La régression linéaire simple

On montre que : - معاملي الانحدار الخاص بالسلسلة الإحصائية المستقلة يعمل وتنظيم
- معاملي الانحدار الخاص بالسلسلة الإحصائية المستقلة ماسير شروي

- la droite de régression D de y en x a pour équation $y = ax + b$
Où le coefficient directeur est $a = \frac{cov(x,y)}{V(x)}$ et où b vérifie : $\bar{y} = a\bar{x} + b$

La droite D passe donc par le point moyen $G(\bar{x}, \bar{y})$ du nuage

La droite de régression D' de x en y a pour équation $x = a'y + b'$
où le coefficient directeur est $a' = \frac{cov(x,y)}{V(y)}$ et où b' vérifie : $\bar{x} = a'\bar{y} + b'$

في حالة وجود متغيرتين (x) و (y) فإنه سنوجد معادلتان للإنحدار.

1. معادلة انحدار (y) على (x) معناه : $y = f(x)$ ⇐ (y) دالة في (x)
2. معادلة انحدار (x) على (y) معناه : $x = f(y)$ ⇐ (x) دالة في (y).

أمثلة عن المتغيرتين :
1. الجهد و ضغط الدم.
2. عمر الزوج وعمر الزوجة.
3. سنوات الخدمة والدخل.

الهدف من الانحدار : هو الحصول على صيغة رياضية ستوضح العلاقة بين المتغيرتين إذا وجدت و يساعد ذلك في التنبؤ او شاهد العلاقة أنشطا (خطية أو غير خطية)

وأهم خطوة في الإنحدار هو رسم الشكل الانتشاري ليتم تحديد المعادلة الرياضية المناسبة

- معادلة انحدار (y) على (x)، إذا كانت العلاقة على الشكل $y = f(x)$

$$\hat{y} = ax + b$$

Scanned by TapScanner

حيث:
- تمثل (x) المتغير العشوائي المستقل
- تمثل (Y) المتغير العشوائي التابع
- أي أن (x) سؤثر في (Y) وليس العكس

نوع النماذج
les modèles

- linéaires خطية
- non linéaires غير خطية

$\hat{y} = ax + b$

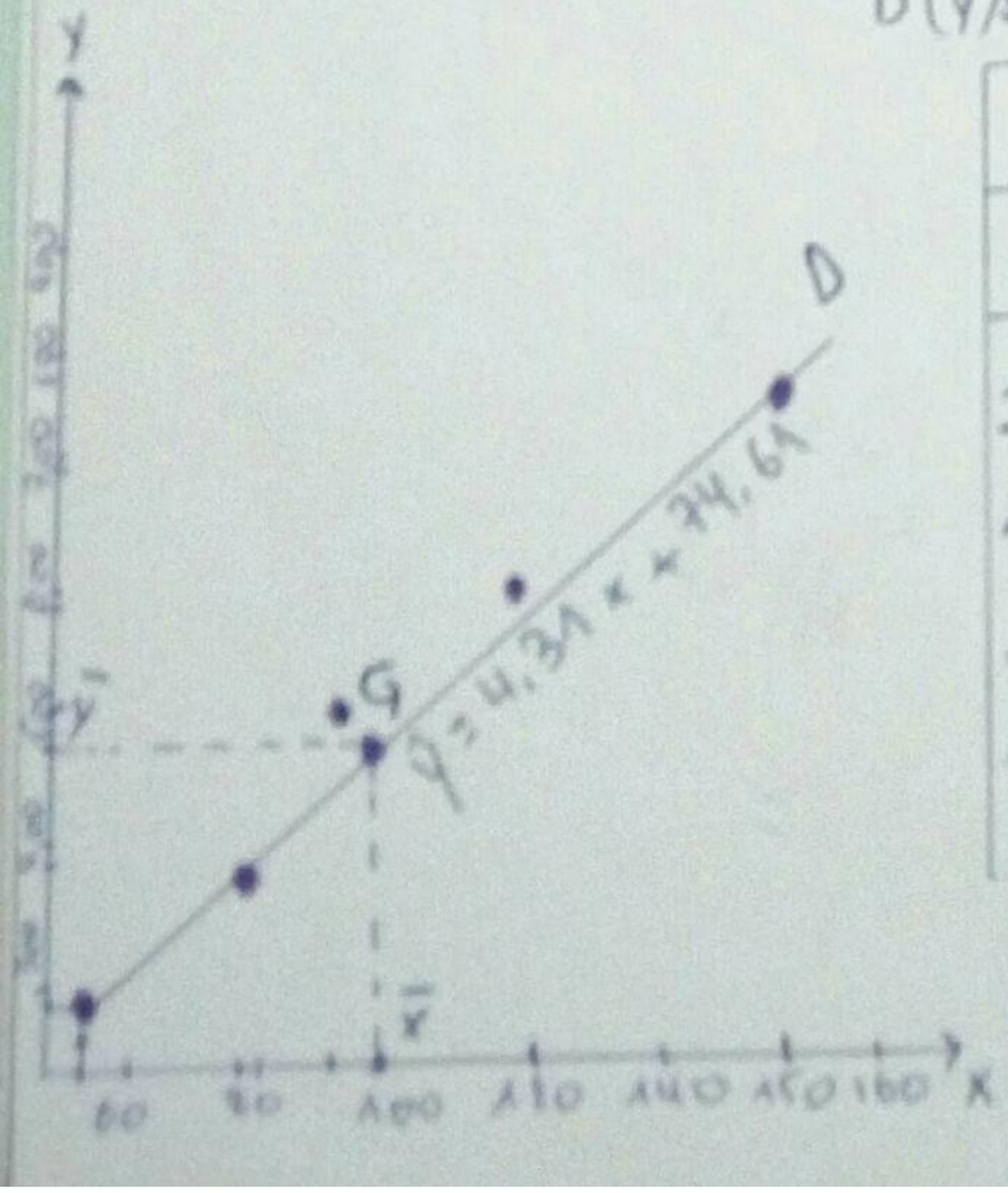
حيث:

