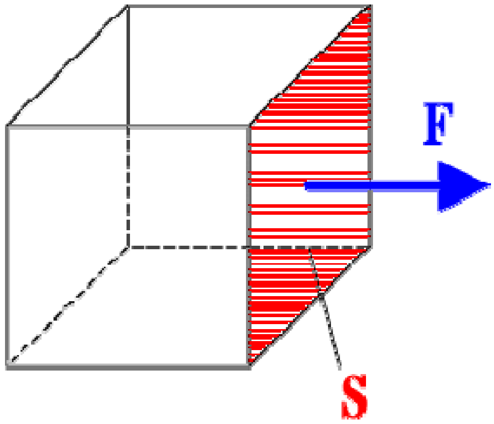
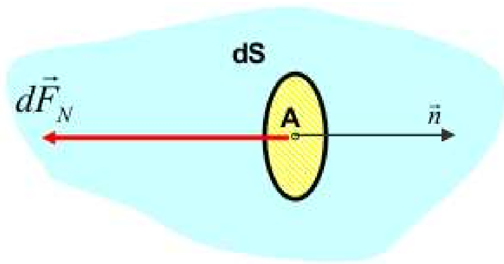
STATIQUE DES FLUIDES

Pression et Force

Les particules qui forment un fluide ne sont pas immobiles les unes par rapport aux autres. Elles sont agitées de façon désordonnée ce qui provoque de nombreux chocs entre elles et avec les parois. Par ces chocs, le fluide applique une force sur les parois. Ces forces sont appelées forces de pression.



$$P = \frac{F}{S}$$



$$\boxed{P_A = \frac{\|\overrightarrow{dF_N}\|}{dS}}$$

Considérons la figure ci-dessus représentant une enceinte contenant un fluide. Ce fluide exerce donc des forces sur chacune des parois. Ces forces sont dirigées vers l'extérieur de l'enceinte et sont perpendiculaires aux parois. Si on considère la face hachurée de surface S, le fluide lui applique une force F. On peut ainsi définir la pression P du fluide comme le rapport de cette force F et de la surface S :

La pression représente donc la force qui s'exerce sur chaque unité de surface.
La pression est une grandeur scalaire. C'est t l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface.
Elle est définie en un point A d'un fluide par l'expression suivante :
où :
dS : Surface élémentaire de la face tte de centre A (en mètre carré),
n : Vecteur unitaire en A de la normale extérieure à la surface,
dFn : Composante normale de la force élémentaire de pression qui s'exerce sur la surface (en Newton),
PA : pression en A (en Pascal), Sur la surface de centre A, d'aire dS, orientée par sa normale extérieure n , la force de pression élémentaire dF s'exprime par :

$$\boxed{\overrightarrow{dF_N} = -P_A . dS . \vec{n}}$$

<u>Exemple</u> : Chaque cm2 de surface de notre peau supporte environ 1 kg (force) représentant le poids de l'atmosphère. C'est la pression atmosphérique au niveau de la mer. Nous ne la ressentons pas ca r notre corps est in compressible et ses cavités (estomac, poumons, etc.) contiennent de l'air à la même pression.

Si on s'élève de 5 000 m, la pression atmosphérique est deux fois plus faible qu'au niveau de la mer car la masse d'air au -dessus de notre tête est alors moitié moindre. D'où la nécessité d'une pressurisation des avions.

Plus on descend en profondeur, plus la pression est élevée car il faut tenir compte du poids de l'eau au-dessus de nous : à 10 mètres de profondeur, chaque cm2 de notre peau supportera un poids égal à :

1 cm2 X 10 m (profondeur) = 1 cm2 X 100 cm = 1000 cm3 = l'équivalent du poids d'1 litre d'eau. Le poids d'un litre d'eau douce est égal à 1kg. Le poids d'un litre d'eau de mer est un plus important (à cause du sel qu'elle contient) : 1,026 kg.

En négligeant cette différence, on considérera que de manière générale un litre d'eau pèse 1 kg. Par conséquent, la pression due à l'eau à 10 m de profondeur est donc de 1 kg / cm2, c'est-à-dire 1 bar. Si on descend à nouveau de -10 m, la pression augmentera à nouveau de 1 bar. C'est ce qu'on appelle la pression hydrostatique (pression due à l'eau). On l'appelle aussi pression relative car c'est une pression par rapport à la surface.

La pression hydrostatique (comme la pression atmosphérique) s'exerce dans toutes les directions (et pas simplement de haut en bas).

