

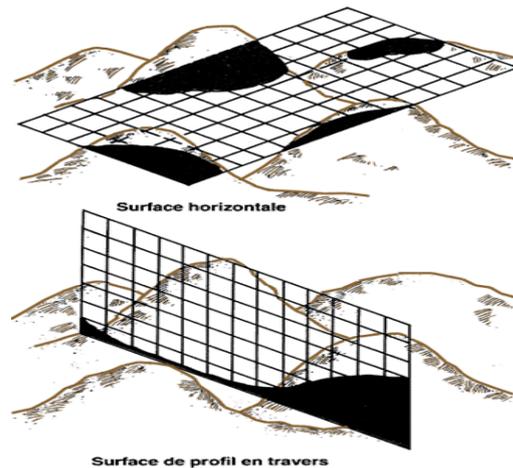
Chapitre IX. Calculs topométriques

9.1. Calcul de surface

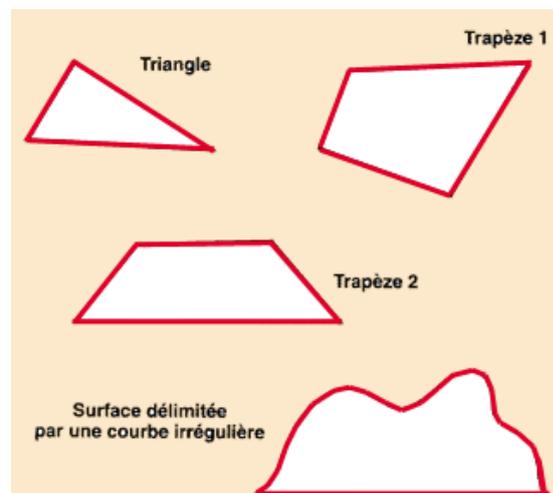
Introduction

1. Lors de levés topographiques, les surfaces de terrains doivent être considérées comme des **surfaces horizontales**, et non des superficies réelles au sol. Aussi doit-on toujours mesurer les **distances horizontales**.

2. Dans de nombreux cas, vous devrez connaître les surfaces de **profils en travers** pour pouvoir calculer le volume des terrassements à effectuer.



1. Vous pouvez déterminer les surfaces soit directement, à partir de **mesures sur le terrain**, soit indirectement à partir d'un **plan** ou d'une **carte**. Dans le premier cas, vous obtiendrez toutes les mesures de distances et d'angles dont vous avez besoin par un levé topographique et vous calculerez les surfaces d'après ces mesures. Dans le second cas, vous devrez tracer au préalable un plan ou une carte. Ensuite, l'échelle vous permettra de déterminer les dimensions nécessaires au calcul des surfaces.



2. méthodes simples de mesure des surfaces.

- **méthodes graphiques**; elles consistent à comparer à un canevas déjà tracé, de dimensions unitaires connues, le plan ou la carte dont vous devez mesurer la surface

- **méthodes géométriques**, comportant l'utilisation de formules mathématiques simples pour calculer les surfaces de figures géométriques régulières, telles que triangles, **trapèzes*** ou surfaces délimitées par une courbe irrégulière.

Les méthodes simples sont récapitulées au **tableau 13**.

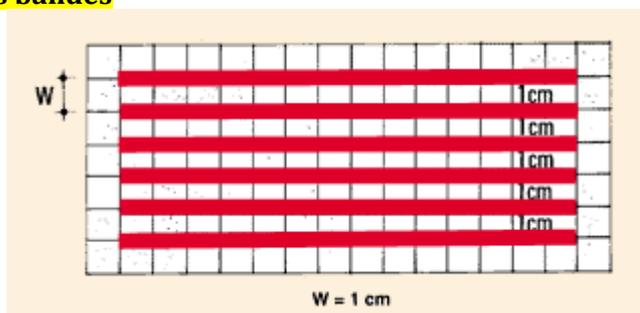
TABLEAU 13
Méthodes simples de mesure des surfaces

Méthode	Remarques
Bandes	Méthode graphique fournissant des estimations peu précises
Quadrillage	Méthode graphique fournissant de bonnes à très bonnes estimations
Subdivision en figures géométriques régulières (triangles, trapèzes, etc.)	Méthode géométrique fournissant de bonnes à très bonnes estimations
Règle des trapèzes	Méthode géométrique fournissant de bonnes à très bonnes estimations Convient aux surfaces délimitées par une courbe irrégulière

Mesure des surfaces par la méthode des bandes

1. Prenez une feuille de **papier transparent**, par exemple de papier calque ou de papier millimétré quadrillé léger. Choisissez les dimensions de la feuille suivant celles de la surface cartographiée à mesurer.

2. Sur cette feuille, tracez une **série de bandes** délimitées par des parallèles régulièrement espacées. Déterminez cette **largeur de bande W** de façon qu'elle corresponde à un nombre entier déterminé de mètres. **Vous pouvez**



utiliser à cet effet l'échelle du plan ou de la carte.

Exemple

Echelle 1: 2 000; largeur de bande $W = 1$ cm
= 20 m.
Echelle 1: 50 000; largeur de bande $W = 1$ cm = 500 m.

Note: L'estimation de la surface sera d'autant plus précise que les bandes seront plus étroites.

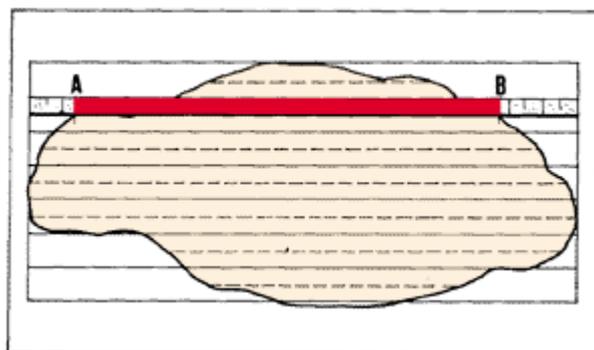
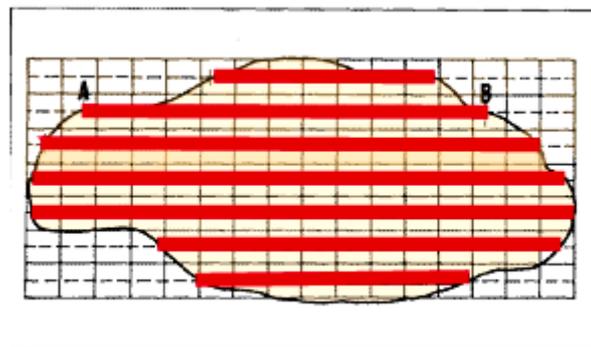
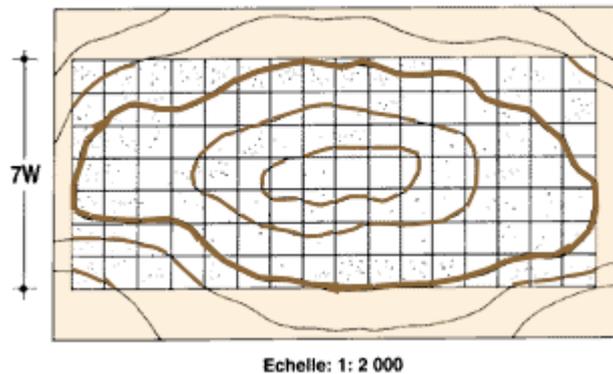
3. Placez la feuille de papier transparent sur le plan ou la carte de la surface à mesurer et fixez-la convenablement par des punaises ou du papier adhésif transparent.

