

TD2 : Construction d'un tarif de cubage par voie mathématique

Exercice 1 :

Afin de connaître comment appliquer la méthode statistique de construction d'un tarif de cubage exprimant le volume en fonction du diamètre 1.30, nous prenons en considération les données du tableau ci-dessous. On vous demande s'il existe une corrélation entre le volume m³ (variable : y) des arbres dans une forêt de pin d'Alep et le diamètre à 1.30 (variable : x) mesuré par des agents forestiers.

xi : diamètre 1,30 (en mètre)	0,4	0,35	0,25	0,2	0,32
yi : Volume (en m³)	1,26	0,77	0,25	0,13	0,56

Questions :

- 1- Trouver l'équation mathématique de la droite de régression de y (Volume V) en fonction de x (diamètre d 1,30). ($y=ax+b$).
- 2-Tracer la droite d'ajustement (Vous pouvez utiliser un logiciel de statistique comme l'Excel).
- 3-Calculer le coefficient de corrélation entre ces deux séries.
- 4-Interpréter le résultat obtenu.
- 5-Quel sera le volume d'un arbre ayant un diamètre à 1.30 de 45 cm?

Remarque :

SCE = Somme des carrés des écarts de la variable xi (diamètre) ;

$$SCE_x = \sum_{i=1}^n xi^2 - \left(\sum_{i=1}^n xi \right)^2 / n$$

SPE = Somme des produits des écarts xy;

x_i = diamètre à 1.30 (en m)

y_i = volume (en m³)

$a = \text{SPE} / \text{SCE}_x$; $b = - a \bar{x}$ (a, b : paramètres de l'équation mathématique).

r : coefficient de corrélation ($r = \text{SPE} / \text{Racine carrée} (\text{SCE}_x \cdot \text{SCE}_y)$) aussi,

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)}{n}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}\right] \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n}\right]}}$$

n : effectif total

Réponse :

Complétez le tableau suivant :

	x	y	x ²	y ²	x.y
1	0,4	1,26			
2	0,35	0,77			
3	0,25	0,25			
4	0,2	0,13			
5	0,32	0,56			
__ : Somme					
Moyenne arithmétique	$\bar{x} =$ _____	$\bar{y} =$ _____			

n	=.....
SCE _x	=.....
SPE	=.....
a=SPE/SCE _x	=.....
b	=.....
y=ax+b	=.....
SCE _y	=.....
r =SPE / Racine carrée (SCE _x . SCE _y)	=.....

.....

.....

.....