Remarque :

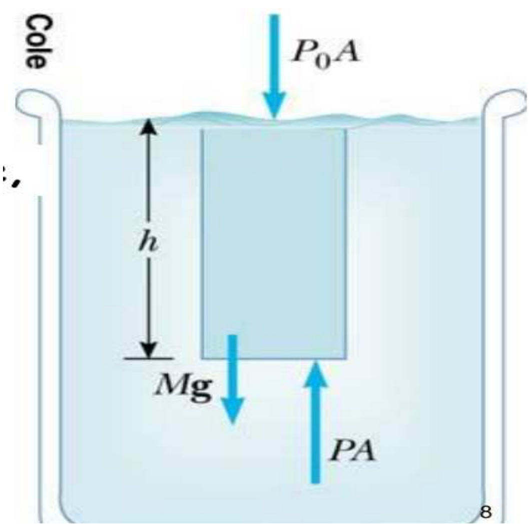
L'unité internationale de pression est le Pascal : 1 Pa = 1 N/m². Cette unité est très petite. On utilise le plus souvent ses multiples. En construction mécanique, résistance des matériaux , etc.,l'uni té utilisée est le méga pascal : 1 MPa= 1 N/mm2=10^6 Pa

En mécanique des fluides on utilise encore très souvent le bar. Le bar est égal à peu près à la pression atmosphérique moyenne : 1 bar = 10^5 Pa.

Exemple: quelle est l'intensité de la pression à exercer pour diminuer le volume de l'eau de 5% la surface étant de 1 m2.

Il faut une force de 10^9 N par m^2 de surface pour diminuer le volume de l'eau de 5%.

Pression et profondeur



W est le poids

W= M.g = ρ V h = ρ Ahg

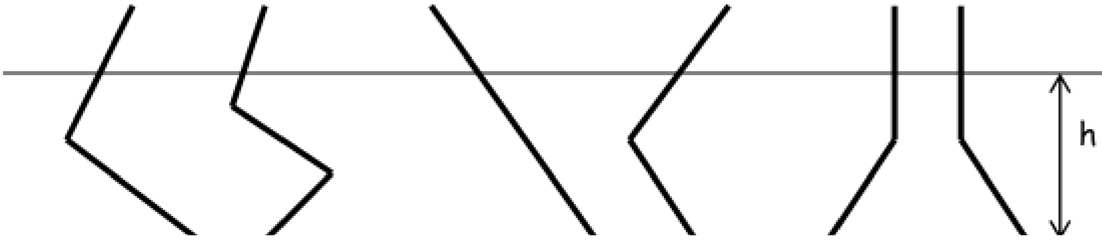
Somme des forces est nulle :

PA – P0A – W= 0

On simplifie par A :

PA= P0 + ρ g h

La pression au fond d'un récipient ne dépend pas de la forme du récipient mais uniquement de la hauteur du liquide.



La pression au fond est la même

le diagramme de Clapeyron :Ce diagramme représentepression = f (Volume) à une Température donnée.

Forces subies par un fluide au repos

i) Forces volumiques:

Action à distance exercée sur chaque élément de fluide dV

Dans le champ de pesanteur :

$$\boxed{d\vec{F}_v = \rho\vec{g}\,dV}$$

Pour un volume de fluide V, délimité par une surface de contrôle S

$$\vec{F}_v = \iiint_V \rho\vec{g}\,dV = m\vec{g} = \vec{P}$$

ii) Forces surfaciques:

Force de contact exercée sur un élément de surface dS délimitant le volume fluide.

Soit nle vecteur unitaire extérieur à dS :

$$d\vec{F}_S = \vec{\tau}_S\,dS = \left(\vec{\tau}_{S,n} + \vec{\tau}_{S,t}\right)dS$$

• Fluide au repos :

