Exercice 1 :

A) Etudier le protrait de phase de

$$(S)\begin{cases}\dot{x}=x(k^2-x^2-y^2)+y(k^2+x^2+y^2),\\ \dot{y}=-x(k^2+x^2+y^2)+y(k^2-x^2-y^2),\end{cases}\quad k\in\mathrm{R}^*.$$

B) Sous quelles conditions peut-on appliquer le théorème de Tikhonov pour $\varepsilon\to 0$, au problème suivant, pour les temps finis ou infinis? A-t-on un résultat de stabilité pratique?

$$(P_\varepsilon)\begin{cases}\dot{x}=x(k^2-x^2-y^2)+y(k^2-1)z, & x(0)=,x_0\\ \dot{y}=-x(k^2-1)z+y(k^2-x^2-y^2), & y(0)=y_0,\quad k\in\mathrm{R}^*.\\ \varepsilon\dot{z}=(k^2-1)z-k^2-x^2-y^2, & z(0)=z_0.\end{cases}$$

Exercice 2 :

Etudier l'applicabilité du théorème de convergence de Thieme au système suivant, où les variables x, y et z sont positives et $d<3/4$.

$$(M)\begin{cases}\dot{x}=x\Big(1-\dfrac{x}{30}-\dfrac{y}{x+10}-2z\Big),\\ \dot{y}=y\Big(\dfrac{x}{x+10}-d-z\Big)\\ \dot{z}=-2z.\end{cases}$$

Que pourrait représenter un tel modèle ?

"Le génie est fait d'un dixième d'inspiration... et de neuf dixième de transpiration." Thomas Edison.