**دروس في الإحصاء الاستدلالي**

هناك نموذجين من الإحصاء

1- **الوصفي**: تنظيم و عرض و وصف البيانات سواء كانت كمية أو نوعية، فهو يلخص مجموعة كبيرة من البيانات، و يرتبط بالمجتمع الكلي.

2- **الاحصاء الاستدلالي**: و هي عمليات استخلاص النتائج العامة من نتائج جزئية، و يحاول الإجابة أي الاستدلال عن أسئلة

هو العقلنة التي تسمح بالوصول إلى نتائج حقيقية حول مجتمع انطلاقا من ملاحظات جزئية منه تتمثل في العينة.

مجتمع

الإحصاء الاستدلالي

عينة

الدافع من الاستدلال هو الإرباك و التظليل لأنه يعمل بافتراض أن يعرف ما يبحث عنه في الواقع

التجارب في علوم المادة دقيقة، أما في العلوم المعنوية فإن نفس التجارب لا تأدي إلى نفس النتائج لهذا هي:

- احتمالية والاحتمال يقع بين[0،1]

- عشوائية

نظرا لعدم قدرة دراسة المجتمع الكلي، أصبح الاعتماد على معاينات تكون ممثلة لمجتمع البحث

لدينا متغير شارح X (جنس) و متغير ذات اهتمامY(وزن)، لهذا لا بد من عينة

من أجل دراسة الوزن لنجد أنه يتراوح بين 40 إلى 120 كغ و لكن الأغلبية بين 60 و 80 كغ للرجال و 45 و 70 للنساء، ثم تعميم النتائج عل المجتمع الكلي.

الهدف من العينة أنها تقدم معلومات سهلة و سريعة لمجتمع كبير و الانتقال من العينة إلى المجتمع هي الإحصاء الاستدلالي

العينة تعني أن كل أفراد المجتمع لهم نفس الحظ في الظهور، و الخلاصة الاحصائية هي التعميم

العينة الصغيرة لا تقبل التعميم، لهذا فإن قدرات انجاز خلاصة إحصائية يرتبط بحجم العينة

**مثال:** نريد دراسة شعبية مترشح

نسبة مقروئية صحيفة

نسبةاشتغال مصابيح

المجتمع قد يكون كبير (طلاب الجامعة) كبير جدا (سكان الجزائر) أو افتراضي (نسبة الاستجابة لدواء معين )

لهذا ننتقل منN إلى n

مثال دراسة فعالية دواء n=100 72 تم شفائهم p=0.72

P هو الاحتمال

**مثال:** نريد معرفة مستوى نمو أشجار في الغابة

مستوى نمو حيوان، سمك

الانحراف في العينة يرتبط بعدم قدرتها على تمثيل المجتمع

X هي متغير عشوائي/n هي عينة من X فهي إنجاز (x1, x2, x3, …xn)

مثال: دراسة البطالة

p= {البطالين في الجزائر}

Xفترة البقاء في البطالة

N متغير كمي مستمر

عينة x من مجتمع pذات حجم n= 50

الملاحظات هيX1, X2, X3, …..X50

الاحتمال

هو تجربة التي تؤدي إلى ملاحظة أو قياس، مثل إلقاء زهرة نرد أو قطعة نقد في الهواء

العلم إعادة برهان نفس الواقع

هناك تجارب لا تكون فيها نفس النتائج هي عشوائية

مثل: رمي زهرة نرد – رمي قطعة نقد – سحب كرة من كيس فيه مجموعة من الكرات

**فضاء العينة**

هي النتائج الممكنة من التجربة العشوائية

**مثال:**

- في رمي زهرة نرد فضاء العينة S={1.2.3.4.5.6}

- في رمي قطعة نقد S={H.T} / صورة H شكل T

- رمي قطعة نقد مرتين S={(1.1)(1.2)(1.3)…..(6.6) }

- رمي قطعة نقد مرتين S={(H.H)(H.T)(T.H) (T.T) }

**الحدث**

هومجموعة جزئية من فضاء العينة أي مجموعة النتائج الممكنة

الحدث الأكيدS

الحدث المستحيل Ø

لدينا A و B أحداث

حدوث A و B في نفس الوقت (A∩B)

 (A∪B) أو الاثنين معا B و A حدوث

هي الحدث المخالف لA A

A = S - A

A و ليسB A∩BA – B =

نقول الحدث Aوقع إذا كان جزء من فضاء العينة

مثال: نرمي قطعة نرد

نفترض أن الحدث A : ظهور عدد فردي

فضاء العينة S={1.2.3.4.5.6}

A= {2.4.6}

كيس فيه ثلاثكرات مرقمة من 1 إلى 3 نسحب كرتين:

