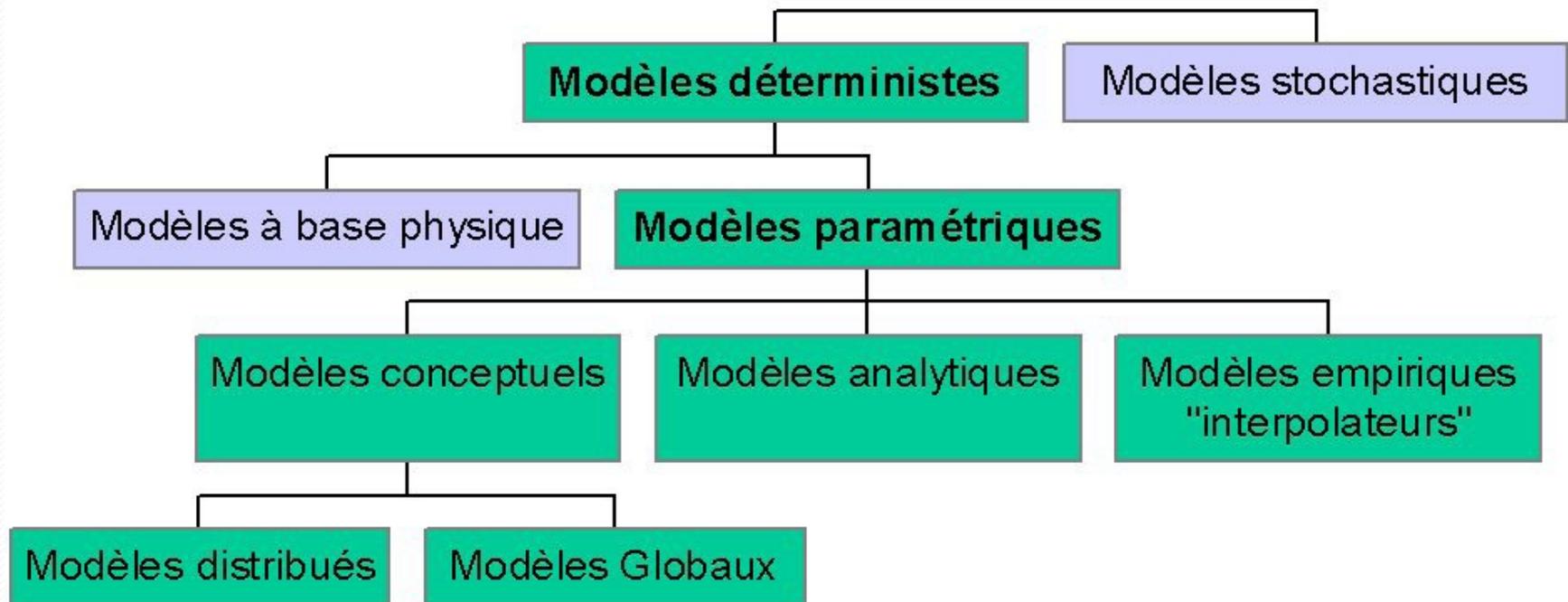


FIG. 3.4 - Reconstitution de la distribution des débits de pointe de crue d'un bassin versant fictif de 10 km^2 (Gaume *et al.*, 1999)

Les différentes approches de modélisation



Différentes approches de modélisation

Le terme de modèle recouvre une large variété d'outils, à la philosophie et aux objectifs différents.

- **modèle déterministe :**

modèle qui associe à chaque jeu de variables de forçage, de variables d'état et de paramètres une valeur réalisation unique des variables de sortie.

- **modèle stochastique :**

l'une au moins des variables de forçage ou des variables d'état ou des paramètres est une variable aléatoire. Par voies de conséquence, la ou les variables de sortie sont des variables aléatoires.