4. A l'intérieur de chaque bande, mesurez la distance AB en centimètres, le long d'une **ligne droite centrale** tracée entre les limites de la surface représentée sur la carte.

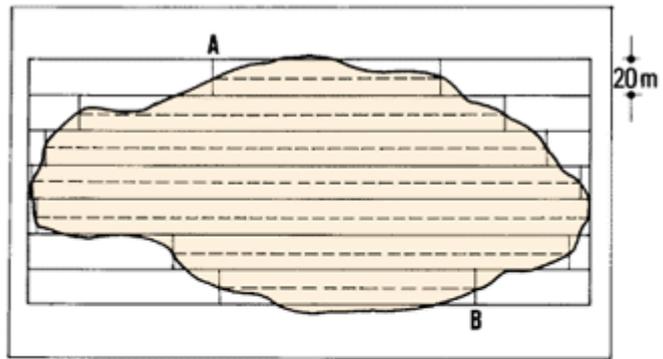
5. Calculez la somme de toutes ces distances en centimètres. Puis, suivant l'échelle utilisée, multipliez la somme obtenue afin de déterminer la distance équivalente sur le terrain, en mètres.

Exemple

Echelle 1: 2 000 et 1 cm = 20m.
Somme des distances = 16cm.
Distance équivalente sur le terrain: 16 m x 20 m = 320 m.



6. Multipliez cette somme des distances réelles (en mètres) par la largeur équivalente de la bande W (en mètres) afin d'obtenir une **estimation approchée** de la surface totale en **mètres carrés**.

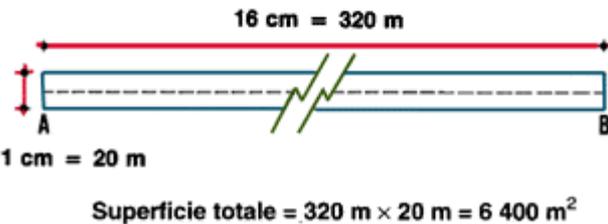


Exemple

Somme des distances équivalentes égale à 320 m.

Largeur de bande (1 cm) équivalente à 20 m.

Surface du terrain: $320 \text{ m} \times 20 \text{ m} = 6\,400 \text{ m}^2$ ou 0,64 ha.



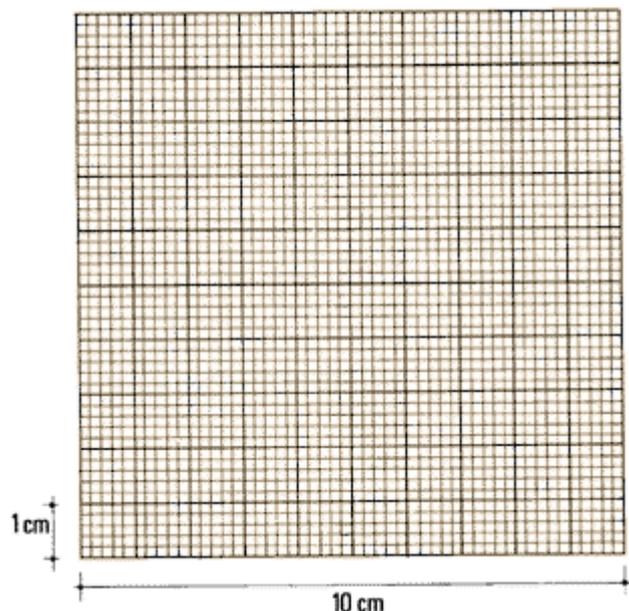
Note: $10\,000 \text{ m}^2 = 1 \text{ hectare (ha)}$

7. Recommencez cette opération au moins une fois à titre de vérification.

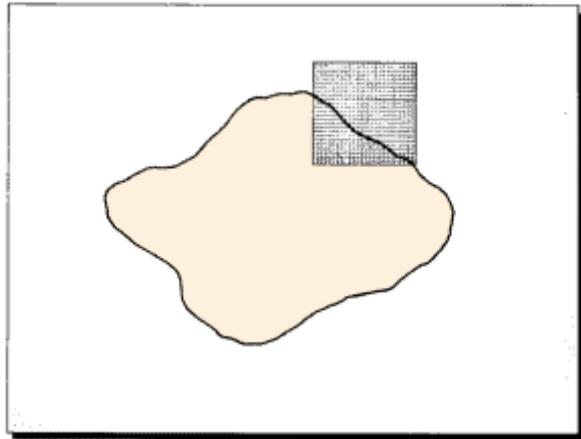
Mesure des surfaces par la méthode du quadrillage

1. Prenez une feuille de papier quadrillé transparent ou tracez vous-même un quadrillage sur une feuille de papier calque transparent. Pour cela, tracez une **grille de carrés de 2 mm de côté à l'intérieur d'un carré de 10 cm de côté**, suivant l'exemple ci-contre.

Note: Un quadrillage dont les carrés unitaires sont plus petits vous permettra d'obtenir une estimation plus précise de la superficie du terrain; en pratique, cependant, la taille minimale est de $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} = 1 \text{ mm}^2$.



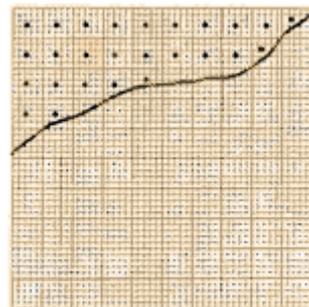
2. Posez ce quadrillage transparent sur le croquis de la surface à mesurer et fixez-le solidement à l'aide de punaises ou de ruban adhésif. Si les dimensions du quadrillage sont inférieures à celles du croquis de la surface, commencez à partir d'un des bords. Marquez visiblement le bord du quadrillage, puis posez celui-ci sur la portion suivante du plan et répétez cette opération sur tout le reste de la surface.



3. Comptez le nombre de **carrés entiers** compris à l'intérieur du terrain dont vous avez à mesurer la surface. Afin d'éviter les erreurs, marquez chaque carré dénombré d'un petit trait au crayon.

Note: Vers le centre du terrain, vous aurez sans doute la possibilité de dénombrer des **carrés plus importants** constitués par exemple de $10 \times 10 = 100$ petits carrés. Cela vous simplifiera le travail.

4. Examinez les carrés situés **près du bord** du croquis. **Tout carré dont plus de la moitié est située à l'intérieur du croquis** doit être compté et marqué comme un carré entier. On ne tient pas compte des autres parties de carrés.

