Travaux Dirigés N°5: Intégration Numérique

Exercice 1

1/ Estimer en utilisant la méthode des rectangles, $\int_0^{\frac{5}{2}} f(x)dx$ à partir des données suivantes :

x	0	1/2	1	3/2	2	5/2
f(x)	3/2	2	2	1,6364	1,2500	0,9565

2/ Calculer l'intégrale par la méthode des trapèzes.

Exercice 2

Calculer par la méthode des trapèzes (n=4)

$$I = \int_1^2 \frac{1}{\sin x} e^{x^2}\, dx$$

Exercice 3

Soit la fonction *y(x)* donnée par le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6
$y_i=y(x_i)$	0,6	0,75	1	1,5	3	5

1/ Calculer par la méthode des trapèzes $I_1 = \int_3^5 y(x)\, dx$

2/ Calculer par la méthode de Simpson $I_2 = \int_2^4 y(x)\, e^{1/x}\, dx$

Exercice 4

On considère l'intégrale

$$I = \int_1^2 \frac{1}{x}\, dx$$

1/ Calculer la valeur exacte de *I*
2/ Evaluer numériquement cette intégrale par la méthode des trapèzes avec m=3 sous-intervalles.
3/ Pourquoi la valeur numérique obtenue à la question précédente est-elle supérieure à ln(2) ? est ce vrai quelque soit m ? Justifier la réponse
4/ Quel nombre de sous-intervalles m faut-il choisir pour avoir une erreur inférieure à 10^{-4} ?

Rappel

$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=0}^{n} \omega_i\, f(\alpha_i)$		
Méthode	ω_i	α_i
Rectangles	ω_i=h	$\alpha_i = \frac{x_{i-1}+x_i}{2}$
Trapèzes	$\omega_0 = \omega_n = \frac{h}{2}; \omega_i = h\ (i = 1, \dots, n-1)$	$\alpha_i = x_i$
Simpson	$\omega_0 = \omega_n = \frac{h}{3}\ ; \omega_{2i-1} = \frac{4h}{3}\ (i = 1, \dots, m)$ $\omega_{2i} = \frac{2h}{3}\ (i = 1, \dots, m-1)$	$\alpha_i = x_i$