الحدث A : مجموع الرقمين يساوي 5

الحدث B : أن تكون النتيجة الثانية 2 أو 3

فضاء العينة S={(1.1)(1.2)(1.3)(2.1)(2.2)(2.3)(3.1)(3.2)(3.3)}

A= {(2.3)(3.2)}

B= {(1.2)(1.3)(2.2)(2.3)(3.2)(3.3)}

A∩B={(2.3)(3.2)}

A={(1.2)(1.3)(2.2)(2.3)(3.2)(3.3)}∪B

A – B= Ø

A= {(1.1)(1.2)(1.3)(2.1)(2.2)(3.1)(3.3)}

**تطبيق على الأحداث**

لدينا كيس فيه 8 كرات مرقمة من 1 إلى 8

S={1.2.3.4.5.6.7.8}

نفترض الأحداث= {1.3.5.7} A

B= {5}

نقول أن تحقق B يستلزم بالضرورة تحقق Aو بالتالي فإن B∁A (محتواة)

نفترض الحدثD= {2.4}

A∩D= Ø فالحدثان لا يتوافقان

نفترض الحدثE= {5.6.7.8}

الأحداث البسيطة

الحدث{1.3.5.7} A= يشمل أحداث بسيطة

e7= {7} e5= {5} e3= {3} e1= {1}

عندما تتحقق إحدى الأحداث البسيطة فإن الحدث A يتحقق

**الاحتمالات**

الشك في وقوع الأحداث يوجد بين [1.0] / حيث 1 هو الاحتمال المؤكد و يمثل 100% و 0 هو الاحتمال المعدوم و يمثل 100% في عدم الظهور. هناك طريقتين لتقدير الاحتمال

1 – الطريقة الكلاسيكية أو التقليدية : إذا كان يمكن حدوث الحدث بطريقة عددها K من مجموعة كلية لمجموعة من الطرق الممكنة G فإن= K / G P(A)

مثال: في قطعة نقود= 1 / 2 P(A) في زهرة نرد= 1 / 6 P(A)

2- الأسلوب التكراري: بعد تكرار التجربة H مرة، و تكرار حدوث الحدث I مرة فإن= I / H P(A)

مثال: نرمي قطعة نرد 100 مرة، فظهرت الرقم 2، 75 مرة= 75 / 100P(A)

**التحليل التوافقي**

هو طريقة متطورة للعد

نفترض أن لدينا ثلاث طلبة نرمز لهم A.B.C نريد تشكيل فريق من طالبين فنحصل على الشكل:

 B -AB

A C -AC

 A -BA

B C -BC

 A -CA

C B - CB

فنحصل على 6 مجموعات ممكنة انطلاقا من المجموعة الأصلية N حيث N= 3 و n= 2

 في حالة عدد كبير مثلا 50 طالب فإن تكوين الشجرة سوف يكون صعب لهذا نلجأ إلى التحليل التوافقي

الأكثر أهمية في الإحصاء الاستدلالي هي طريقة السحب: بالتكرار / بدون بالإرجاع / بدون إرجاع

**الترتيبة Arrangements / بدون تكرار يرمز لها nAr**

- هي طريقة لتنظيم عناصر المجتمع بحيث تأخذ بعين الاعتبار الترتيب لعناصر العينة

- تغير الترتيب في عناصر العينة يعني الحصول على عينة مختلفة

مثال: مجموعة من 5 أحرف a.b.c.d.e

المجموعات bac.bcd.abc.ace ......تمثل ترتيبات ذات 3 عناصر من المجموعة ذات 5 عناصر

و المجموعات ab.cd.ce.ae .....هي ترتيبات من عنصرين من المجموعة ذات 5 عناصر

لديناn شيء مختلف و نريد ترتيب r منها في خط، فيمكن ترتيب الأولى منها بطريقة n و الثانية بطريقة n-1 و الثالثة n-2 و الأخيرة n-r+1 / فنحصل حسب المبدأ الأساسي للعد على عدد الطرق الممكنة:

nAr= n(n-1)(n-2)(n-3)……(n-r+1)= n! / (n-r) !

