

Faculté des Sciences  
Dept. Mathématiques  
Prof. M. Benalili  
Email: m\_benalili@yahoo.fr

Module de Géométrie Différentielle  
L3

Série d'exercices sur le chapitre " Sous-variétés de  $R^n$  "

Exercice 1

Les ensembles suivants sont-ils des sous-variétés ( si c'est le cas on précisera la dimension)

1-  $S_1 = \{(x, y, z) \in R^3 : z = x - 2(x^2 + y^2)\}$

2-  $S_2 = \{(t, t^2) : t \in R\}$

3-  $S_3 = \{(x, y, z) \in R^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

4-  $S_4 = \{(x, y) \in R^2 : xy = 0\}$

5-  $S_5 = \{(x, y) \in R^2 : x > 0, y \geq 0\}$

Exercice 2

Pour quelle valeur de  $\alpha \in R$  l'ensemble  $C = \{(x, y) \in R^2 : x^2 - y^2 = \alpha\}$  est une sous-variété de  $R^2$ .

Exercice3

Dire si les ensembles suivants sont des sous-variétés de  $R^2$

1-  $S_1 = \{(t^2, t^3) : t > 0\}$

2-  $S_2 = \{(t^2, t^3) : t \geq 0\}$

3-  $S_3 = \{(t^2, t^3) : t \in R\}$

Exercice4

Soit  $M_1$  une sous-variété de  $R^n$  de dimension  $n_1$  et  $M_2$  une sous-variété de  $R^m$  de dimension  $n_2$ . Montrer que  $M_1 \times M_2$  est une sous-variété de  $R^{n+m}$  dont on précisera la dimension.

Exercice5

Dans  $R^n \times R^p$ , on considère la quadrique  $Q$  d'équation

$$\|x\|^2 - \|y\|^2 = 1$$

Montrer que c'est une sous-variété de dimension  $n + p - 1$ .