$$\vec{\tau}_{S,t} = \vec{0}$$

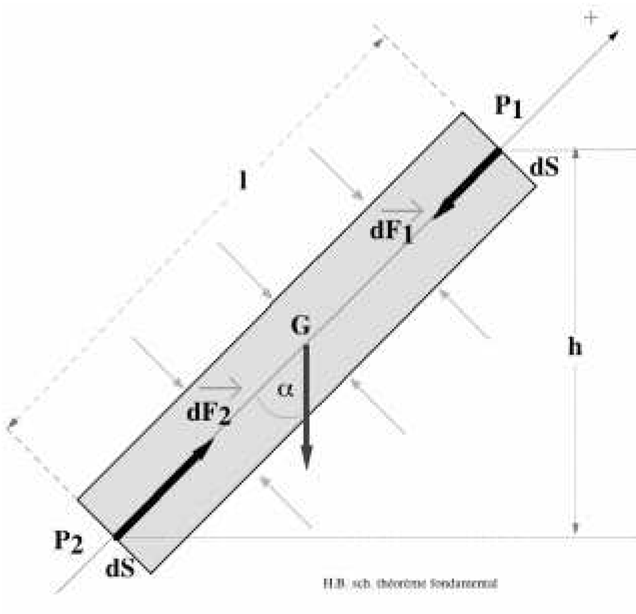
$$\Rightarrow \vec{\tau}_S \text{ et } d\vec{F}_S \text{ colinéaires à } \vec{n}$$

Les forces surfaciques sont les « forces de pression »

$$d\vec{F}_S = -p\,\vec{n}\,dS = -p\,\overrightarrow{dS}$$

REL ATION F ONDAMEN TAL E DE L'H YDRO STAT IQUE

Considérons un élément de volume d'un fluide incompressible (liquide homogène de poids volumique ϖ). Cet élément de volume a la forme d'un cylindre d'axe (G u) qui fait un angle α avec l'axe vertical .



H.B. sch. théorème fondamental

axe Oz vertical ascendant $p_2 - p_1 = \rho.g.(z_1 - z_2)$

$dp = -\rho.g.dz$

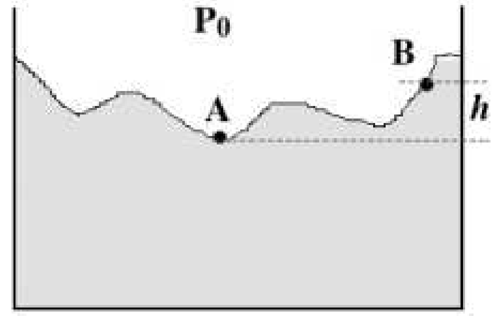
(ou $\vec{grad}\, p = -\rho.\vec{g}$)

En tenant compte du poids (et en supposant le champ de pesanteur uniforme et constant)

La différence de pression entre deux points quelconques d'un fluide en équilibre est égale au poids d'un cylindre de fluide de section unité et ayant pour hauteur la dénivellation entre les deux points.

$$\Delta P = \rho . g. h$$

1) surface libre d'un liquide (dans un champ de *pesanteur uniforme*)



H.B. sch. surface libre

$\Delta P = \rho g h = 0$ d'où $h = 0$

La surface libre d'un liquide au repos est plane et horizontale

2) surface de séparation de deux liquides non miscibles

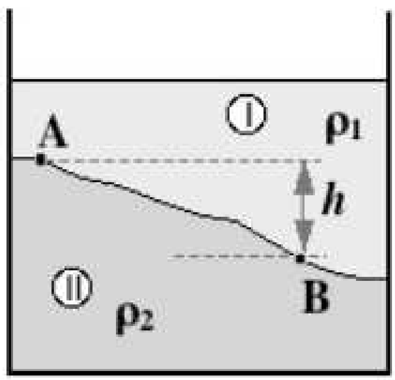
dans le fluide I, $P_B - P_A = \rho_1 g h$

dans le fluide II, $P_B - P_A = \rho_2 g h$

d'où $\rho_1 g h = \rho_2 g h$ ==> $gh(\rho_1 - \rho_2) = 0$

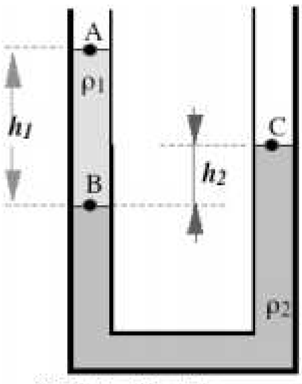
or $g \neq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) \neq 0$ ==> $h = 0$

La surface de séparation de deux liquides non miscibles au repos est horizontale



H.B. sch. deux liquides non miscibles

3) vases communicants contenant plusieurs liquides non miscibles :



$P_B - P_A = \rho_1 g h_1$ $\qquad$ $P_B - P_C = \rho_2 g h_2$

Or $P_A = P_C = P_0$ $\qquad$ d'où $\qquad$ $\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$

Les dénivellations de deux liquides non miscibles dans des vases communicants sont en rapport inverse de leurs masses volumiques.

