Série de TD N° 3
Deuxième Principe de la Thermodynamique

Exercice 1

1°/ Une machine thermique opère entre une source chaude à 200 K et une source froide à 100 K. A chaque cycle, le système emprunte à la source chaude une quantité de chaleur Q_1 = 100 J et cède à la source froide une quantité de chaleur Q_2 = 25 J pour un travail fournit : W= 75 J.

a- Le cycle décrit par la machine est-il possible ?

b- Dans le cas contraire, quel est le principe qui ne permet pas la réalisation de cette machine ?

2°/ Un moteur thermique fonctionne suivant un cycle ce CARNOT entre deux source de températures T_1=800K et T_2=200K. calculer le travail fournit par le moteur au cours de chaque cycle, sachant qu'il absorbe une quantité de chaleur Q=8 kJ.

Exercice 2

Deux corps identiques de chaleur spécifique c constante et dont les températures initiales sont respectivement T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$), servent de source de chaleur à un moteur thermique fonctionnant par cycle réversible entre ces deux sources.

1°/ Donner le schéma de principe de ce moteur, en indiquant clairement le sens des transferts thermique et de travail.

On suppose que chaque cycle met en jeu des énergies suffisamment faibles pour que les températures des sources ne varient pas notablement au cours d'un cycle.

2°/ Déterminer la température finale T_f des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner, ainsi que le travail total fourni par ce moteur

3°/ Exprimer le rendement global ; le comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources T_1 et T_2 restaient constantes.

AN : C =4.106 $J.K^{-1}$ dont les températures initiales sont respectivement T_1 =373 K et T_2= 223 K.

Exercice 3

1°/ Une machine frigorifique fonctionne de façon réversible entre deux sources à T_1 = 20 °C et T_2 = 4 °C. La source chaude représente la cuisine et la source froide l'enceinte du réfrigérateur. Calculer le travail W qu'il faut fournir pour extraire une quantité de chaleur Q_2 à la source froide. Faire l'application numérique dans le cas où Q_2= 11 kcal.

2°/ Du fait de l'irréversibilité de la machine frigorifique, on a $\left|\frac{Q_1}{Q_2}\right| = 1.25\,\frac{T_1}{T_2}$

Calculer le travail W' nécessaire à la même opération et faire son application numérique. Conclusion ?

Exercice 4

Dans un réfrigérateur de puissance électrique P = 50 W, le fluide frigorifique (le fréon) décrit un cycle de Carnot entre deux sources :

– une source froide à la température T_2 = -5 °C, le congélateur

– une source chaude à la température T_1 = 20 °C, la cuisine.

On introduit dans le congélateur un bac rempli de 0,5 Litres d'eau à la température initiale T_1.

1°/ Calculer l'efficacité en fonction de T_1 et T_2.

2°/ Calculer la quantité de chaleur extraite à la source froide. En déduire le travail nécessaire à fabriquer de la glace à T_2 = -5 °C.

3°/ Déterminer alors le temps nécessaire à la formation de cette glace dans le congélateur. Cette durée est-elle raisonnable ?

On donne : la masse volumique de l'eau ρ=1 kg /l ; la chaleur spécifique de l'eau c_0 =4.18 J g^{-1} K^{-1}; la chaleur spécifique de la glace c_g =2.1 J g^{-1} K^{-1}; la chaleur latente de fusion de la glace L_f =333 J g^{-1}

Exercice 5

Une pompe à chaleur dont le fonctionnement est supposé réversible échange de la chaleur avec deux sources de chaleur : l'une est l'eau d'un lac dont la température est T_0= 280 K, l'autre est un corps de masse M =1000 kg thermiquement isolé dont la température initiale est T_i = 293 K. La capacité calorifique massique de l'eau est supposé constante : $c_0 = 4.18\ J.kg^{-1}.K^{-1}$.
Calculer, lorsque la masse M d'eau a atteint la température finale T_f = 333 K :
1°/ les quantités de chaleur échangées entre la pompe et les deux sources.
2°/ Le travail absorbé par la pompe
3°/ La variation d'entropie de la source froide.

