

Chapitre III– Diagnostics en température électronique des plasmas chauds

I- Introduction

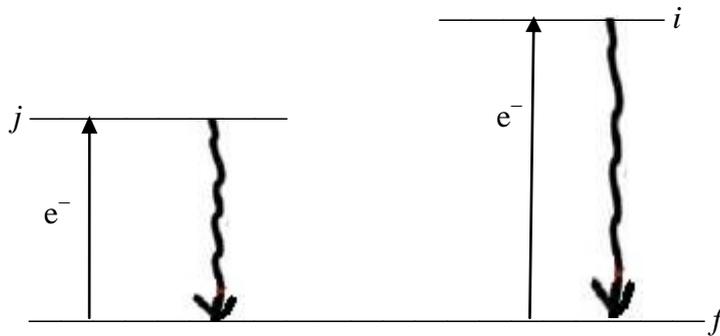
On s'intéresse à des plasmas chauds dont les électrons libres suivent une distribution de vitesses de Maxwell caractérisée par la température T_e .

On cherche à connaître la température T_e d'un plasma en utilisant les émissivités relatives de deux raies produites par des ions fortement chargés présents dans le plasma.

II- Diagnostic basé sur deux raies d'émission d'un même ion

1°) Principe du diagnostic

L'émissivité d'une raie spectrale dépend principalement des deux paramètres physiques que sont la température T_e et la densité n_e des électrons. Le rapport d'émissivité de deux raies émises par un même ion est sensible au paramètre T_e lorsque les processus de peuplement des niveaux supérieurs de ces deux raies dépendent de manière différente de T_e .



Considérons deux raies correspondant aux transitions fortes $j \rightarrow f$ et $i \rightarrow f$ (transitions optiquement permises), qui sont formées principalement par excitation d'un ion par collisions d'électrons à partir du niveau fondamental f . Ceci signifie que les niveaux supérieurs i et j des deux raies se désexcitent radiativement par transition dipolaire électrique E1 vers f .

L'émissivité de la raie $i \rightarrow f$ est donnée par :

$$\epsilon_{if} = N_i A_{if} \Delta E_{if} \quad (1)$$

Sachant que le niveau i est peuplé essentiellement par excitation collisionnelle à partir du niveau f et est dépeuplé principalement par émission spontanée vers f , ϵ_{if} peut être réécrit sous la forme :

$$\epsilon_{if} = N_f n_e C_{fi} \Delta E_{if} \quad (2)$$

puisque

$$N_i A_{if} = N_f n_e C_{fi} \quad (3)$$

où C_{fi} est le coefficient de taux d'excitation $f \rightarrow i$. De la même manière, on peut exprimer l'émissivité de la raie $j \rightarrow f$ comme :

$$\epsilon_{jf} = N_f n_e C_{fj} \Delta E_{jf} \quad (4)$$

où C_{fj} est le coefficient de taux d'excitation $f \rightarrow j$.

On s'intéresse au rapport d'émissivité des deux raies :

$$\rho = \frac{\epsilon_{if}}{\epsilon_{jf}} = \frac{C_{fi}}{C_{fj}} \frac{\Delta E_{fi}}{\Delta E_{fj}} \quad (5)$$

On peut d'abord noter que le rapport ρ est indépendant de la densité des électrons n_e . On cherche les conditions physiques pour lesquelles ρ est une fonction fortement variable de la température T_e . La dépendance de ρ en T_e ne peut être contenue que dans le rapport C_{fi} / C_{fj} .

Rappel de l'expression du coefficient de taux d'excitation C_{fi} :

$$C_{fi} = \frac{8.63 \times 10^{-6}}{g_f T_e^{1/2}} \exp\left(-\frac{\Delta E_{fi}}{k T_e}\right) \langle \Omega_{fi} \rangle \quad (6)$$

où g_f est le poids statistique du niveau f , C_{fi} est exprimé en unité de $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$, T_e en K, et $\langle \Omega_{fi} \rangle$ est donné par :

$$\langle \Omega_{fi} \rangle = \int_0^\infty \Omega_{fi} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{k T_e}\right) d\left(\frac{\epsilon_i}{k T_e}\right) \quad (7)$$

Ω_{fi} étant la force de collision pour la transition $f \rightarrow i$.