La reconstitution de la distribution des variables de sortie nécessite des simulations répétées en tirant aléatoirement la valeur de la variable d'entrée. On parle de simulation de Monte Carlo.

- **modèle à base physique :**

modèle basé uniquement sur des équations de la physique, et ne comportant idéalement aucun paramètre.

- **modèle paramétrique :**

modèle incluant des paramètres dont la valeur doit être estimée par calage.

- **modèle conceptuel :**

modèle dans lequel le fonctionnement du bassin versant est représenté par des analogies : concepts. L'analogie la plus souvent utilisée pour représenter le fonctionnement des sols et des nappes est celle du réservoir dont le débit de vidange dépend du taux de remplissage.

- **modèle analytique :**

modèle pour lequel les relations entre les variables de sortie et les variables de forçage ont été établies par analyse de séries de données mesurées.

L'exemple type est celui des modèles linéaires : les paramètres du modèles sont liés aux coefficients de corrélation entre les variables. Notons que l'analyse des données peut conduire au choix de relations non linéaires entre les variables.

- **modèles empiriques :**

le type de fonctions reliant les variables est fixé a priori (fonctions polynomiales, fonctions sigmoïdes).

Le niveau de complexité (nombre de fonctions à utiliser, ordre du polynôme) étant fixé, le calage consiste alors à déterminer la combinaison de fonctions s'ajustant le mieux aux données mesurées.

Les réseaux de neurones sont l'exemple le plus répandu de ce type de modèles en hydrologie.

Les outils d'interpolation s'avèrent généralement être de piètres extrapolateurs. Ils sont donc à utiliser Avec prudence en dehors de la gamme de valeurs pour laquelle ils ont été calés.

Caractéristique

Selon la nature de la variable

Type de modèle

Modèle déterministe (variables non aléatoires)
Modèle stochastique (variables aléatoires)

Modèles hydrologiques de bassin versant

La modélisation hydrologique de bassin versant s'intéresse au cycle de l'eau sur un bassin, elle inclut :

- des fonctions de production (liées aux transferts verticaux)
- des fonctions de transfert (liées aux redistributions latérales).



Un modèle est construit afin de répondre à une question posée dans un milieu donné et suivant une formulation de la réalité choisie. Il doit aussi tenir compte des données de forçage et de validation disponibles ainsi que de la résolution spatio-temporelle de ces données.

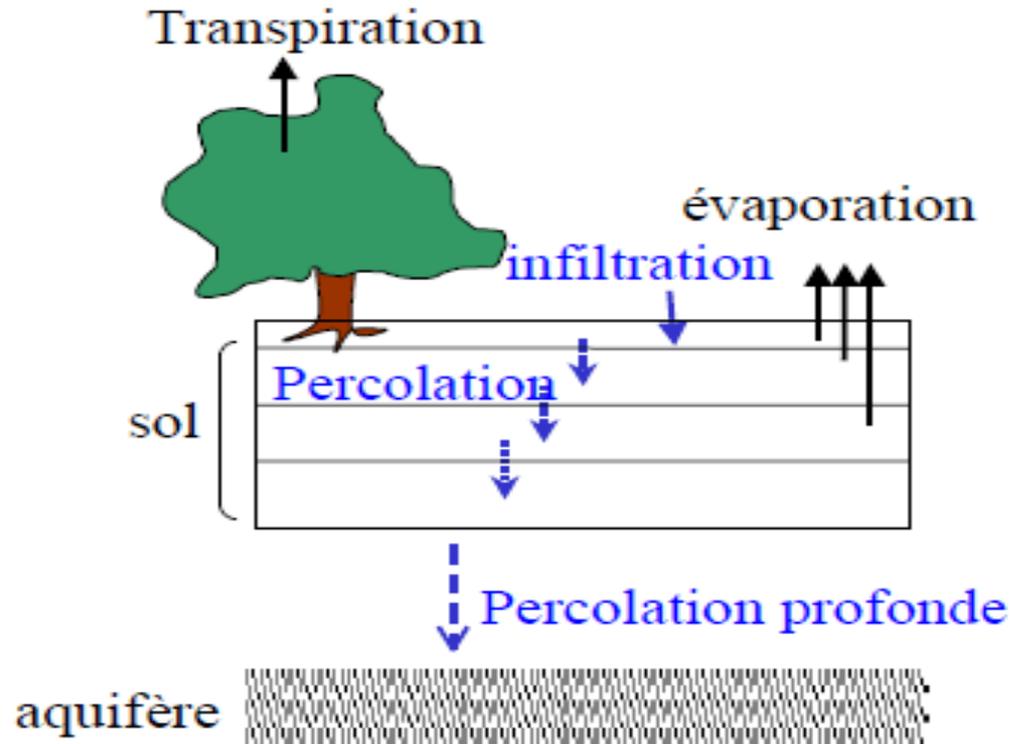
Il existe une très grande variété de modèles hydrologiques car les processus pris en compte et l'approche adoptée pour les conceptualiser diffèrent selon les auteurs.