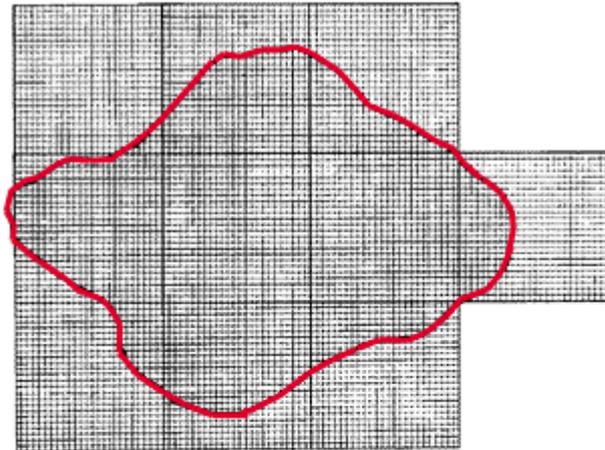


**Carrés dont la moitié
ou davantage est
à l'intérieur de la courbe**

5. Ajoutez les deux sommes ainsi calculées (points 3 et 4) afin d'obtenir le **nombre total T de carrés entiers**.

6. Ajoutez de nouveau les deux sommes au moins une fois à titre de contrôle.

7. En tenant compte de l'échelle des distances utilisée pour le croquis, calculez la **superficie unitaire équivalente** du quadrillage, c'est-à-dire la superficie de l'un des petits carrés.



Exemple

- Echelle 1: 2 000 ou 1 cm = 20 m ou encore 1 mm = 2 m.
- Dimension des carrés du quadrillage 2 mm x 2 mm.
- Superficie unitaire équivalente du quadrillage = 4 m x 4 m = 16m².

Echelle:

1 cm = 20 m

1 mm = 2 m

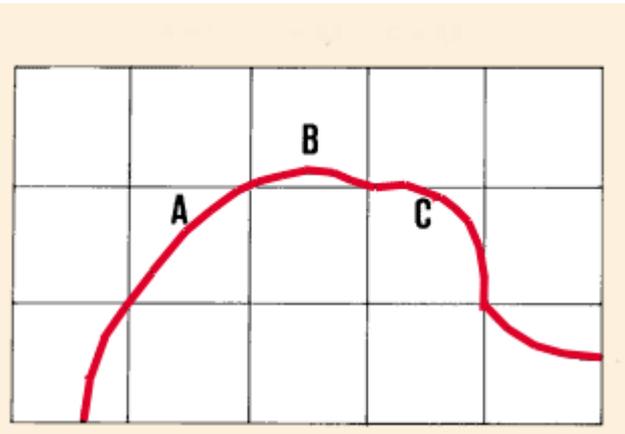
2 mm = 4 m

2 mm x 2 mm = 4 m x 4 m = 16 m²

8. Il suffit ensuite de multiplier la superficie unitaire équivalente par le nombre total T de carrés entiers pour obtenir une assez bonne estimation de la superficie à mesurer.

Exemple

- Nombre total de carrés entiers T = 256.
- Superficie unitaire équivalente 16 m².
- Superficie totale = 256 x 16 m² = 4 096 m².



Note: Avec des plans à grande échelle, tels que les coupes en travers, il est possible d'accroître la précision d'estimation de la surface en modifiant le point 5 ci-dessus. A cet effet, examinez **tous les carrés situés au bord** du croquis de la surface et traversés par son contour. Estimez ensuite à vue la **fraction décimale** de la totalité du carré dont il convient de tenir compte dans le total (la partie décimale est égale à une fraction du carré exprimée sous forme décimale, par exemple 0,5, c'est-à-dire

5/10).

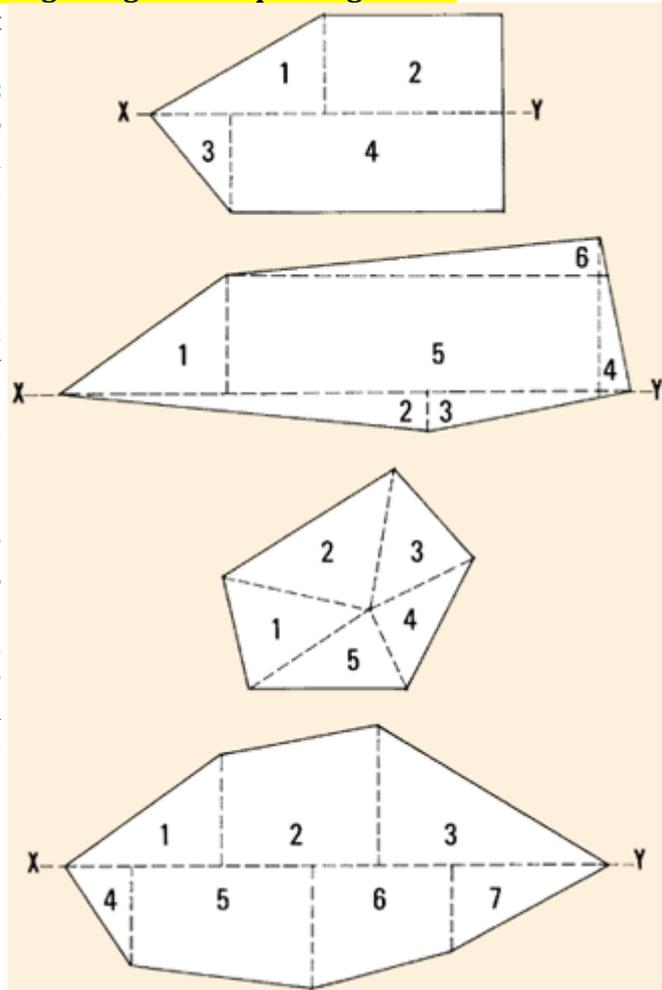
Exemple

Carré A = 0,5; B = 0,1; C = 0,9.

Mesure par subdivision de la surface en figures géométriques régulières

1. Si vous devez effectuer directement sur le terrain des mesures de surface, divisez la parcelle considérée en **figures géométriques régulières**, par exemple en triangles, en rectangles ou en trapèzes*. Faites ensuite toutes les mesures nécessaires, puis calculez toutes les surfaces correspondantes d'après les **formules mathématiques** appropriées (voir [annexe 1](#)). Si vous avez un plan ou une carte du terrain, vous pouvez y tracer ces figures géométriques, puis déterminer leurs dimensions d'après l'échelle.

2. Dans le premier manuel de la présente série, **Pisciculture continentale: l'Eau**, Collection FAO: Formation, n° 4, vous avez appris à la section 2.0 à calculer la surface d'un étang suivant cette méthode. Vous apprendrez ci-dessous à appliquer cette méthode dans des conditions plus difficiles.



Utilisation de triangles pour la mesure de surfaces

3. La surface d'un **triangle quelconque** est facile à calculer à partir des dimensions:

- des trois côtés a, b et c

$$\text{Surface} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

avec $s = (a + b + c) \div 2$; ou

Exemple

Supposons $a = 35 \text{ m}$, $b = 29 \text{ m}$ et $c = 45,5$.

On obtient alors $s = (35 \text{ m} + 29 \text{ m} + 45,5 \text{ m}) \div 2 = 54,75 \text{ m}$.

$$\begin{aligned} (\text{Surface})^2 &= 54,75 \text{ m} (54,75 \text{ m} - 35 \text{ m}) \\ & (54,75 \text{ m} - 29 \text{ m}) (54,75 \text{ m} - 45,5 \text{ m}) \\ &= 54,75 \text{ m} \times 19,75 \text{ m} \times 25,75 \text{ m} \times 9,25 \text{ m} \\ &= 257\,555 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

$$\text{Surface} = \sqrt{257\,555 \text{ m}^4} = 507 \text{ m}^2$$

- de deux côtés (b, c) et de la valeur de l'angle BAC formé par ces deux côtés

$$\text{Surface} = (bc \sin \text{BAC}) \div 2$$

obtenant la valeur de **sinus BAC** du **tableau 14**.

