Université Abou Bekr Belkaid
Faculté des sciences
Département de physique
LMD : (S4)
Module : Mécanique des fluides

Avril-mai 2020

DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS

EQUATION DE CONTINUITE

Sous la forme générale : *Ecoulement non permanent*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho\vec{v}) = 0$$

$\rho(x, y, z, t)$ est la masse volumique du fluide, $\vec{v}\,(x, y, z, t)$, la vitesse et t, le temps.

Ecoulement permanent, compressible : ***$\rho(x, y, z)$, $\vec{v}\,(x, y, z)$***

$$\vec{\nabla}.(\rho\vec{v}) = 0$$

Ecoulement permanent, incompressible : ***ρ(cst) et $\vec{v}\,(x, y, z)$***

$$\vec{\nabla}.(\vec{v}) = 0$$

Pour un tube de courant (forme courante)

Fluide compressible (gaz)	$Q_M=\rho vs=cts$	kg/s	débit massique
Fluide incompressible (liquides, ρ=cst)	$Q_V = vs=cts$	m^3/s	débit volumique

s est la section du fluide.

LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS

Equation d'Euler

Sous la forme vectorielle

$$\vec{\gamma} - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$\vec{\gamma}\,(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$- accélération massique
ρ-masse volumique
p- pression hydrostatique
$\vec{v}\,(v_x, v_y, v_z)$- vitesse du fluide

Sous la forme scalaire

$$\gamma_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dv_x}{dt}$$

$$\gamma_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dv_y}{dt}$$

$$\gamma_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dv_z}{dt}$$

Théorème de Bernoulli

Fluide incompressible

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = cst \qquad (m)$$

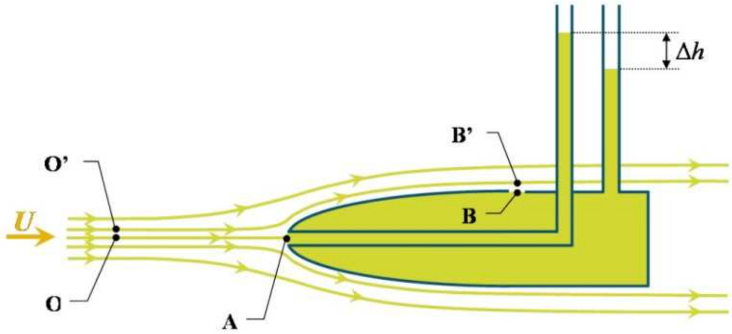
$$\rho g z + p + \frac{\rho v^2}{2} = cst \qquad (N/m^2, Pa)$$

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = cst \qquad m^2/s^2$$

p_{atm}=1,01325 10^5 Pa =1,01325 bar ou 760 mmHg ; 1bar=10^5 Pa=10^5 N/m^2

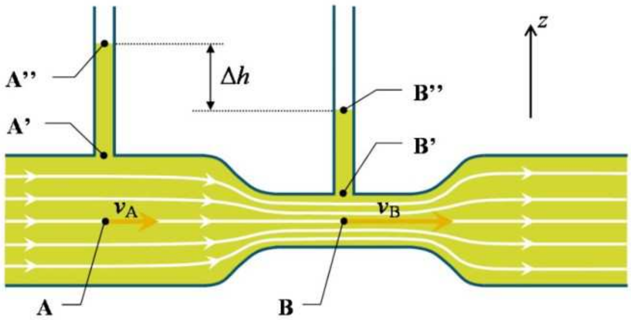
Application du théorème de Bernoulli

- Sonde de pression statique
- Sonde de pression dynamique
- Tube de Pitot



$$\left.\begin{array}{l} p_A - p_B = \rho g \Delta h \\ p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho U^2 \end{array}\right\} \Rightarrow U = \sqrt{2 g \Delta h}$$

- Tube de Venturi

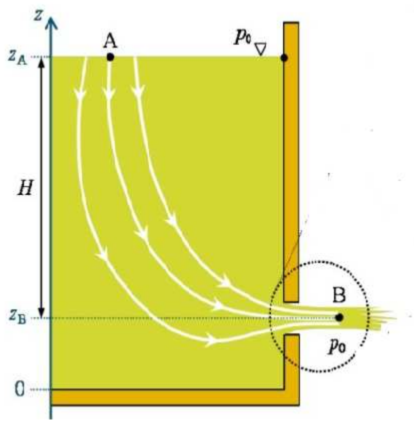


$$q_V = \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{1/S_B^2 - 1/S_A^2}}$$

$$v_A = q_V/S_A = \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{S_A^2/S_B^2 - 1}} \quad \text{et} \quad v_B = q_V/S_B = \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{1 - S_B^2/S_A^2}}$$

Théorème de Torricelli

Il s'agit de la détermination de la vitesse d'un fluide incompressible s'écoulant d'un orifice d'un réservoir d'une grande dimension par rapport à l'orifice.



$$p_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

$$v = \sqrt{2gH}$$

La vitesse du jet est indépendante de la direction et dépend uniquement de la hauteur du réservoir.

APPLICATIONS

Exercice 1

Déterminer les vitesses et la pressions P_2 dans les sections 1-1 et 2-2 dans le cas d'un écoulement d'un liquide dans une conduite divergente.
On donne: débit $Q=0.20\ m^3/s$; $\Delta Z=2\ m$; $P_1=3$ bars ; $\rho=860\ kg/m^3$; $d_1=0.05m$; $d_2=0.1m$

Exercice 2

Calculer les pressions et les vitesses dans les sections 1-1 et 2-2 de la conduite donnée ci-dessous.
On donne: débit $Q=20$ l/s; $\Delta h=500$ mm; $h=1m$; $P_1=3$ bars ; $\rho=1000\ kg/m^3$; $\rho_{Hg}=13600\ kg/m^3$
$d_1=5cm$; $d_2=10cm$

Exercice 3

Un tube de Prandtl est placé dans une tuyauterie à air et une dénivellation h=17mm eau.
Calculer le débit

Exercice 4

Un venturi est placé dans une conduite d'eau avec une dénivellation de h=50mm Hg.
Calculer le débit à travers la conduite.