$$a = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - [\Sigma x]^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

مثال: أوجد معادلة انحدار Y على x D(Y/x)

y^2	x^2	xy	y	x
8089	2500	14150	283	50
142884	5625	23350	378	75
261324	9025	49240	548	95
363609	14400	72360	603	120
494209	22500	105450	703	150
1349115	54050	269520	2485	490



Scanned by TapScanner

③ مثال: البيانات التالية تمثل الكمية المطلوبة من السلعة (Y) و السعر (x) لسلعة معينة.

$\sum y = 144 \quad \sum x = 103 \quad \sum xy = 2093$

$\sum x^2 = 1531 \quad \sum y^2 = 3012 \quad n = 7.$

المطلوب:

1. تقدير معادلة الانحدار للكمية المطلوبة (Y) على السعر (x).
2. تقدير الكمية المطلوبة عند السعر (10) أو,,.
3. تقدير معادلة انحدار السعر (x) على الكمية المطلوبة (Y).
4. تقدير السعر عند الكمية المطلوبة 130.
5. إيجاد معامل الارتباط.
6. حساب معامل التحديد، وذكر معناه.

الحل:

1. تقدير معادلة الانحدار للكمية المطلوبة (Y) على السعر (x).

تقدير كلا من a و b كما يلي:

$$a = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - [\sum x]^2}$$

$$a = \frac{-181}{108} = -1,68 \Rightarrow \boxed{a = -1,68}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow b = 20,57 + 24,72$$

$$\boxed{b = 45,29}$$

$$\hat{y} = ax + b \Rightarrow \boxed{\hat{y} = -1,68x + 45,29}$$

2. تقدير الكمية المطلوبة عند السعر 10 أو,,.

$$\hat{y} = -1,68(10) + 45,29$$

$$\boxed{\hat{y} = 29,49}$$

Scanned by TapScanner

3- تقدير معادلة الانحدار للسعر (x) على الطلبية المطلوبة (y)

تقدير كلا من $\hat{a}$ و $\hat{b}'$

$$\hat{a} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - [\sum y]^2}$$

$$\hat{a} = \frac{-181}{348} = -0,52 \Rightarrow \boxed{\hat{a} = -0,52}$$

$$b' = \bar{y} - a\bar{x} \Rightarrow 25,41 \Rightarrow \boxed{b' = 25,41}$$

تقدير معادلة الانحدار:

$D'_{x/y}$ ... $\boxed{\hat{x} = -0,52y + 25,41}$

4. تقدير السعر عند الكمية 30 $y = 30$

$D'_{x/y}$: $\hat{x} = -0,52(30) + 25,41$

$$\boxed{\hat{x} = 9,81}$$

5. معامل بيرسون $\boxed{r = -0,934}$

يمكنه تقدير معامل الارتباط بيرسون هذا خلال العلاقة بين معاملي الانحدار D و D' $\Leftarrow$

$D_{(y/x)}$ $D'_{(x/y)}$ أو $\boxed{r_p = \sqrt{(a \cdot a')}}$

$$r_p = \sqrt{(-1,62)\cdot(-0,52)}$$

$$\boxed{r_p = 0,934}$$

نأخذ النتائج بالمثالين في العلاقة بين الطلبية المطلوبة و السعر علاقة عكسية وهو نفس النتائج في المثالين أعلاه Fig.1 , Fig.2

- الارتباط بين الطلبية المطلوبة (y) و سعر السلعة (x) عكسي قوي.

