Université de Tlemcen,
Département de Mathématiques
Module: Transformations Intégrales

Contrôle continu,durée:1h30, Juillet 2019

Exercice1:(12 points)
Soit f une fonction continue vérifiant

$$|f(t)| \leq Me^{\alpha t}, \forall t \geq 0$$

avec $M > 0$ et $\alpha \in R$, deux constantes.
a) Ecrire la transformation de Laplace $F(s)$de f.
b) Montrer que pour tout $A > 0$, on a

$$\int_0^A \left| f(t)e^{-st} \right| dt \to 0, \text{ quand } s \to +\infty$$

c) En déduire que $F(s) \to 0$, quand $s \to +\infty$.
d) On suppose que

$$\lim_{t \to 0} \frac{f(t)}{t} \text{ existe}$$

Montrer que

$$\int_s^{+\infty} F(x)dx = L\left(\frac{f(t)}{t}\right), \forall s > \alpha,$$

où $L\left(\frac{f(t)}{t}\right)$ désigne la transformée de Laplace de$\frac{f(t)}{t}$.
e) En déduire $L\left(\frac{\sin(t)}{t}\right)$.

Exercice2 (08 points).
Soit le le problème initial

$$\begin{cases} ty''(t) - ty'(t) + y(t) = 2 \\ y(0) = 2, y'(0) = -4 \end{cases}$$

a) posons

$$Y(s) = L\left(y(t)\right)$$

montrer que

$$\frac{d}{ds}Y(s) + \frac{2}{s}Y(s) = \frac{2}{s^2} \tag{1}$$

b) Résoudre (1)
c) En déduire $y(t)$.

La table des transformations de Laplace est autorisée