Si $\rho_1 = \rho_2$ $\qquad$ *Un fluide est à la même hauteur dans deux vases communicants.*

Exemple

La pression de l'eau dans l'océan à 15 m de profondeur est de 4 bar. On souhaite connaître la pression qui règne à 200 m de profondeur. La densité de l'eau de mer est de 1,02.

On choisit l'origine des altitudes à la surface de l'océan. Le point A correspondant à une profondeur de 15 m aura donc une altitude négative zA=-15 m. De même, zB=-200 m. On aura de plus :

$$\rho_{mer} = d_{mer} . \rho_{eau} = 1{,}02 * 1000 = 1020 kg/m^3$$

$$P_A = 4 bar = 400000 P_a$$

On peut raisonnablement considérer l'océan comme un fluide homogène et au repos (on supposera qu'il n'existe pas de courants marins). Par conséquent, on peut appliquer l'équation de l'hydrostatique :

$$P_A + \rho_{mer} . g . z_A = P_B + \rho_{mer} . g . z_B$$

D'où :

$$P_B = P_A + \rho_{mer} . g . (z_A - z_B) = 400000 + 1020 * 9.81 * (-15 - (-200))$$

$$P_B = 2251147 P_a = 22.5 bar$$

La pression de l'océan à 200 m de profondeur est donc de 22.5 bar.

<u>Notions de pressions absolue et relative </u>:

Nous vivons dans un monde qui est baigné au sein d'un fluide : l'air.

On désigne par pression atmosphérique la valeur de la pression de l'air ambiant.

Cette valeur (que l'on mesure à l'aide d'un baromètre) fluctue en fonction des conditions météorologiques et de la zone géographique. Toutefois, la valeur de la pression atmosphérique oscille autour d'une valeur moyenne qu'on appelle pression atmosphérique normale qui vaut 101325 Pa.

Lorsque la pression d'un fluide est supérieure à la pression atmosphérique on dit que ce fluide est sous pression.

Lorsque la pression du fluide est inférieure à la pression atmosphérique, on dit que le fluide est sous vide.

Une pression nulle (P=0 Pa) correspond à un vide parfait qui correspond en fait à une absence totale de particules (atomes ou molécules).

On définit la pression relative, que l'on note P', par : $P' = P - P_{atm}$

P est la pression absolue. P et P' sont toutes deux des pressions et ont par conséquent la même unité.

Pour exprimer à l'aide d'une relation mathématique l'évolution de la pression au sein d'un fluide au repos, il convient de respecter scrupuleusement les hypothèses suivantes:

- Le fluide doit être au repos.
- Le fluide doit être homogène. On ne peut écrire de relation qu'au sein d'un seul et même liquide.

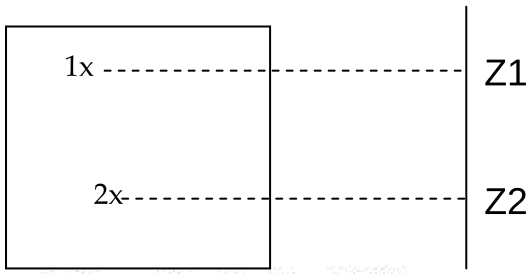
On considère au sein de ce fluide homogène et au repos, deux points distincts 1 et 2, d'altitudes respectives z1 et z2, alors on peut écrire la relation suivante entre les pressions P1 et P2 :

$$P_1 + \rho_{fluide}.g.z_1 = P_2 + \rho_{fluide}.g.z_2$$

Où : g est l'accélération de la pesanteur.

Cette relation est appelée équation de l'hydrostatique. On peut aussi l'écrire de la façon suivante :

$$P + \rho.g.\ z = \text{constante}$$



4) mesure de la pression atmosphérique (Torricelli, ~ 1643)

...

...

$P_B - P_C = \rho_{Hg}.g.h = P_B = P_A = P_0$

$==> P_0 = 13.596(kg.m^{-3}).\ 9{,}806(m.s^{-2}).\ 0{,}76(m)$

Hauteur de la colonne d'eau équivalente :

$h_{eau} = h_{Hg}.\rho_{Hg} / \rho_{eau}$ => $h_{eau} = 10{,}33$ m

La pression atmosphérique (au niveau de la mer) vaut :

$P_0 = 1{,}013.10^5$ Pa *(i.e. 1013 mbars)*

Soit 76 cm de mercure

ou ~ 10 m d'eau

*ou **~ 1 kgf / cm²***