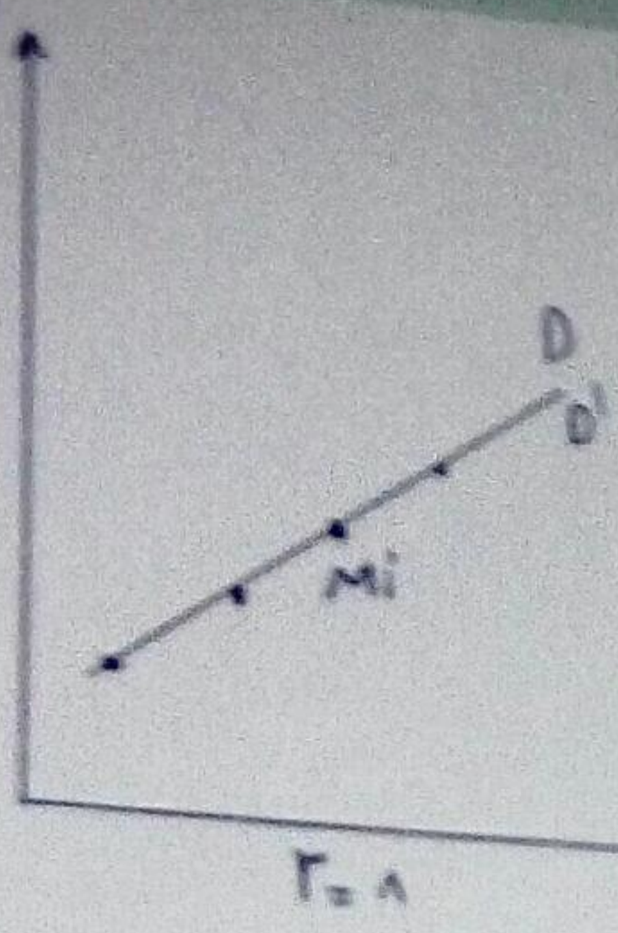


Fig. 1

$r = +1$

$a > 0$ et $a' > 0$

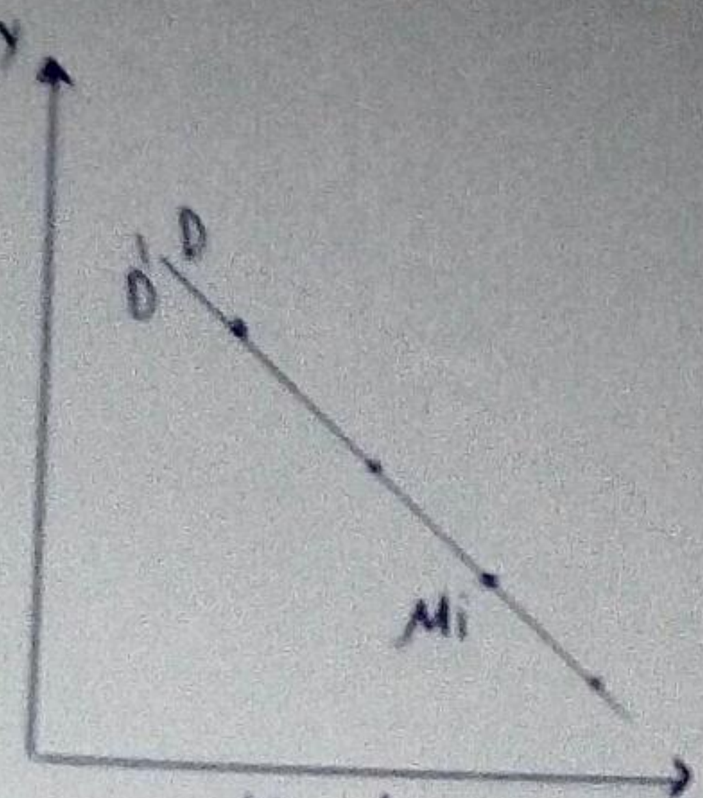


Fig. 2

$r = -1$

$a < 0$ et $a' < 0$

6- معامل التحديد r^2 هو مربع معامل الارتباط.

يستخدم معامل التحديد لقياس كفاءة نموذج الانحدار المستخدم في تفسير نسبة التغير في المتغير (y) بسبب التغير في المتغير (x).