Exercice 6

On considère une mole de gaz parfait décrivant un cycle de Joule réversible ABCDA composé de deux transformations adiabatiques et de deux transformations isobares (figure 1).
Montrer que le rendement s'écrit sous la forme suivante : $1-a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ avec $a=\frac{P_2}{P_1}$

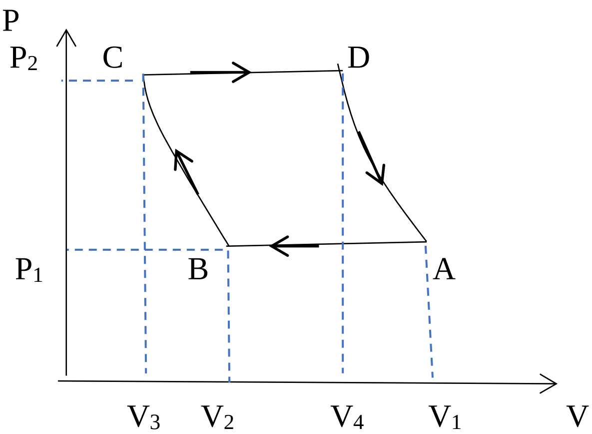
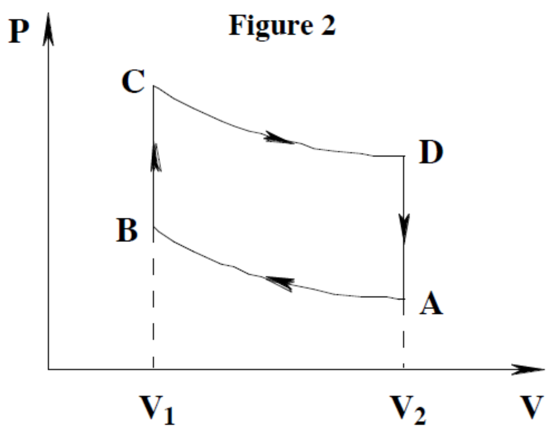


Figure 1

Exercice 7

On considère un cycle d'Otto décrit par un gaz parfait représenté figure ci -dessous. Le cycle est réversible et décrit dans le sens moteur.
• La transformation AB est une compression isentropique du gaz parfait.
• La transformation BC est une transformation isochore du gaz parfait.
• La transformation CD est une détente isentropique du gaz parfait.
• La transformation DA est une transformation isochore du gaz parfait.
La pression, le volume et la température pour les points A, B, C, D, sont respectivement (P_A, V_A, T_A), (P_B, V_B, T_B), (P_C, V_C, T_C), (P_D, V_D, T_D).



1°/ Donner les expressions des quantités de chaleur échangées pour une mole de gaz parfait. Préciser le signe de ces quantités de chaleur.
2°/ En déduire que le cycle d'Otto est un cycle moteur.
3°/ Calculer le rendement du cycle moteur d'Otto en fonction de T_A, T_B, T_C, T_D.
4°/ Calculer le rendement du cycle moteur d'Otto en fonction du rapport volumétrique a= V_2/V_1 et du rapport $\gamma = c_P/c_V$ des chaleurs spécifiques du fluide.

Solutions

Exercice 1

1°/ T_1= 200 K T_2= 100 K. Q_1 = 100 J , Q_2 = -25 J et W= -75 J.

a- vérifions les deux principe : $Q_1 + Q_2 + W =$ 100-25-75=0

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{100}{200} + \frac{-25}{100} = 0.5 - 0.25 = 0.25 \succ 0$$

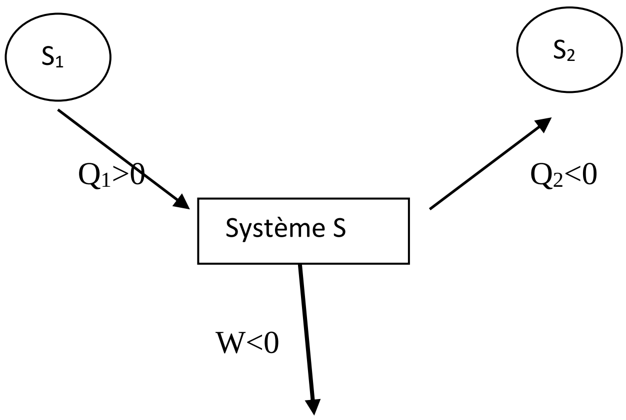
B°/ Le cycle n'est pas autorisé il est interdit par le deuxième principe

2°/ Un moteur thermique fonctionne suivant un cycle ce CARNOT entre deux source de températures T_1=800K et T_2=200K. avec Q_1=8 kJ.

$$\eta = -\frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow W = -Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = -6000J$$

Exercice 2

1°/ le schéma de principe de ce moteur :



2°/ au cours d'un cycle le corp chaud cède au système la quantité de chaleur égale à :

$m_1 c\ dT_1$

Donc la chaleur reçue par le système est :

$$\partial Q_1 = -m_1 c\ dT_1$$

Au cours d'un cycle le corp froid reçoit du système la quantité de chaleur égale à : $m_2 c\ dT_2$