Exemple

Supposons $b = 29 \text{ m}$; $c = 45,5 \text{ m}$ et l'angle $\text{BAC} = 50^\circ$

Alors, $\sin \text{BAC} = 0,7660$

(tableau 14); et

$$\begin{aligned} \text{Surface} &= (29 \text{ m} \times 45,5 \text{ m} \times 0,7660) \div 2 = \\ & 1\,010,737 \div 2 = 505,3685 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

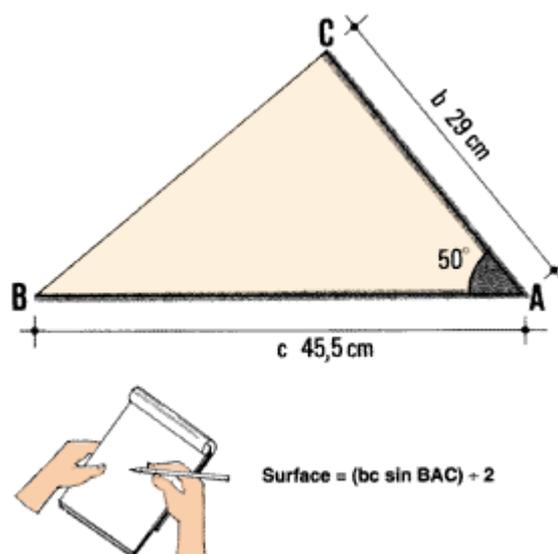
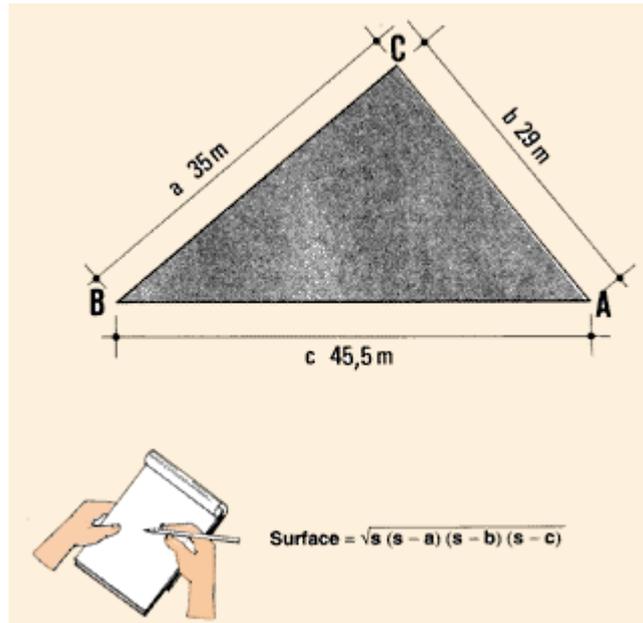


TABLEAU 14
Valeurs du sinus des angles

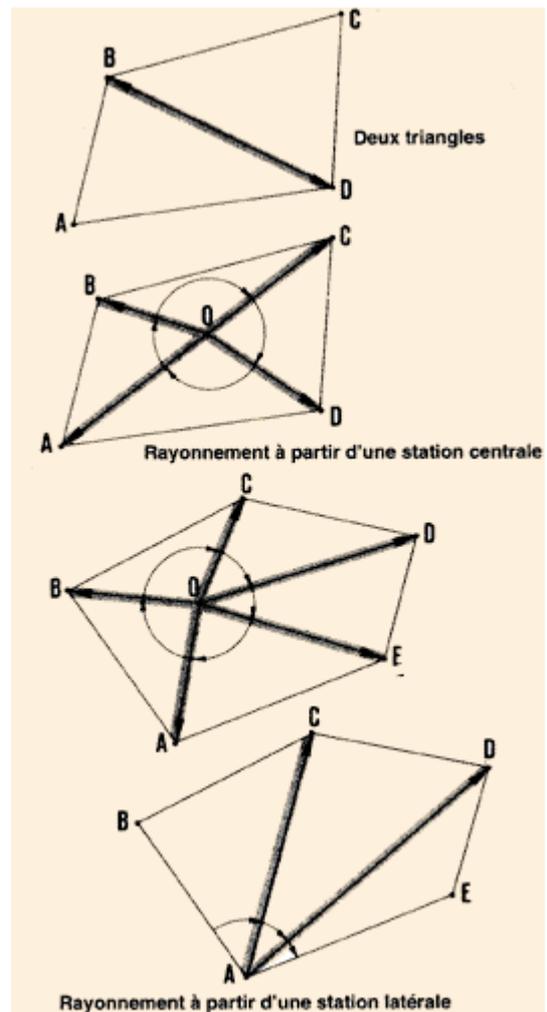
Angle (degrés)	Sinus	Angle (degrés)	Sinus	Angle (degrés)	Sinus
1	0.0175	31	0.5150	61	0.8746
2	0.0349	32	0.5299	62	0.8829
3	0.0523	33	0.5446	63	0.8910
4	0.0698	34	0.5592	64	0.8988
5	0.0872	35	0.5736	65	0.9063
6	0.1045	36	0.5878	66	0.9135
7	0.1219	37	0.6018	67	0.9205
8	0.1392	38	0.6157	68	0.9272
9	0.1564	39	0.6293	69	0.9336
10	0.1736	40	0.6428	70	0.9397
11	0.1908	41	0.6561	71	0.9455
12	0.2079	42	0.6691	72	0.9511
13	0.2250	43	0.6820	73	0.9563
14	0.2419	44	0.6947	74	0.9613
15	0.2588	45	0.7071	75	0.9659
16	0.2756	46	0.7193	76	0.9703
17	0.2924	47	0.7314	77	0.9744
18	0.3090	48	0.7431	78	0.9781
19	0.3256	49	0.7547	79	0.9816
20	0.3420	50	0.7660	80	0.9848
21	0.3584	51	0.7771	81	0.9877
22	0.3746	52	0.7880	82	0.9903
23	0.3907	53	0.7986	83	0.9925
24	0.4067	54	0.8090	84	0.9945
25	0.4226	55	0.8192	85	0.9962
26	0.4384	56	0.8290	86	0.9976
27	0.4540	57	0.8387	87	0.9986
28	0.4695	58	0.8480	88	0.9994
29	0.4848	59	0.8572	89	0.9998
30	0.5000	60	0.8660		

4. Divisez le terrain en triangles. Dans le cas d'une **surface à quatre côtés**, on peut procéder de deux façons.

- Vous pouvez relier **deux sommets opposés** par une ligne droite BD. Mesurez ensuite la longueur de cette droite BD afin de déterminer la longueur des trois côtés de chacun de deux triangles, puis calculez leurs surfaces respectives (voir point 3 ci-dessus). La somme des deux surfaces triangulaires est égale à la superficie totale.
- Vous pouvez procéder par **rayonnement** à partir de la station centrale O. Mesurez les angles adjacents AOB, BOC, COD et DOA. Mesurez ensuite les distances OA, OB, OC et OD entre le point O et chacun des sommets du terrain, puis calculez la surface de chaque triangle (voir point 3 ci-dessus). La somme des quatre surfaces triangulaires est égale à la superficie totale.