Les modèles les plus complets prennent en compte les processus verticaux et latéraux.

Dans la **dimension verticale**

les cinq principaux transferts à prendre en compte sont :

- l'interception,
- l'évapotranspiration,
- l'infiltration,
- la percolation au sein du profil de sol et
- la percolation profonde vers les aquifères



Schématisation des principaux flux verticaux pris en compte dans les modèles hydrologiques de bassin versant.

L'interception et la percolation profonde sont modélisés de façon assez uniforme :

- **l'interception** est un réservoir dont la capacité dépend du type de couvert (capacité variable si le modèle a un module de croissance de la végétation) et qui se remplit et se vide en fonction des précipitations et de l'évaporation potentielle ;
- **la percolation** est supposée suivre une loi de Darcy.

L'évapotranspiration est calculée suivant des formalismes de complexité variée :

Penman-Monteith (Penman, 1948), Kimberly-Penman (Wright, 1982), Priestley-Taylor (Priestley et Taylor, 1972), Turc (Turc, 1961), Doorenbos-Pruitt (Doorenbos et Pruitt, 1977), Hargreaves (Hargreaves, 1975), Blaney – Criddle (Blaney et Criddle, 1950), etc.

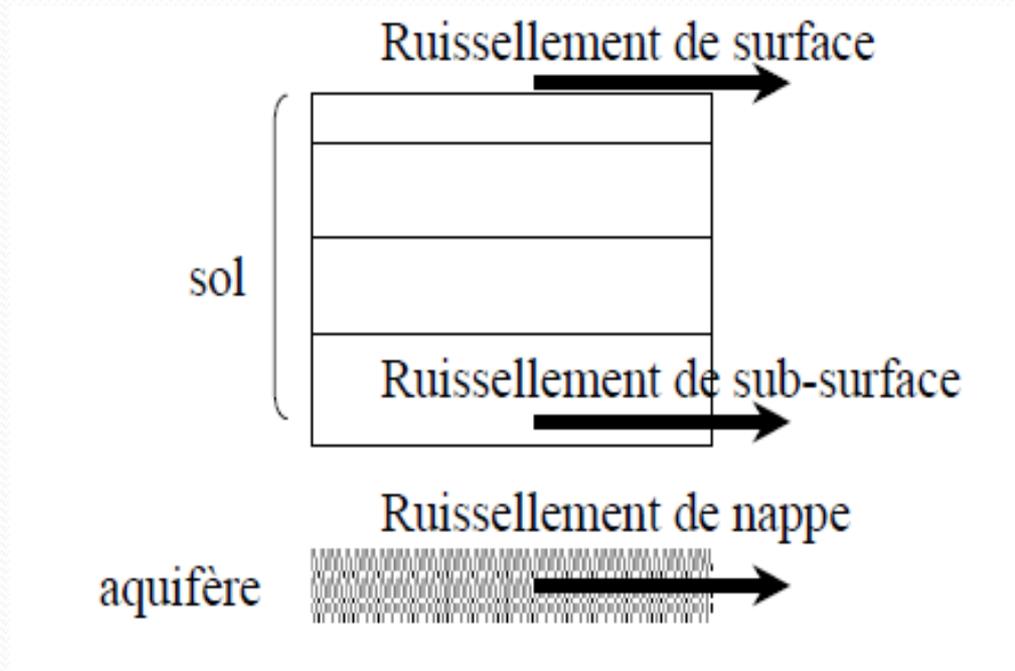
l'infiltration et la percolation dans le sol sont