Donc la chaleur cédée par le système est : $\partial Q_2 = -m_2 c\ dT_2$

Le deuxième principe exige que :

$$\int_{T_{01}}^{T_f} \frac{\partial Q_1}{T_1} + \int_{T_{02}}^{T_f} \frac{\partial Q_2}{T_2} = 0 \Rightarrow mc \ln\frac{T_f}{T_{01}} + mc \ln\frac{T_f}{T_{02}} = mc \ln\frac{T_f^2}{T_{01}T_{02}} = 0$$

D'où $T_f = \sqrt{T_{01}T_{02}}$

Après un nombre de cycles : $W = -Q_1 - Q_2 = mc\Delta T_1 + mc\Delta T_2 = mc(2T_f - T_{01} - T_{02})$

$$W = -mc(T_{01} + T_{02} - 2\sqrt{T_{01}T_{02}}) = -mc(\sqrt{T_{01}} - \sqrt{T_{02}})^2 \prec 0$$

3°/ le rendement global : $\eta = -\frac{W}{Q_1} = \frac{mc(T_{01} + T_{02} - 2\sqrt{T_{01}T_{02}})}{mc(T_f - T_{01})} \Rightarrow \frac{T_{01} + T_{02} - 2\sqrt{T_{01}T_{02}}}{\sqrt{T_{01}T_{02}} - T_{01}}$

AN : C =4.106 J.K^{-1} dont les températures initiales sont respectivement T_1 =373 K et T_2= 223 K.

le rendement théorique maximal si les températures initiales des deux sources T_1 et T_2 restaient constantes.

$$\eta = -\frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_{02}}{T_{01}}$$

AN : C =4.106 J.K^{-1} dont les températures initiales sont respectivement T_1 =373 K et T_2= 223 K.

Exercice 3

$T_1 = 293$ K et $T_2 = 277$ K

1°/ $e=\frac{Q_2}{W}=-\frac{Q_2}{Q_1+Q_2}=-\left(\frac{Q_1+Q_2}{Q_2}\right)^{-1}=\left(\frac{T_1}{T_2}-1\right)^{-1}=17.31$ et $W=\frac{Q_2}{e}=\frac{11}{17.31}=635cal=2.65\ kJ$

2°/ $W'=\frac{Q_2}{e'}$ avec $e'=-\left(\frac{Q_1+Q_2}{Q_2}\right)^{-1}=\left(1.25\frac{T_1}{T_2}-1\right)^{-1}=1.70$

$W'=\frac{11}{1.70}=6.47\ kcal=27\ kJ$ On peut vérifier que : e'<e et w' >w

Exercice 4

1°/ l'efficacité de la machine est donnée par

$$e=\frac{Q_2}{W}=-\frac{Q_2}{Q_1+Q_2}=-\left(\frac{Q_1+Q_2}{Q_2}\right)^{-1}=-\left(1+\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{-1}$$

Le cycle étant réversible on a : $\frac{Q_1}{Q_2}=-\frac{T_1}{T_2}$

D'où $e=\frac{Q_2}{W}=-\frac{Q_2}{Q_1+Q_2}=-\left(\frac{Q_1+Q_2}{Q_2}\right)^{-1}=\left(\frac{T_1}{T_2}-1\right)^{-1}=\frac{1}{0.09}=10.72$

Avec T_1=293 K et T_2= 268 K

2°/ $-Q_2=mc_0\left(273-T_1\right)+mL_f+mc_g\left(T_2-273\right)$ 41800 166 500

$$-Q_2=500\text{x}4.18\left(273-293\right)+500\text{x}333+500\text{x}2.1\left(268-273\right)=-213\ 550J$$

$$W=\frac{213\ 550}{10.72}=19\ 921J$$

3°/ $W=P\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{19\ 318}{50}=398.\text{s}$

Exercice 5

1°/ d'après le 2ème principe, on a dans le cas d'un cycle ditherme réversible :

$$\int\frac{\partial Q_F}{T_0}+\int_{T_i}^{T_f}\frac{\partial Q_C}{T}=0$$

la température de la source froide est constante, alors que celle de la source chaude est variable :

$$\frac{Q_F}{T_0}-Mc_0\int_{Ti}^{T_f}\frac{dT}{T}=0\Rightarrow Q_F=Mc_0T_0\ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$$

$$Q_C=-Mc_0\left(T_F-T_1\right)$$

2° $W=-Q_C-Q_F=Mc_0\left[\left(T_F-T_1\right)-T_0\ln\left(\frac{T_F}{T_1}\right)\right]$