L'expression (5) de ρ devient alors :

$$\rho = \frac{\langle \Omega_{fi} \rangle \exp\left(-\frac{\Delta E_{fi}}{k T_e}\right) \Delta E_{fi}}{\langle \Omega_{fj} \rangle \exp\left(-\frac{\Delta E_{fj}}{k T_e}\right) \Delta E_{fj}} \quad (8)$$

Après simplification, l'équation précédente s'écrit :

$$\rho = \frac{\langle \Omega_{fi} \rangle}{\langle \Omega_{ff} \rangle} \exp\left(-\frac{\Delta E_{ji}}{k T_e}\right) \frac{\Delta E_{fi}}{\Delta E_{ff}} \quad (9)$$

Le rapport $\frac{\langle \Omega_{fi} \rangle}{\langle \Omega_{ff} \rangle}$ est bien connu comme étant une fonction lentement variable de T_e . Il

s'ensuit que la dépendance principale de ρ en T_e se trouve dans le facteur $\exp\left(-\frac{\Delta E_{ji}}{k T_e}\right)$. En

tenant compte du comportement de la fonction exponentielle, ρ est sensible à T_e lorsque l'écart d'énergie $\Delta E_{ji} = E_i - E_j$ est comparable ou grand par rapport à kT_e , ce qui signifie que les niveaux supérieurs i et j des deux raies sont fortement séparés en énergie.

2°) Application

A titre d'exemple, considérons les deux raies d'émission : (1) $1s^2 2p \ ^2P_{3/2} \rightarrow 1s^2 2s \ ^2S_{1/2}$ et (2) $1s^2 3p \ ^2P_{3/2} \rightarrow 1s^2 2s \ ^2S_{1/2}$ des ions lithumoïdes multichargés (ions à $3e^-$). Les énergies des niveaux supérieurs des deux raies, $E(1s^2 3p \ ^2P_{3/2})$ et $E(1s^2 2p \ ^2P_{3/2})$, peuvent différer par un facteur 10 !

Ainsi dans le cas de l'ion lithumoïde d'oxygène O^{5+} , les longueurs d'onde des raies (1) et (2) sont respectivement : 1032 Å et 150 Å (facteur d'environ 7 entre les deux longueurs d'onde). Pour l'ion magnésium Mg^{9+} c'est 610 Å et 58 Å (facteur de plus de 10).

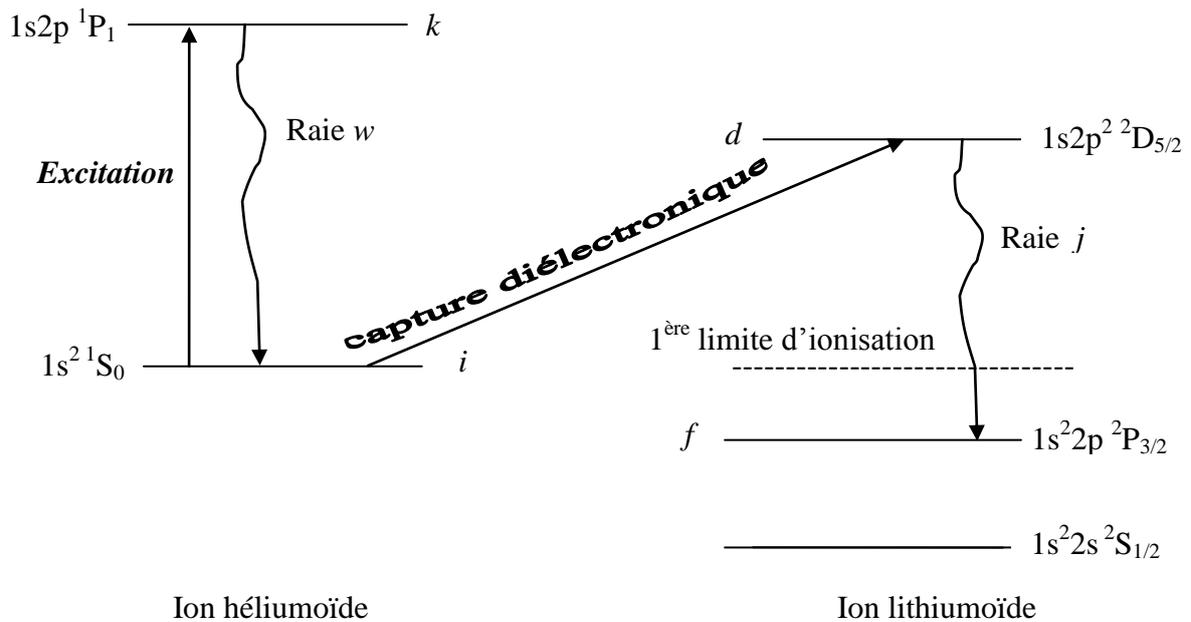
Le rapport d'émissivité des raies (1) et (2) de Mg^{9+} est théoriquement fortement sensible à la température électronique T_e , mais il se pose le problème suivant. La précision des mesures des émissivités relatives de deux raies qui sont très éloignées en longueur d'onde est généralement faible car, souvent, deux spectromètres différents sont nécessaires. Cette imprécision de la mesure de ρ rend cette méthode de diagnostic peu fiable et donc elle est très peu utilisée.

