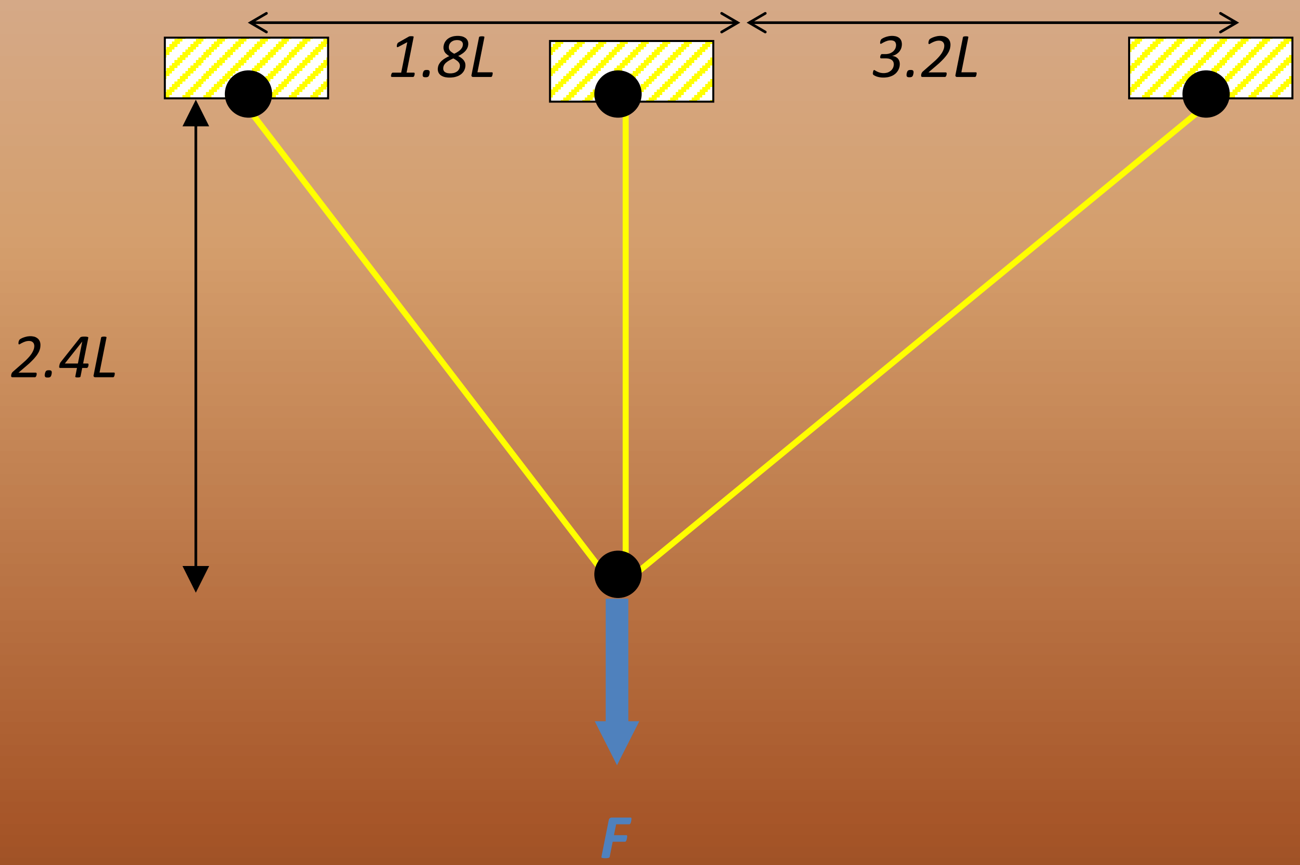
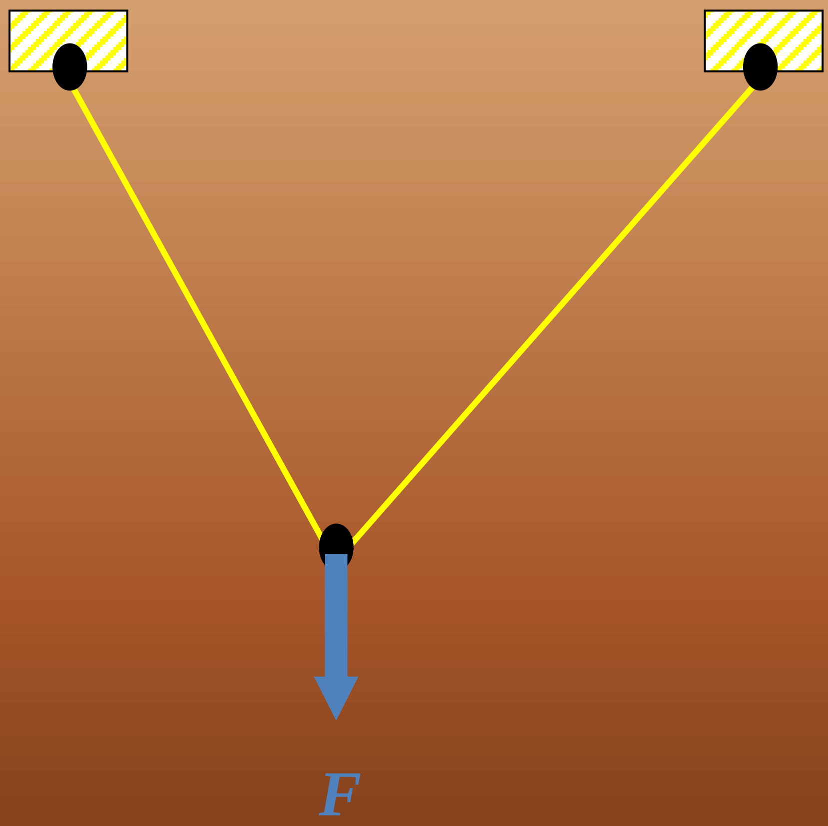
Solution Home Work: chapitre 4 Analyse Limite -Méthode statique-