**مثال:**مجتمع من 6 عناصر، كم عينة من عنصرين يمكن استخراجها

 4A2= 4!/ (4-2) != 12

! العاملي factorielle

5!= 5.4.3.2.1= 120

4! = 4.3.2.1= 24

1! = 1

0! = 1

مثال: يتسابق 5 سباحين في التصفيات المؤهلة للنهائيات، ما هي طرق الترتيب

 5 4 3

n (n-1) (n-2) ………

هذه ترتيبة بدون تكرار لأن السباح لا يمكن أن يحتل المرتبة الأولى و الثانية في نفس الوقت، فالترتيب له دور

حيثn = 5 (عموديا) و r = 3 (أفقيا)

nAr= n(n-1)(n-2)(n-3)……(n-r+1)= n! / (n-r) !و علاقتها

**ترتيبة مع التكرار**

هي مجموعة جزئية ذات r عنصر من مجموعة ذات n عنصر

لدينا المجموعة S = {1.2.3.4}

{2.3.4} هي قائمة أو ترتيبة ذات ثلاث عناصر من المجموعة S

{3.4.2} هي أيضا ترتيبة ذات ثلاث عناصر من S و هي تختلف عن الأولى

444

nnn

n= 4r=3

الترتيبةnr

43 =64

مثال: كيس فيه 9 كرات نسحب 3 كرات

93= 729

**التبديلة**Permutation

 مجموعة منظمة من n عنصر، و هي تمثل حالة خاصة من الترتيبة و تكون في حالة التساوي n=r

مثال: التبديلات الممكنة من 3 عناصر و التي فيها 3 عناصر e.f.g هي:

efg.egf.feg.fge.gef.gfe

ندعوا تبديلة**بدون تكرار** ذات n عنصر كل مجموعة مرتبة لهذه العناصر التي عددها n / n=r

pn= n!

كل تبديلة هي عبارة عن ما يقابل هذه المجموعة ذاتها، أي أن كل تبديلة ذات n عنصر هي ترتيبة n عنصر من n و الخلاصة حيث يتساوى العينة و المجتمع.

مثال: ما هي عدد المجموعات ذات 5 أرقام التي يمكن تشكيلها من المجموعة S

S= {4.5.6.7.8}

P5= 5! = 5.4.3.2.1 = 120

**التبديلة مع التكرار**

في حالة وجود تكرار K لنفس الشيء، فإن عدد التبديلات الممكنة للمجموعة ذات n عنصر لا بد أن تأخد بعين الاعتبار هذا التكرار فتسمل مجموعة ات Kعنصر يتوافق مع عدد التبديلات للمجموعة ذات n عنصر و تكون بالشكل:

Pn = n! / k!

مثال: لدينا الحروفtaccullatt

الكلمات التي يمكن تشكيلها من 10 حرف هي

10P3.2.2.2 = 10! / 3!.2!.2!.2! = 63000

3- أن حرف T تكرر ثلاث مرات / 2- الحرف a تكرر مرتين / 2- الحرف c تكرر مرتين / 2- الحرف l

**التوفيقة**combinaison

هي أحسن المقاييس و الاكثر استعمالا، نظرا لتوافقها مع المجتمع الأصلي

ندعوا توفيقة ذات r عنصر من المجموعة ذات n عنصر كل مجموعة غير مرتبة لهذه العناصر، أي بالتركيز على إهمال عنصر أساسي سابق يتمثل في الترتيب، فنجد أن المجموعتين abc و bac هي نفسها لأن السحب في آن واحد عكس الترتيبة التي فيها السحب على التوالي، لهذا نجد أن عدد التراتيب أكبر من التوفيقات

بدون إرجاع: الحادث لا يتكرر فتكون توفيقة

بالإرجاع: الحادث يتكرر فتكون ترتيبة

و نجد التوفيقة بالعلاقة:

nCr = n! / (n-r)!.r!

عندماn=r فإن nCr=1

**مثال:** أحسب عدد التوفيقات / n = 5 r = 3

nCr = n! / (n-r)!.r!

5C3 = 5! / (5-3)!. 3! = 10

**مثال:** لدينا 5 ذكور و 6 إناث يتقدمون لاختبار ينجح فيه 3 أفراد

-ما هو عدد الإمكانات المختلفة للاختبار

- ما هي عدد الإمكانات لاختار 2 أنثى و ذكر

- ما هي عدد الإمكانات لاختار 2 ذكرو أنثى

عدد الإمكانات المختلفة للاختبار هي:

11C3 = 11! / (11-3) !. 3! = 1320

عدد الإمكانات لاختار 2 أنثى و ذكر

6C2.5C1= 6! / (6-2) !.2! .5! / (5-1) !.1!= 15.5= 75

عدد الإمكانات لاختار 2 ذكر و أنثى

5C2.6C1= 5! / (5-2) !.2! . 6! / (6-1) !.1!=10 . 6= 60

**الاحتمال**Probabilités

الاحتمال هو التكرار النسبي لعنصر داخل مجتمع إحصائي و يرمز له بالرمز P

P = F / N

P هو الاحتمال

F هو عدد الحالات الموافقة للحادث

N هو عدد الحالات الممكنة (فضاء العينة)