III- Diagnostic basé sur des raies satellites de recombinaison diélectronique

Il existe une autre méthode de diagnostic de la température électronique d'un plasma Maxwellien, qui se base sur le rapport de l'émissivité des raies satellites de recombinaison diélectronique émises par des ions A^{z+} sur celle des raies parentes émises par les ions $A^{(z+1)+}$. Cette méthode, qui est très efficace, a été introduite pour la première fois par l'astrophysicien anglais Alan Gabriel en 1972.

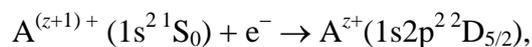
1°) Principe du diagnostic

Raisonnons sur un exemple typique : celui de la raie de résonance $1s2p\ ^1P_1 \rightarrow 1s^2\ ^1S_0$ émise par des ions héliumoïdes hautement chargés et de la raie satellite de recombinaison diélectronique $1s2p^2\ ^2D_{5/2} \rightarrow 1s^22p\ ^2P_{3/2}$ émise par des ions lithumoïdes mais impliquant initialement des ions héliumoïdes.



La raie satellite diélectronique $1s2p^2\ ^2D_{5/2} \rightarrow 1s^22p\ ^2P_{3/2}$ ($d \rightarrow f$) dénommée j correspond à la même transition radiative que celle de la raie parente $1s2p\ ^1P_1 \rightarrow 1s^2\ ^1S_0$ ($k \rightarrow i$) dénommée w , mais avec un électron $2p$ additionnel qui joue le rôle presque de spectateur. Le niveau supérieur $1s2p^2\ ^2D_{5/2}$ de cette raie satellite j est :

- (i) situé au dessus de la 1^{ère} limite d'ionisation de l'ion lithumoïde,
- (ii) un niveau doublement excité, autoionisant, qui est peuplé par capture diélectronique à partir du niveau fondamental i de l'ion héliumoïde selon :



et est dépeuplé par stabilisation radiative selon :



ou par autoionisation selon :



♦ **Emissivité de la raie satellite j .** Elle est donnée par la relation suivante :

$$\epsilon_j = h\nu_j N_d A_{df}^r \quad (10)$$

où N_d est la population du niveau supérieur d , et A_{df}^r la probabilité de transition radiative de d vers f . La population N_d du niveau d satisfait à l'équation :

$$N_d [\sum_{f'} A_{df'}^r + \sum_{i'} A_{di'}^a] = N_i n_e C_{cd}(i \rightarrow d) \quad (11)$$

où $A_{di'}^a$ est la probabilité d'autoionisation du niveau d vers i' , N_i la population du niveau initial i , et $C_{cd}(i \rightarrow d)$ est le coefficient de taux de capture diélectronique du niveau fondamental i vers le niveau autoionisant d ($C_{cd}(i \rightarrow d)$ est exprimé en unité de $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$).