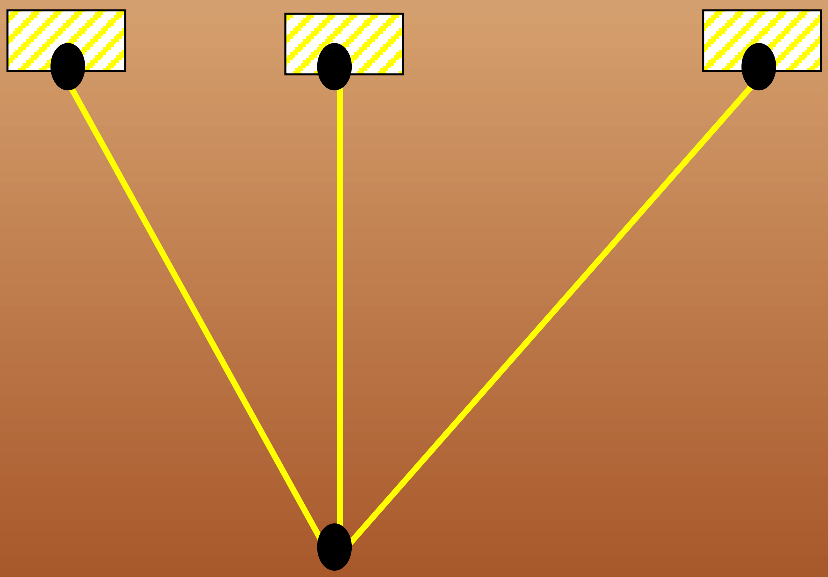
En suivant le même raisonnement détaillé dans le chapitre 4, calculer la force de ruine de ce treillis

Remarque: Ce treillis a déjà été étudié par l'analyse incrémentale au chapitre 1, on avait trouvé Fr=2.25 Np

On divise le système en 2 sous systèmes : ISO + Auto



ISO



AUTO

Ecrivons les équation

$$\begin{Bmatrix} -0.6N_1 + 0.8N_3 = 0 \Rightarrow N_3 = 0.6F \\ 0.8N_1 + 0.6N_3 = F \Rightarrow N_1 = 0.8F \end{Bmatrix}$$

ISO

$$\begin{cases} -0.6\tau_1 + 0.8\tau_3 = 0 \\ 0.8\tau_1 + \tau_2 + 0.6\tau_3 = 0 \end{cases}$$

AUTO

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{Bmatrix}^{Total} = \begin{Bmatrix} 0.8F \\ 0 \\ 0.6F \end{Bmatrix}^{Iso} + \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{Bmatrix}^{Auto}$$

On se met à la rupture, cad Ni=Np

Question: quelles sont les barres qui vont se plastifier ?

On sait que le système est Hyper degré 1 donc deux barres (N+1) vont se plastifier, mais lesquelles ??