- soit calculées par des lois à « base physique » ((Green et Ampt, 1911), (Richards, 1931))
- soit considérées comme le remplissage et la vidange d'une succession de réservoirs (les couches de sol) dont les capacités de stockage varient.

Dans la **dimension latérale**

il s'agit surtout de conceptualiser les transferts -du lieu de production vers le cours d'eau- de trois flux ;

- le ruissellement de surface (généralisé soit par excès d'infiltration -ruissellement hortonien- soit sur surface saturée -ruissellement de Dunne),
- Le ruissellement de sub-surface (apparaissant typiquement dans les premiers mètres en dessous de la surface du sol sur une couche imperméable où se sont accumulés des flux de percolation –formant une « nappe perchée »)
- le ruissellement de nappe (flux latéral au niveau des aquifères à plusieurs dizaines de mètres de profondeur).



Schématisation des principaux flux latéraux pris en compte dans les modèles hydrologiques de bassin versant.

Suivant la localisation du bassin (géologie et climat) l'importance relative des trois flux diffère :

- certains modèles, adaptés à un type de fonctionnement hydrologique donné, négligent l'un ou l'autre de ces flux.

Signalons par exemple TOPMODEL « TOPOgraphy based hydrological MODEL » (Beven et Kirkby, 1979) et le modèle VIC « Variable Infiltration Capacity » (Wood et al., 1992) basés sur le ruissellement sur surfaces saturées.

Une fois les trois flux transférés de l'unité de production au cours d'eau, le modèle peut simuler explicitement le transfert de la lame d'eau au sein même du réseau hydrographique ou faire l'hypothèse qu'aucune modification n'a lieu au cours du cheminement de l'eau dans le réseau.

Corrélation et régression linéaire simple

- I. Corrélation et régression linéaire**
- II. Coefficient de corrélation**
- III. Régression linéaire simple**

Nature des variables

Le terme de **corrélation** est utilisé dans le langage courant pour désigner la **liaison** (relation / association) entre 2 variables quelconques.

En statistique, le terme de **corrélation** est réservé pour désigner la liaison entre 2 variables **QUANTITATIVES** (le plus souvent continues).

Corrélation / régression : liaison entre 2 variables quantitatives

Corrélation :

- Liaison entre 2 variables quantitatives X et Y
- Rôle **symétrique** (on peut permuter X et Y)
- Rôle **asymétrique**
- Régression :
- Liaison entre 2 variables quantitatives X et Y
- Rôle asymétrique uniquement :
 - X = variable explicative / Y = variable expliquée
 - X = variable indépendante / Y = variable dépendante (on ne peut pas permuter X et Y)