Rappel de la relation entre $C_{cd}(i \rightarrow d)$ et A_{di}^a vue au Chapitre I (valable pour une distribution Maxwellienne) :

$$C_{cd}(i \rightarrow d) = 4\pi^{3/2} a_0^3 \left(\frac{R}{kT_e}\right)^{3/2} \exp(-\varepsilon_i/kT_e) \frac{g_d}{g_i} A_{di}^a \quad (12)$$

avec $\varepsilon_i = E_d - E_i$ est l'énergie cinétique de l'électron capturé, g_d et g_i sont les poids statistiques des niveaux d et i , et a_0 est le rayon de Bohr.

Après quelques simplifications et le remplacement des constantes par leurs valeurs, l'équation (12) devient :

$$C_{cd}(i \rightarrow d) = 2.071 \times 10^{-16} T_e^{(-3/2)} \exp(-\varepsilon_i/kT_e) \frac{g_d}{g_i} A_{di}^a \quad (13)$$

où $C_{cd}(i \rightarrow d)$ est en cm^3/s , A_{di}^a en s^{-1} et T_e en K.

En substituant l'équation (11) dans (10) et en tenant compte de l'équation (13), on peut écrire l'émissivité de la raie satellite j sous la forme suivante :

$$\epsilon_j = h\nu_j n_e N_i F_1(T_e) F_2^j \quad (14)$$

où F_2^j est le facteur atomique de la raie j exprimé en unité de s^{-1} et qui est défini par :

$$F_2^j = \frac{g_d}{g_i} \frac{A_{di}^a A_{df}^r}{\sum_{f'} A_{df'}^r + \sum_{i'} A_{di'}^a} \quad (15)$$

et $F_1(T_e)$ est un facteur dépendant de la température exprimé en unité de cm^3 , et il est donné par la relation suivante :

$$F_1(T_e) = 2.071 \times 10^{-16} T_e^{-3/2} \exp(-\varepsilon_i/kT_e) \quad (16)$$

♦ **Emissivité de la raie de résonance parente w** . Elle est donnée par la relation suivante :

$$\epsilon_w = h\nu_w N_k A_{ki}^r \quad (17)$$

Le niveau supérieur k de la raie w est peuplé principalement par excitation collisionnelle directe à partir du niveau fondamental i .

Il est dépeuplé principalement par émission spontanée vers i . Sa population N_k vérifie l'équation :

$$N_k A_{ki}^r = N_i n_e C(i \rightarrow k) \quad (18)$$

où $C(i \rightarrow k)$ est le coefficient de taux d'excitation collisionnelle à partir du niveau i vers le niveau k . D'après l'équation (6), on a :

$$C(i \rightarrow k) = \frac{8.63 \times 10^{-6}}{g_i T_e^{1/2}} \exp\left(-\frac{\Delta E_{ik}}{k T_e}\right) \langle \Omega_{ik} \rangle \quad (19)$$

avec $g_i = 1$ et $\langle \Omega_{ik} \rangle = \int_0^\infty \Omega_{ik} \exp\left(-\frac{e_k}{k T_e}\right) d\left(\frac{e_k}{k T_e}\right)$.

Donc on peut écrire après substitution de l'équation (18) dans (17) :

$$\epsilon_w = h\nu_w N_i n_e C(i \rightarrow k) \quad (20)$$

♦ Rapport d'émissivité

Après avoir obtenu l'expression de l'émissivité de la raie satellite diélectronique j et celle de la raie de résonance parente w , formons le rapport ρ des deux émissivités en utilisant les équations (14) et (20) :

$$\rho = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_w} = \frac{h\nu_j}{h\nu_w} \frac{F_1(T_e) F_2^j}{C(i \rightarrow k)} \quad (21)$$