Remarque

- Contrairement à l'analyse incrémentale, ou on traite barre après barre , ici on traite le système en une seule fois .
- Donc comment faire pour désigner les deux barres qui vont se plastifier ?

Trois possibilités (1,2) ou (2,3) ou (1,3)
Traitons chaque cas séparé

1er Cas (1,2)

- On suppose que les barres 1 et 2 vont se plastifier Cas (1,2), on aura les équations

$$\begin{Bmatrix} N_p \\ N_p \\ \\ \end{Bmatrix}^{Total} = \begin{Bmatrix} 0.8F \\ 0 \\ \\ \end{Bmatrix}^{Iso} + \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \\ \end{Bmatrix}^{Auto} \qquad \begin{cases} -0.6\tau_1 + 0.8\tau_3 = 0 \\ 0.8\tau_1 + \tau_2 + 0.6\tau_3 = 0 \Rightarrow \tau_1 = -0.8\tau_2 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_p = 0.8F + \tau_1 \\ N_p = \tau_2 \end{cases} \Rightarrow Np = 0.8F - 0.8N_p \Rightarrow F^r = 2.25N_p$$

C’est la solution qu’on avait trouvé par l’analyse incrémentale

A priori, on ne sait pas que ce sont les deux barres (1,2) qui se plastifient, donc on doit tester les autres combinaisons

$2^{ème}$ Cas (1,3)

$$\begin{cases} -0.6N_1 + 0.8N_3 = 0 \Rightarrow N_3 = 0.6F \\ 0.8N_1 + 0.6N_3 = F \Rightarrow N_1 = 0.8F \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_1 = N_p = 0.8F + \tau_1 \\ N_3 = N_p = 0.6F + \tau_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0.6\tau_1 + 0.8\tau_3 = 0 \\ 0.8\tau_1 + \tau_2 + 0.6\tau_3 = 0 \\ \end{cases} \Rightarrow \tau_1 = 0.8/0.6\tau_3$$

Après résolution on trouve que Np=0, ce qui est impossible, donc ce système ne peut pas se produire, il est statiquement inadmissible

$3^{\text{ème}}$ Cas (2,3)

$$\begin{cases} -0.6N_1 + 0.8N_3 = 0 \Rightarrow N_3 = 0.6F \\ 0.8N_1 + 0.6N_3 = F \Rightarrow N_1 = 0.8F \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0.6\tau_1 + 0.8\tau_3 = 0 \\ 0.8\tau_1 + \tau_2 + 0.6\tau_3 = 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_p = \tau_2 \\ N_p = 0.6F + \tau_3 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} -0.6\tau_1 + 0.8\tau_3 = 0 \\ 0.8\tau_1 + \tau_2 + 0.6\tau_3 = 0 \\ \end{cases}\right\} \Rightarrow \tau_3 = -0.6\tau_2$$

$$\begin{cases} N_p = \tau_2 \\ N_p = 0.6F - 0.6\tau_2 \end{cases} \Rightarrow F = 2.66N_p$$

Ce système paraît logique !!! Mais on va voir qu il est inadmissible !!

Cas (2,3)

- Le système hyperstatique est de degré 1, donc 2 barres se plastifient (pas plus), la troisième barre doit rester élastique
- Pour le cas (2,3) N2=Np et N3=Np, donc la première barre doit rester élastique (N1 < Np)

$$N_1 = 0.8F + \tau_1 \qquad \tau_1 = -0.8\tau_2 = -0.8N_p$$

$$N_1 = 0.8*(2.66N_p) - 0.8N_p = 1.33N_p \text{ !!!!!!!!!}$$

- Le cas (2,3) ne peut pas se produire car pour que les deux barres (2,3) se plastifient, elles entrainent obligatoirement la plastification de la première barres ($N1=1.33Np >Np$), or le système est hyper degré 1, après plastification de deux barres, il devient hypostatique et ne permet pas à la barre restante de se plastifier
- On dit que le cas (2,3) est statiquement inadmissible

- Donc, La ruine est causée par la palstification des barres 1,2 avec Fr=2.25Np
- Si on veut vérifier que la 3ème barre reste élastique , on aura

$$N_3 = 0.6F + \tau_3 = 0.6(2.25N_p) + (-0.6 * \tau_2) = 1.35N_p - 0.6N_p = 0.75N_p \prec Np$$

- Donc le système est statiquement admissible

- C'est la même valeur qu'on avait trouvée avec l'analyse incrémentale