Le Modèle GR

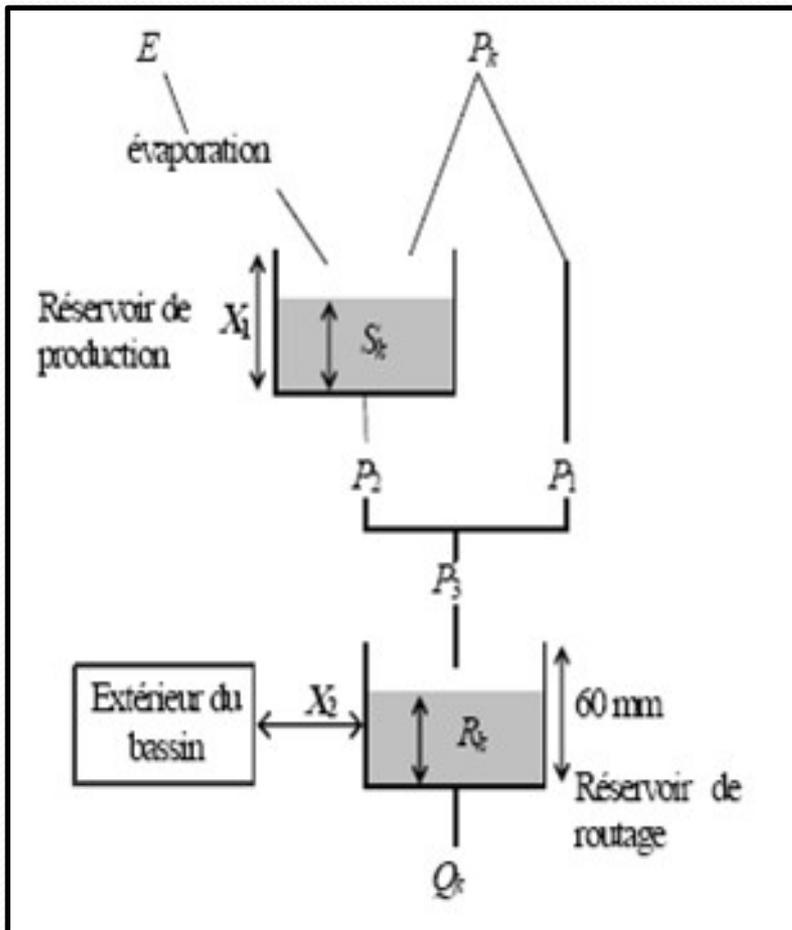
Les modèles de simulation du Génie Rural fonctionnent aux pas de temps annuel, mensuel et journalier.

Le modèle GR_{1A} (modèle du Génie Rural à 1 paramètre Annuel) est un modèle pluie-débit **global**. Son développement a été initié au Cemagref à la fin des années 1990. La version que nous avons utilisé, est celle proposée par Mouelhi (2003) et Mouelhi *et al.* (2006a).

$$Q_k = P_k \left\{ 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0.7P_k + 0.3P_{k-1}}{X.E} \right)^2 \right]^{0.5}} \right\}$$

Modèle pluie-débit mensuel GR2M

Le modèle GR2M (modèle Mensuel du Génie Rural à **2** paramètres) est un modèle pluie-débit **global**.



Paramètre	Médiane	Intervalle de confiance à 90%
$X_1(\text{mm})$	380	140 - 2640
$X_2(-)$	0.92	0.21 - 1.31

X_1 : capacité du réservoir de production

X_2 : coefficient d'échanges souterrains

Les modèles hydrologiques permettent donc de transformer des séries décrivant le climat d'un bassin versant (typiquement des séries de précipitations et de températures) en une série de débits. Cette transformation est souvent divisée en deux parties:

Une première partie souvent appelée la "production", qui consiste en la détermination de bilans d'eau à l'échelle du bassin versant. Ce bilan permet notamment de répartir la *pluie brute observée* (la totalité de la pluie qui est tombée sur le bassin versant et qui est mesurée par un ou plusieurs pluviomètres) en *pluie "nette"* (la proportion de la pluie brute qui participe au débit du bassin versant étudié), en *quantité d'eau évapotranspirée* et en *quantité d'eau stockée par le bassin versant*.

Une deuxième partie souvent appelé le "transfert" ou "le routage", qui consiste à répartir dans le temps la quantité d'eau participant au débit du bassin versant étudié.