= F / NP (A)

P (A) = 1 - P (A)

**مثال:** نرمي زهرة نرد صحيحة، احتمال الحصول على عدد 2 هو

P = 1 / 6

احتمال الحصول على عدد 9 هو الاحتمال المستحيل و يساوي Ø

احتمال الحصول على عدد 6 هو P = 1 / 6

توجد قيمة التكرار النسبي بين 0 و 1

يساوي الاحتمال 1 عندما يكون عدد العناصر المحققة للحادث مساوي لفضاء العينة و نسميه الاحتمال الأكيد

و يساوي الاحتمال 0 عندما لا يحقق أي عنصر من عناصر فضاء العينة للحادث المطلوب و يسمى الحادث المستحيل، مع التذكير أن مجموع الاحتمالات يساوي 1

الاحتمال الشرطي

P(A/B)= P(A∩B) / P(B)

إستقلالية عنصرين

P(A∩B)= P(A) . P(B)

P(A/B)= P(A)

P(B/A)= P(B)

نضرية باي Bayes

P(A/B)= P(A/B) . P(A) / P(B)

**تمارين**

**المثال رقم 1:**

كيس فيه 4 قريصات خضراء و 3 حمراء و 2 زرقاء

نسحب ثلاث كرات في آن واحد

ما هو احتمال: 1- الحصول على كرة خضراء

2- الحصول على كرتين خضراء على الأقل

3- الحصول على كرة حمراء على الأكثر

4- الحصول على كرة زرقاء على الأقل

**مثال رقم 2:**

نرمي زهرة نرد صحيحة في الهواء

ما هو احتمال: 1- ظهور عدد اقل من 6

2 – ظهور عدد اكبر من 3

3 – ظهور عدد أولي

4- ظهور عدد فردي

**مثال رقم 3:**

قسم فيه 30 طالب 18 أنثى و 12 ذكر نريد تشكيل لجنة من 3 أعضاء رئيس و نائب أول و نائب ثاني

ما هو احتمال أن تشمل اللجنة: 1- 3 إناث

2- 3 ذكور

3- ذكر فقط

4- ذكر و أنثى

5- على الأقل 2 أنثى

**الحل**

**التمرين الأول**

عدد الإمكانات الكلية

9C3 = 9! / (9-3)! . 3! = 84

1- احتمال الحصول على كرة خضراء (الحدث A)

P(A) = F / N

Nعدد الإمكانات الكلية

F عدد الحالات المقابلة للحدث A

نحسب F

4C1 . 5C2 = 4! / (4-1)! . 1! .5! / (5-2)! . 2 ! = 4 . 10 = 40

P(A) = F / N = 40 / 84 = 0.47

2-احتمال الحصول على كرتين خضراء على الأقل

4C2 . 5C1 = 4! / (4-2)! . 2! . 5! / (5-1) ! . 1! = 6 .5 = 20

P(B) = F / N = 20 / 84 = 0.23

3- احتمال الحصول على كرة حمراء على الأكثر

3C1 .6C2 + 6C3 = 3! / (3-1) ! . 1! .6! / (6-2) ! . 2! + 6! / (6-3)!.3 !

 = 3 .15 + 20 = 65

P(C) = F / N = 65 / 84 = 0.77

4-احتمال الحصول على كرة زرقاء على الأقل

2C1 .7C2 + 2C2 .7C1 = 2! / (2-1)! .1! .7! / (7-2)! .2! + 7! / (7-1) !.1!

 = 2 .21 + 1 . 7 = 49

P(D) = F / N = 49 / 84 = 0.58

**المثال رقم 2:**

نرمي زهرة نرد صحيحة في الهواء

عدد الإمكانات الكلية هي 6 S = {1.2.3.4.5.6}

1- احتمال ظهور عدد اقل من 6(الحدث A)، و يمثل 5 أو 4 أو 3 أو 2 أو 1

P(A) = F / N= 5 / 6 = 0.83

2 – احتمالظهور عدد اكبر من 3 و تمثل 4 أو 5 أو 6

P(A) = F / N= 3 / 6 = 0.5

3 – احتمالظهور عدد أولي(يقسم على الواحد و على نفسه)

P(A) = F / N= 4 / 6 = 0.66

4- احتمالظهور عدد فردي

P(A) = F / N= 3 / 6 = 0.5