Université de Tlemcen
Département de Mathématiques
Module : Théorie de bifurcation

Indications (Exercices supplémentaires)

Exercice 1. On suppose que $a \neq 0$

le pt fixe est $P^* = (1, \frac{b}{a})$

La Jacobienne $J(P^*) = \begin{pmatrix} b-1 & a \\ -b & a \end{pmatrix}$

$tr\, J = b-1-a$, $\det J = a$

si $a>0$, alors P^* $\begin{cases} \text{est instable si } b > 1+a. \\ \text{est stable si } b < 1+a. \end{cases}$

si $a<0$, P^* est instable

2) $Re\, \lambda_{1,2} = 0$ si $tr\, J = 0$ i.e $b = 1+a =: b_c$

la condition de transversalité $\frac{d Re\, \lambda_{1,2}}{d b} = \frac{1}{2} \neq 0$

d'où une bif. de Hopf.

Exercice 2. si $h=0$ (voir le cours)

si $h \neq 0$, on a les points fixes

$x_1^* = 0$, $x_2^* = \frac{1+\sqrt{1-4hr}}{2h}$, $x_3^* = \frac{1-\sqrt{1-4hr}}{2h}$

Si $hr > \frac{1}{4}$, un seul pt fixe. (disparition de 2 équilibres)

si $hr < \frac{1}{4}$ le retour des 2 autres pts fixes

Ainsi si $hr = \frac{1}{4}$, il faut s'attendre à une bifurcation noeud-selle.