

Licence 1ère année MI, 2019–2020

## ANALYSE2

### Fiche de TD 2 : Exercices supplémentaires -Intégrales et calcul des primitives

**Exercice 1.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0, 3]$  par

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{si } x = 0, \\ 1, & \text{si } 0 < x < 1 \\ 3, & \text{si } x = 1 \\ -2, & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 4, & \text{si } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Calculer  $\int_0^3 f(x)dx$

**Exercice 2.** Calculer les intégrales indéfinies suivantes

$$\begin{aligned} 1) \int \tan^2(x)dx, \quad 2) \int \frac{dx}{3 + e^{-x}}, \quad 3) \int x^2 \cos(2x)dx, \\ 4) \int \frac{dx}{\sqrt{x + e^x}}, \quad 5) \int e^x \cos(x)dx, \quad 6) \int \frac{2xdx}{x^2 - x + 1}. \end{aligned}$$

**Exercice 3.** Calculer les intégrales indéfinies suivantes

$$1) \int \frac{\sin(x)}{\sin(x) + \cos(x)}dx, \quad 2) \int \frac{\cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)}dx.$$

**Exercice 4.** Calculer les intégrales définies suivantes

$$\begin{aligned} 1) \int_0^1 \frac{3x + 1}{(x + 1)^2}dx, \quad 2) \int_0^1 \sqrt{x^2 + 2x + 2}dx, \quad 3) \int_{-1}^1 \frac{\sin(x)}{\sqrt{3 + x^2}}dx \\ 5) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x + e^x}}, \quad 5) \int_0^1 \arctan(\sqrt[3]{x})dx, \quad 6) \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x - x^2}}. \end{aligned}$$

**Exercice 5.** Soient

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2(x)dx}{\cos(x) + \sin(x)}, \quad J = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2(x)dx}{\cos(x) + \sin(x)}.$$

- 1) Sans calculer  $I$  et  $J$ , montrer que  $I = J$ .
- 2) Vérifier que  $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})$ .
- 3) En déduire que  $I + J = \sqrt{2} \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos(x)}$ .
- 4) calculer  $I + J$  et en déduire  $I$  et  $J$ .