Université de Tlemcen
Département de Mathématiques
Module : Théorie de bifurcation (Master 1, biomaths)

Exercices supplémentaires (Indications)

Exercice 1. avec le changement de variables

$$\begin{cases} u = x \\ v = \dot{x} \end{cases}$$

L'équation devient $\begin{cases} \dot{u} = v \\ \dot{v} = -u + (\mu - u^2) v \end{cases}$

$$J(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \mu \end{pmatrix}$$

Exercice 2. avec le changement de variables

$$\tilde{x} = x - x^*, \quad \tilde{y} = y - y^*$$

on revient à l'équilibre $(0,0)$. La matrice Jacobienne du nouveau système est

$$J(0,0) = \begin{pmatrix} -1 + \frac{2b^2}{a+b^2}, & a+b^2 \\ -\frac{2b^2}{a+b^2} & , -a-b^2 \end{pmatrix}$$

les valeurs propres λ_p vérifient

$$Re(\lambda_p) = \frac{a + a^2 - b^2 + 2ab^2 + b^4}{-2(a+b^2)}$$

Il y a bifurcation de Hopf si $Re(\lambda_p) = 0$.

Dans ce cas on aura $b = b(a)$ (à determiner)

Il reste à verifier la condition de transversalité.