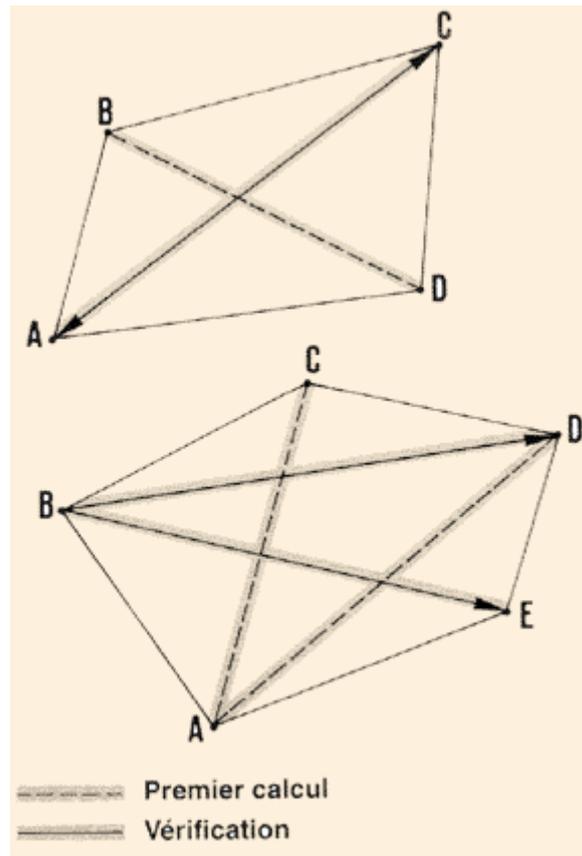
5. Un terrain comportant plus de quatre côtés peut également être décomposé en triangles:

- par rayonnement à partir d'une **station centrale** O (voir point 4 ci-dessus); ou
- par rayonnement à partir d'une **station latérale**, par exemple le sommet A.



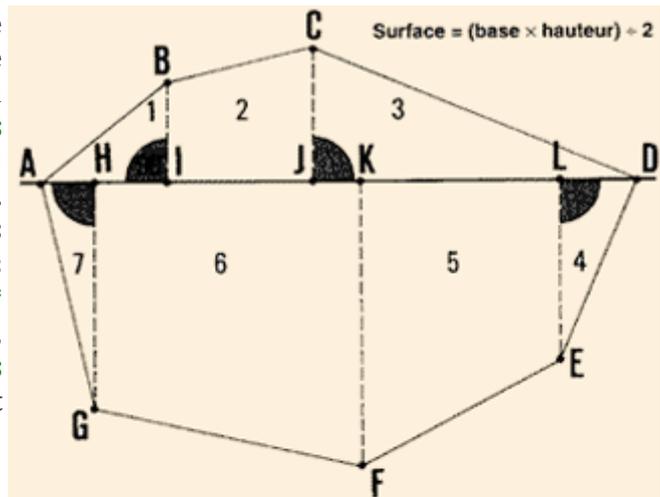
6. Vérifiez ensuite vos calculs. Si vous avez calculé la surface à partir de deux sommets opposés, utilisez la première méthode. Si vous avez procédé par rayonnement, utilisez la seconde.

- Mesurez de nouveau la superficie totale en utilisant les **deux autres triangles** ABC et ACD formés par la droite AC.
- Ou bien, mesurez de nouveau les angles et les longueurs des côtés, soit à partir de la même station, soit à partir d'une station différente.



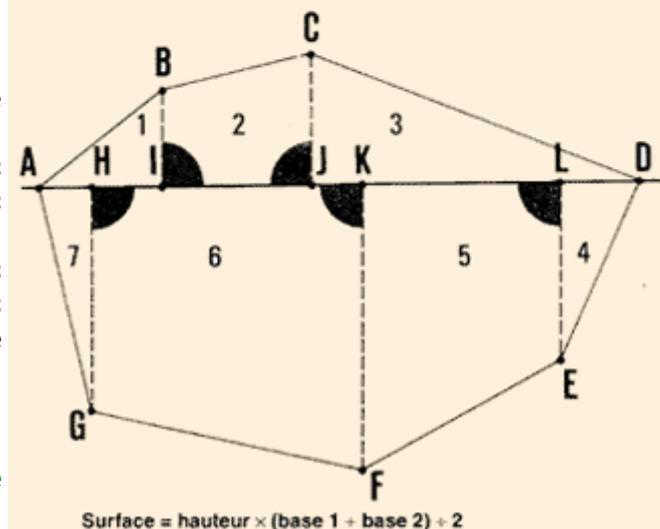
Utilisation d'une ligne de base pour décomposer les surfaces de terrain

7. Dans le cas d'un terrain de forme **polygonale***, il convient généralement de décomposer la surface totale à mesurer en une **série de figures géométriques régulières** (de 1 à 7 dans l'exemple choisi) à partir d'une **ligne de base commune AD**. Vous devez ensuite implanter des offsets (voir section 7.3) à partir des autres sommets du **polygone*** perpendiculairement à cette ligne de base, pour former par exemple les **triangles rectangles** 1, 3, 4 et 7 et les **trapèzes** 2, 5 et 6.



8. La **ligne de base** choisie doit répondre aux conditions suivantes:

- être facilement accessible sur toute sa longueur;
- permettre d'effectuer de bonnes visées en direction de la plupart des sommets du polygone;
- être tracée suivant le côté le plus long de la surface, de façon que les offsets restent aussi courts que possible;
- relier deux sommets du polygone.



9. Calculez la **surface de chaque triangle rectangle***, par la formule:

$$\text{Surface} = (\text{base} \times \text{hauteur}) \div 2$$

10. Calculez la **surface de chaque trapèze*** par la formule:

$$\text{Surface} = \text{hauteur} \times (\text{base 1} + \text{base 2}) \div 2$$

avec:

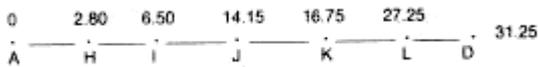
- la **base 1** parallèle à la **base 2**;
- la hauteur égale à la **distance** suivant une perpendiculaire (par exemple, IJ, KL et KH) entre les bases 1 et 2.

11. Additionnez toutes ces surfaces partielles pour déterminer la surface totale. Il convient d'utiliser un **tableau** pour noter toutes les dimensions importantes, aussi bien des triangles rectangles (une base) que des trapèzes (deux bases), comme indiqué dans l'exemple ci-dessous.

