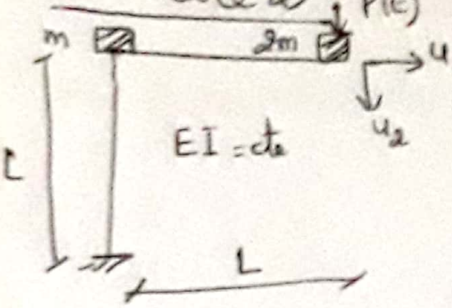
Exercice 2 :



Données :

$M = 600\,kg = 0{,}6t$

$EI = 2100\,tf.m^2 = 21000\,kN\,m^2$

$L = 500\,cm = 5m$

$P(t) = 10 \sin 20t$

L'equation de mouvement est celle d'un systeme à PDDL en vibration forcées non amorties.

$$M\ddot{u} + Ku = P(t)$$

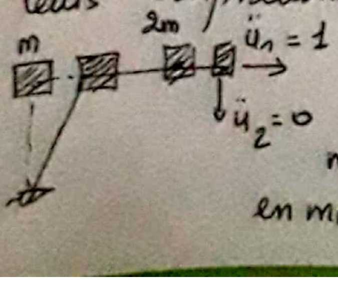
Nous avons besoin de determiner la matrice masse M, la matrice de rigidité K et le vecteur chargement P(t)

1/ Matrice masse . M :

La matrice masse pour un système à 2DDL avec masse concentrées est une matrice diagonale (2×2), elle s'ecrit :

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix}$$

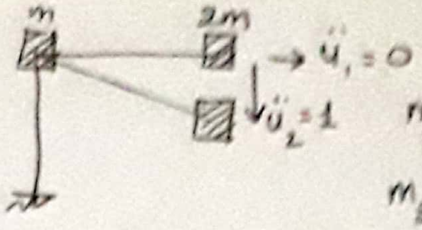
m_{ij} : la force d'inertie engendrée suivant le DDL i par une accéleration unitaire lorsque les autres DDL sont bloquées. calculons alors m_{11} et m_{22} à partir de leurs définitions



$m_{11} = (m + 2m)\ddot{u}_1$

$m_{11} = 3m$

m + 2m : c'est la masse en mouvement suivant DDL1



$m_{22} = 2m\,\ddot{u}_2$

$m_{22} = 2m$

2m : c'est la masse en Mvt en DDL

Donc :

$$M = m\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}8 & 0 \\ 0 & 1{,}2 \end{bmatrix} [t]$$

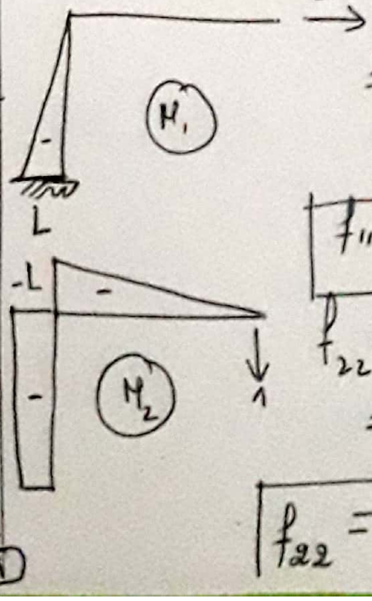
2/ La matrice de rigidité K

K est determinée dans ce cas par la matrice de flexibilité

$$K = F^{-1} \qquad F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}$$

f_{ij} : sont les coéfficients de flexibilité s'obtiennent par les methodes RDM.

f_{ij} : c'est le deplacement (rotation) suivant le DDL i dû à une force (moment) unitaire lorsque les autres DDL sont bloquées.



$f_{11} = \frac{1}{EI} A_1 y_{G_1}$

$= \frac{1}{EI}\,\frac{1}{2}(-L)(L)\,\frac{2}{3}(-L)$

$$\boxed{f_{11} = \frac{L^3}{3EI}}$$

$f_{22} = \frac{1}{EI} A_2 y_{G_2}$

$= \frac{1}{EI}\,\frac{1}{2}L^2 \cdot \frac{2}{3}(L) + L^3$

$$\boxed{f_{22} = 4L^3/3EI}$$