On a $\frac{h\nu_j}{h\nu_w}$ presque égal à 1 car les deux raies j et w sont très proches en longueur d'onde dans le spectre. Il est utile de noter que le rapport ρ est indépendant de la densité d'électrons n_e et de l'équilibre d'ionisation (c'est-à-dire du rapport d'abondance des ions héliumoïdes et lithiuoïdes), et varie seulement avec la température T_e . En utilisant les équations (16) et (19) dans (21), on a :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{2.071 \times 10^{-16}}{8.63 \times 10^{-6}} T_e^{-1} \frac{\exp(-\varepsilon_i/kT_e)}{\exp\left(-\frac{\Delta E_{ik}}{k T_e}\right)} \frac{F_2^j}{\langle \Omega_{ik} \rangle} \\ &\approx 2.40 \times 10^{-11} T_e^{-1} \exp\left(\frac{E_k - E_d}{k T_e}\right) \frac{F_2^j}{\langle \Omega_{ik} \rangle} \end{aligned} \quad (22)$$

Généralement $(E_k - E_d)/kT_e < 1 \Rightarrow$ le facteur $\exp[(E_k - E_d)/kT_e]$ présent dans (22) représente une fonction lentement variable de T_e . De même, $\langle \Omega_{ik} \rangle$ varie lentement en fonction de T_e . Il en découle que le rapport ρ varie sensiblement en fonction de la température électronique, pratiquement comme T_e^{-1} .

2°) Application

On considère le cas des raies w émise par l'ion héliumoïde de fer Fe^{24+} et j émise par l'ion lithiuoïde Fe^{23+} . Les longueurs d'onde de ces raies sont : $\lambda_w = 1.850 \text{ \AA}$ et $\lambda_j = 1.866 \text{ \AA}$, ce qui correspond à $\Delta E_{ik} = 6.70 \text{ keV}$ et $\varepsilon_i = E_d - E_i = 4.67 \text{ keV}$.

Données atomiques :

$$A_{ki}^r = 4.63 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} \quad A_{di}^a = 1.44 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} \quad A_{df}^r = 2.10 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$\Rightarrow F_2^j = \frac{6}{1} \frac{1.44 \cdot 10^{14} \times 2.10 \cdot 10^{14}}{(1.44 \cdot 10^{14} \times 2.10 \cdot 10^{14})} = 5.13 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Rappel de l'expression de ρ :

$$\rho = \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_w} = \frac{\lambda_w}{\lambda_j} \frac{F_1(T_e) F_2^j}{C_{i \rightarrow k}(T_e)}$$

avec $F_1(T_e) = 2.071 \cdot 10^{-16} T_e^{-3/2} \exp(-5.42 \cdot 10^7 / T_e)$, T_e étant exprimé ici en K, sachant que la constante de Boltzmann est : $k = 8.617 \cdot 10^{-8} \text{ keV/K} \Rightarrow \varepsilon_i / k = 4.67 / 8.617 \cdot 10^{-8} = 5.42 \cdot 10^7$.

On donne dans le tableau suivant les valeurs du coefficient de taux d'excitation $C_{i \rightarrow k}(T_e)$ pour diverses valeurs de T_e et on reporte les résultats obtenus pour ρ :

$T_e (10^7 \text{ K})$	0.63	1	1.6	2	2.5
$C_{i \rightarrow k} (\text{cm}^3/\text{s})$	$3.92 \cdot 10^{-17}$	$3.14 \cdot 10^{-15}$	$4.80 \cdot 10^{-14}$	$1.26 \cdot 10^{-13}$	$2.61 \cdot 10^{-13}$
ρ	31.4	4.7	1.17	0.63	0.37

$T_e (10^7 \text{ K})$	3	4	5	6.3
$C_{i \rightarrow k} (\text{cm}^3/\text{s})$	$4.24 \cdot 10^{-13}$	$7.51 \cdot 10^{-13}$	$1.08 \cdot 10^{-12}$	$1.46 \cdot 10^{-12}$
ρ	0.25	0.14	0.094	0.062

En conclusion, on voit bien que le rapport d'émissivité ρ est fortement sensible à la température T_e .