Exemple

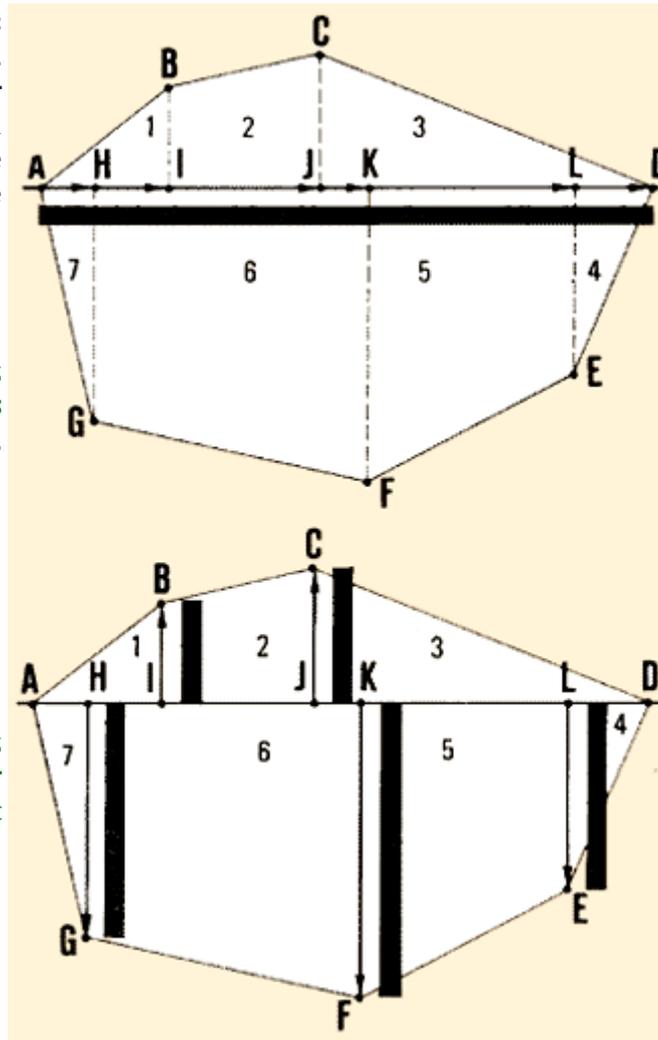
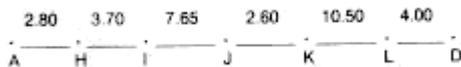
- Suivant la ligne de base AD, mesurez à partir du point A les **distances cumulées** aux points H, I, J, K, L et D, comme suit:

Ligne de base (en mètres)



- A partir de ces mesures, déterminez les **distances partielles** pour chaque segment AH, HI, IJ, JK, KL et LD, comme suit:

Ligne de base (en mètres)



- **Mesurez les offsets** HG, IB, ... LE sur les perpendiculaires élevées à partir de la ligne de base vers chaque sommet du polygone:

HG = 11,80 m; IB = 5,20 m; ... LE = 9,65 m.

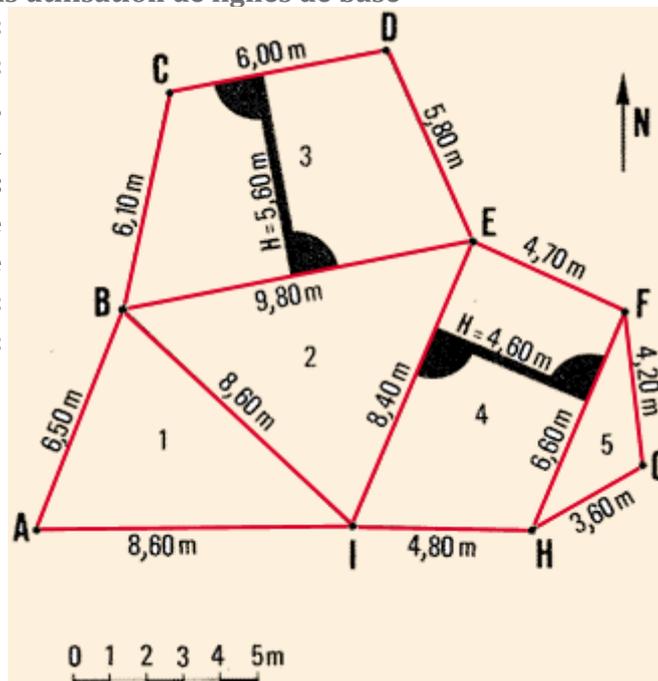
- Inscrivez ces données dans le **tableau** ci-après et déterminez les **surfaces partielles** des parcelles 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7; la somme de ces superficies est égale à la **surface totale**.

Parcelle n°	Hauteur (m)	Base(m)		(B1+B2) ÷ 2 (m)	Surface (m ²)
		1	2		
1 TR ¹	5.20	6.50	-	3.25	16.90
2 TP ¹	7.65	5.20	6.20	5.70	43.61
3 TR	6.20	17.10	-	8.55	53.01
4 TR	9.65	4.00	-	2.00	19.30
5 TP	10.50	9.65	14.80	12.22	128.31
6 TP	13.95	14.80	11.80	13.30	185.54
7 TR	11.80	2.80	-	1.40	16.52
Surface area					463.19

¹TR = triangle rectangle; TP = trapèze

Décomposition de surfaces de terrain sans utilisation de lignes de base

12. Si la forme du terrain s'avère plus complexe que celle des terrains dont vous venez d'apprendre à mesurer la surface, vous devez décomposer la surface en **triangles** et en **trapèzes** de différentes formes. En règle générale, vous ne trouverez aucun angle droit, et le calcul de la surface des trapèzes exigera des mesures supplémentaires, de façon à mesurer leurs hauteurs suivant des perpendiculaires.



Exemple

Considérons le terrain ABCDEFGHIA situé le long d'un cours d'eau et subdivisé en cinq parcelles numérotées de 1 à 5, à savoir trois triangles (1, 2 et 5) et deux trapèzes (3 dont les côtés BE et CD sont parallèles et 4 dont les côtés EI et FH sont parallèles). Le terrain a la forme d'un polygone fermé, dont le levé topographique a été effectué comme indiqué.

13. Calculez les **surfaces des triangles** 1, 2 et 5, d'après les longueurs de leurs trois côtés, en appliquant les formules suivantes:

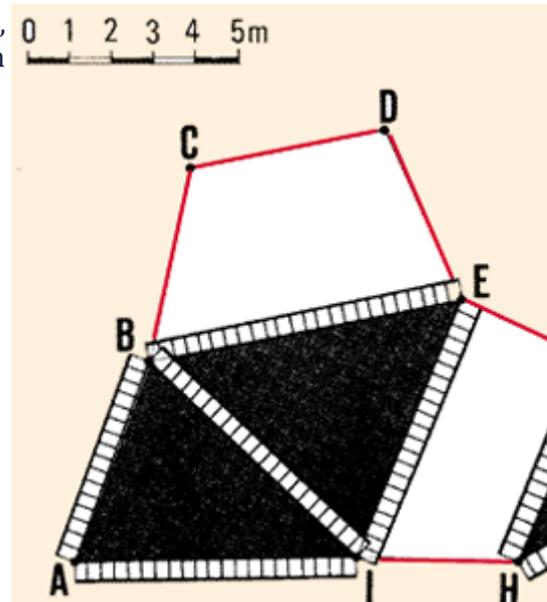
$s = (a + b + c) \div 2$
Surface = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Exemple