3°/ $\Delta S_F=\int\frac{\partial Q_F}{T_0}=\frac{Q_F}{T_0}=Mc_0\ln\left(\frac{T_F}{T_1}\right)$

Exercice 6

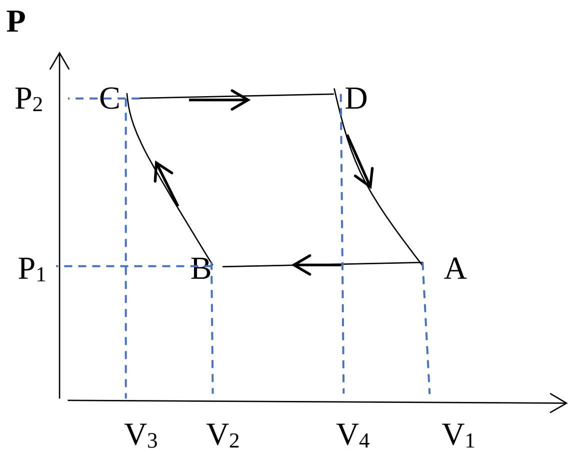


Figure 1

quantités de chaleur échangées au cours du cycle

$Q_{AB} = C_P(T_B - T_A) \prec 0$(dim*unition* isobare de volume) $\Rightarrow Q_{AB} = Q_2$

$Q_{BC} = 0$

$Q_{CD} = C_P(T_D - T_C) \succ 0$(*augmentation* isobare de volume) $\Rightarrow Q_{CD} = Q_1$

$Q_{DA} = 0$

Le rendement : $\eta = -\dfrac{W}{Q_1} = 1 + \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 + \dfrac{T_B - T_A}{T_D - T_C}$

D'autre part on a

$$T_A P_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D P_D^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad et \quad T_B P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C P_C^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \qquad (1)$$

Donc $T_B = T_C \left(\dfrac{P_C}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ et $T_A = T_D \left(\dfrac{P_D}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_D a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

$$\eta = 1 + \frac{T_B - T_A}{T_D - T_C} = 1 + \frac{T_C a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_D a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_D - T_C} = 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{T_D - T_C}{T_D - T_C} = 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Exercice 7

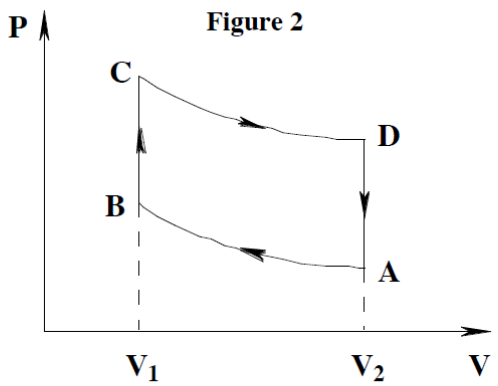


Figure 2

1°/ quantités de chaleur échangées au cours du cycle

$Q_{AB} = 0$

$Q_{BC} = C_V(T_C - T_B) \succ 0 \Rightarrow Q_{AB} = Q_1$

$Q_{CD} = 0$

$Q_{DA} = C_V(T_A - T_D) \prec 0 \Rightarrow Q_{DA} = Q_2$

D'autre part on a :

$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad et \quad T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \quad (1)$

2°/ $W = -Q1 - Q2 = C_V(T_B + T_D - T_C - T_A)$

D'après (1) on a $T_A = T_B \dfrac{V_B^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}} = T_B \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma} = T_B a^{1-\gamma}$ et $T_D = T_C \dfrac{V_C^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} = T_C \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma} = T_C a^{1-\gamma}$

Remplaçons T_A et T_D, on trouve : $W = C_V\left(T_B + T_C a^{1-\gamma} - T_C - T_B a^{1-\gamma}\right) \prec 0$

$W = C_V\left(1 - a^{1-\gamma}\right)(T_B - T_C) \prec 0$ (Puisque : $(T_B - T_C) \prec 0$ et $\left(1 - a^{1-\gamma}\right) \succ 0$

Il s'agit donc d'un cycle moteur

3°/ $\eta = -\dfrac{W}{Q_1} = 1 + \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 + \dfrac{T_C - T_B}{T_A - T_D}$

4°/ $\eta = -\dfrac{W}{Q_1} = -\dfrac{C_V\left(1 - a^{1-\gamma}\right)(T_B - T_C)}{C_V(T_C - T_B)} = 1 - a^{1-\gamma}$