- تنحصر قيمة معامل التحديد ما بين (0، 1) فكلما كانت قيمته قريبة من الواحد الصحيح دل على كفاءة نموذج الانحدار المستخدم والعكس صحيح.

أي أن: $0 \leq r^2 \leq 1$

$r^2 = (-0,934)^2 = 0,87$ معامل التحديد.

تفسير: أي أن نموذج الانحدار يفسر 87% من التغير في الكمية المطلوبة بسبب التغير في السعر، الباقي 13% عوامل أخرى غير السعر.

Scanned by TapScanner

جامعة أبي بكر بلقايد
كلية العلوم الإنسانية و
قسم علم الاجتماع

السنة الجامعية 2019/2018.
مدة الامتحان: 1 سا و30 د.
تخصص: تنظيم و عمل.

مقياس

تصحيحات: درسيا
الإنحدار والارتباط
Pearson و سبيرمان

التمرين الأول:

ليكن الجدول التالي الخاص بإجمالي الاستهلاك والدخل المتاح بين سنتي (1971 و1982).

année	n	yi	xi
1971	1	102	114
1972	2	106	118
1973	3	108	126
1974	4	110	130
1975	5	122	136
1976	6	124	140
1977	7	128	148
1978	8	130	156
1979	9	142	160
1980	10	148	164
1981	11	150	170
1981	12	154	178

$\sum Yi=1524, \sum Xi = 1740, \sum Xi.Yi= 225124, \sum Xi^2= 257112$

1/ ارسم لوحة الانتشار.

2/ احسب معامل الارتباط بيرسون بين الدخل المتاح والاستهلاك.

Scanned by TapScanner

التمرين الثالث: 7 pts

يمثل الجدول التالي علامات 10 طلاب في مادتي المحاسبة والإحصاء.

n	comptabilité. xi	statistique. yi
1	60	70
2	80	60
3	50	40
4	90	70
5	80	80
6	60	55
7	70	75
8	65	75
9	85	80
10	45	60

1/ احسب معامل الارتباط الرتبي سبيرمان بين علامات المادتين. 3 pts

2/ ماذا تلاحظ؟ 1 pts

Scanned by TapScanner

1/ ليكن الجدول التالي الخاص بدخل الفرد Yi (بالألف دينار)،و نسبة اليد العاملة في الزراعة Xi في 15 ولاية.

الولاية	Yi	Xi
1	6	9
2	8	10
3	8	8
4	7	7
5	7	10
6	12	4
7	9	5
8	8	5
9	9	6
10	10	8
11	10	7
12	11	4
13	9	9
14	10	5
15	11	8

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{N-1}{N-K}$$

$\sum Yi=135, \sum Xi=105, \sum XiYi=917, \sum Xi^2=795$
$\sum xiyi= -28, \sum xi^2= 60, \sum ei^2=26,9340$

أ/ أوجد معادلة الإنحدار ؟ما هو تعليقك ؟
ب/ أحسب R^2 ؟ و ماذا يمثل بالنسبة إليك ؟

2/ ليكن الجدول التالي الخاص بدخل الفرد Yi (بالألف دينار)،و نسبة اليد العاملة في الزراعة X1 و متوسط سنوات التعليم للسكان فوق 25 سنة X2 في 15 ولاية.

Scanned by TapScanner

Exercice 1

Le tableau suivant présente l'évolution conjointe de deux variables :

Variable X	220	280	250	170	150
Variable Y	2,6	2,6	2,4	1,5	0,9

1- Calculez la moyenne et l'écart type de chaque variable.
2- Calculez le coefficient de corrélation linéaire « r » ainsi que le coefficient de détermination « R^2 ». Commentez vos résultats.
3- Donnez les formules qui servent à prédire X en fonction de Y (Il s'agit bien évidement de l'équation linéaire du type Y=aX+b).

Exercice 2

On a voulu tester l'efficacité d'un nouveau traitement contre le diabète sucré sur un échantillon de malades. Le taux de glycémie de ce groupe (groupe 1) a été comparé avec celui d'un autre groupe qui n'a reçu aucun traitement (groupe 2). Les résultats sont dans le tableau suivant :

Groupe 1	1.56	1.88	2.05	1.78	2.10	1.95	1.75
Groupe 2	1.85	2.21	2.35	2.10	1.90	2.45	2.63

1. Calculez la moyenne et l'écart type de chaque groupe.
2. On veut tester l'hypothèse selon laquelle l'effet du nouveau traitement est nul. Quel est le test statistique adéquat.
3. Enumérez les étapes de ce test.
4. Donnez la formule de ce test.

Scanned by TapScanner