Mesurez si nécessaire les côtés des triangles et appliquez la formule

Surface = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

à l'aide du tableau suivant:



Triang le	Longueur des côtés (x en mètres)			s (m)	(s- x) en mètres			Surface (m ²)
	a	b	c		(s- a)	(s- b)	(s- c)	
1	65 0	86 0	86 0	118 5	53 5	32 5	32 5	258773.25
2	86 0	98 0	84 0	134 0	48 0	36 0	50 0	340258.66
5	66 0	42 0	36 0	720	60	30 0	36 0	68305.16
Surface totale des triangles								667337.0 7

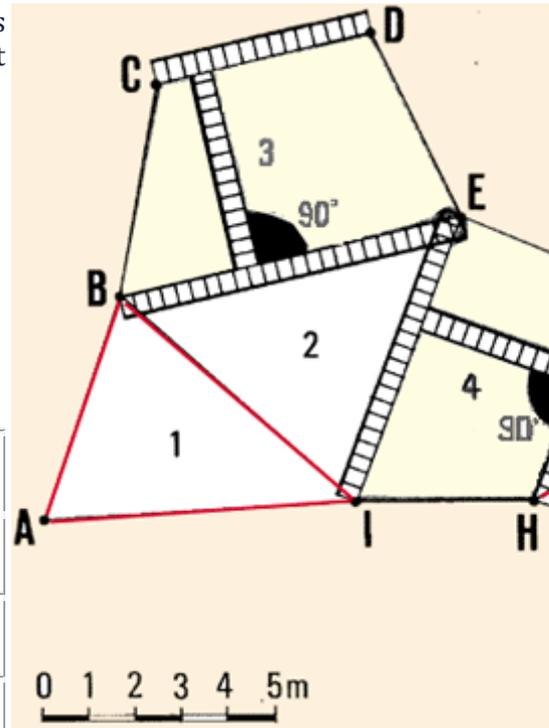
14. Calculez les **surfaces des trapèzes** 3 et 4 d'après la longueur des hauteurs et des bases, en appliquant la formule suivante:

$$\text{Surface} = \text{hauteur} \times (\text{base 1} + \text{base 2}) \div 2$$

Exemple

Mesurez si nécessaire les hauteurs et les bases des trapèzes et appliquez la formule à l'aide du tableau suivant:

Parcelle No.	Hauteur (m)	Base (m)		(B1 + B2) / 2 (m)	Surface (m ²)
		1	2		
3	560	980	600	790	442400
4	460	840	660	750	345000
Surface totale des trapèzes					787400



15. Ajoutez la surface totale des triangles (point 12) à la surface totale des trapèzes (point 14), afin d'obtenir la surface totale de la parcelle de terrain.

Exemple

Surface totale des triangles = 667337 m²
Surface totale des trapèzes = 787400 m²
Surface totale du terrain = 1454 737 m²
= 145.47 ha

16. Une autre façon de faire les calculs consiste à **mesurer sur un plan la hauteur de chaque triangle suivant la perpendiculaire abaissée depuis l'un des sommets sur le côté opposé** (c'est-à-dire la base). Ensuite, la surface de chaque triangle se calcule comme suit:

$$\text{Surface} = (\text{hauteur} \times \text{base}) \div 2$$

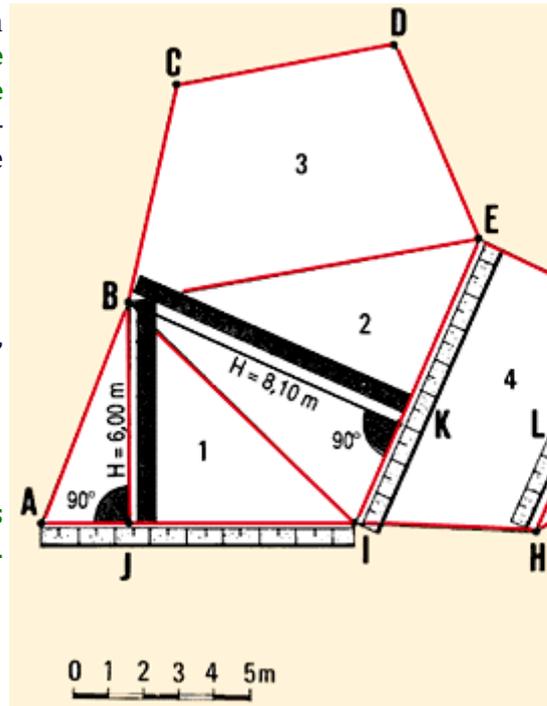
Inscrivez toutes les données dans un tableau unique, comme indiqué dans l'exemple ci-dessus.

Exemple

Mesurez sur un plan les hauteurs BJ, BK et LG des triangles 1, 2 et 5 respectivement. Inscrivez toutes les données dans le tableau suivant:

Parcelle No.	Hauteur (m)	Base (m)		(B1 + B2) / 2 (m)	Surface (m ²)
		1	2		
1	600	860	-	430	258000
2	810	840	-	420	340200
3	560	980	600	790	2400
4	460	840	660	750	345000
5	206	660	-	330	67980
Surface totale du terrain					1453580

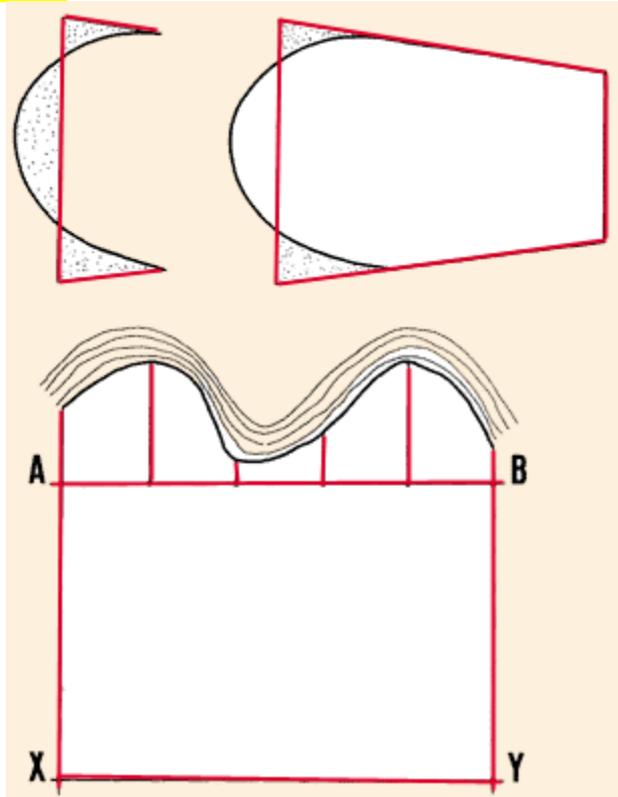
La surface totale du terrain est égale à 145,36 ha; elle diffère donc légèrement de l'estimation précédente (voir point 15). Cela résulte d'erreurs de mesure à l'échelle, à partir du plan, néanmoins suffisamment petites (0,11 ha ou 0,07 pour cent) dans ce cas pour être admissible.



Mesure des surfaces délimitées par une courbe

1. Au volume 4 de la présente série, intitulé **Pisciculture continentale: l'eau**, vous avez appris à calculer la surface d'un étang dont un côté est incurvé (voir section 2.0). Il est possible de suivre une procédure analogue pour déterminer la surface d'un terrain délimité par une **courbe régulière**, en essayant de **compenser les surfaces partiellement décomptées**.

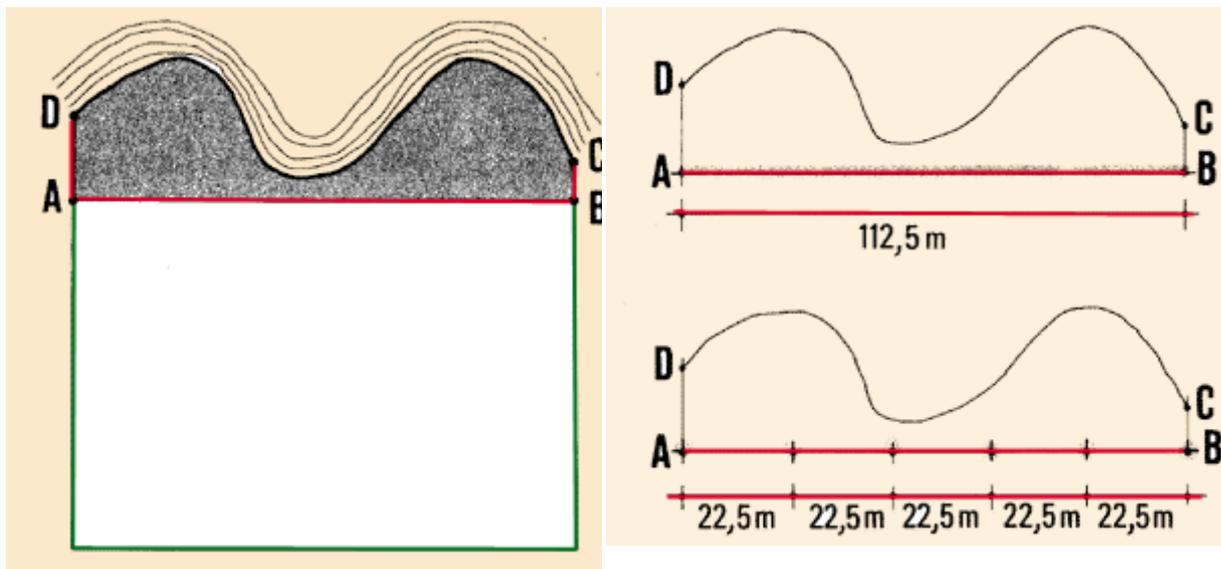
2. Si une partie du terrain est délimitée d'un côté par une **courbe irrégulière**, par exemple une route ou un cours d'eau, l'application de la **règle des trapèzes** décrite dans la présente section permet d'en déterminer la surface.



3. Tracez la **ligne droite AB** reliant les côtés du terrain aussi près que possible de la limite incurvée. Procédez comme suit pour déterminer la surface irrégulière ABCDA.

4. Mesurez la distance AB et subdivisez-la en un certain nombre de **segments égaux**, par exemple de 22,5 m de long chacun. Repérez chacun de ces segments le long de AB par des jalons.

Note: Plus ces segments seront courts, plus l'estimation de la surface sera précise.



5. En chacun des points repérés, élevez une **perpendiculaire** reliant la droite AB au côté incurvé. Mesurez chacun de ces offsets (voir section 7.3).

6. Calculez la surface de ABCDA à l'aide de la formule suivante:

$$\text{Surface} = \text{intervalle} \times (h_o + h_n + 2h_i) \div 2$$

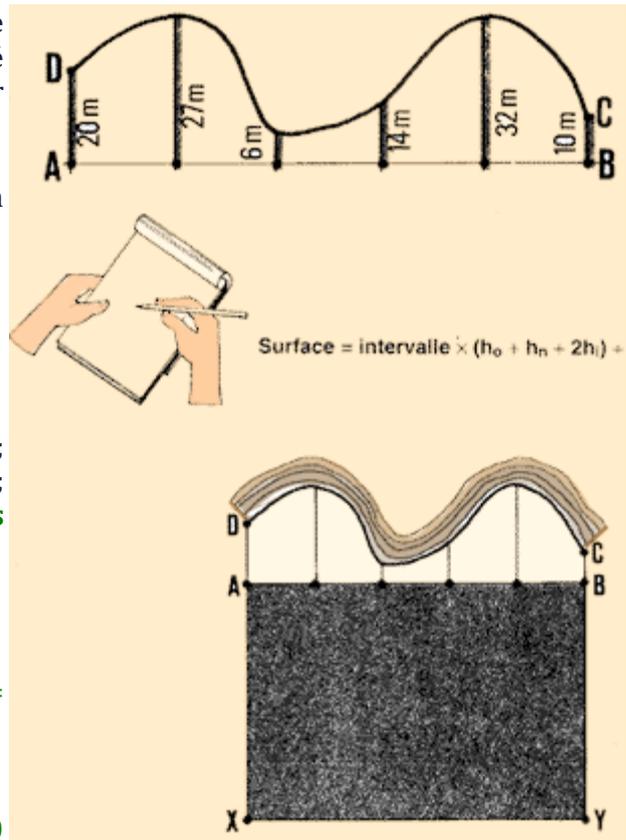
avec:

h_o : longueur du **premier offset**, AD;
 h_n : longueur du **dernier offset**, BC;
 h_i : somme des longueurs de tous les **offsets intermédiaires**.

Exemple

- Longueur des segments (intervalle) = $112,5 \text{ m} \div 5 = 22,5 \text{ m}$.
- $R_o = 20 \text{ m}$ et $h_n = 10 \text{ m}$.
- $h_i = 27 \text{ m} + 6 \text{ m} + 14 \text{ m} + 32 \text{ m} = 79 \text{ m}$.
- Surface ABCDA = $22,5 \text{ m} \times (20 \text{ m} + 10 \text{ m} + 158 \text{ m}) \div 2 = (22,5 \text{ m} \times 188 \text{ m}) \div 2 = 2115 \text{ m}^2$.

Note: N'oubliez pas qu'il vous reste à calculer la surface AXYBA et à l'ajouter à celle de ABCDA pour obtenir la **surface totale DAXYBCD**.



7. Si vous pouvez tracer la ligne droite AB de façon qu'elle coïncide avec les deux extrémités du côté incurvé, cela simplifiera considérablement les calculs; dans ce cas, h_0 et h_n sont tous les deux égaux à 0 et la formule ci-dessus devient:

$$\text{Surface} = \text{intervalle} \times h_i$$

avec h_i = somme des longueurs des offsets intermédiaires.

Exemple

Segments (intervalles) = $158 \text{ m} \div 6 = 26,3 \text{ m}$.
 $h_i = 25\text{m} + 27\text{m} + 2\text{m} + 23\text{m} + 24\text{m} = 101 \text{ m}$.
Surface = $26,3 \text{ m} \times 101 \text{ m} = 2\,656,3 \text{ m}^2$.

Note: N'oubliez pas qu'il vous reste à calculer la surface de $AXYBA$ et à l'ajouter à celle de la partie limitée par la courbe pour obtenir la **surface totale**.

