Université Abou Bakr Belkaid

Département d'Agronomie

Master (I) PV (2019-2020)

Choisir entre les lois Z et T

[1]

Calcul de la statistique de test :

En utilisant les données de l'échantillon et la moyenne de la population sous la validité de l'hypothèse nulle :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

et on peut calculer une valeur dite (statistique de test) ou valeur calculée qui est déterminée selon que la variance de la population est connue ou non connue comme l'indique le tableau suivant :

Variance de la population σ^2	Statistique de test (valeur calculée)	Taille de l'échantillon
connue	$Z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	peut importe
inconnue	$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	si $n \leq 30$
inconnue	$Z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$	si $n > 30$

Application 0.0.1. *Dans l'une des sociétés productrices de jus d'orange de volume 1 litre. Parmis les missions du directeur de contrôle de la production est d'arreter la production pour calibrer les machines une fois le volume est significativement différent d'un (1) litre. Pour cela, un échantillon de 16 flacons a été prélevé d'une façon aléatoire, le volume moyen est de $\bar{x} = 0,91l$ avec un écart type de $s = 0,15$ Sachant que la quantité de jus suit une loi normale, le directeur arrête- t-il la production ? s'il peut supporter une erreur de première espèce de probabilité $\alpha = 0,05$*

Solution 1. *Les données sont :*

$$\alpha = 0,05; s = 0,15; \bar{x} = 0,91; n = 16; \mu_0 = 1$$

1. D^r *A.BOUKENKOUL*

1. *Formulation des hypothèses*
   Hupothèse nulle : *la machine ne necessite pas de calibrage*
   $$H_0 : \mu = 1$$
   Hupothèse alternative : *la machine necessite un calibrage*
   $$H_1 : \mu \neq 1$$
2. *Niveau de significativité :* $\alpha = 0,05$.*Puisque* σ^2 *est inconnue,* $n < 30$ *on utilise la loi t de Student*
   avec un degré de liberté d.d.l, $\nu = n - 1 = 15$ *et on a un test bilatéral avec les valeurs critiques* $t = \mp 2,131$
3. *Statistique de test :*
   $$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$
   $$t = \frac{0,91 - 1}{\frac{0,15}{\sqrt{16}}} = -2,4$$
4. *Prise de décision : Piusque la valeur calculée* $t = -2,131$ *tombe dans la région de rejet de* H_0 *alors le directeur doit arreter la production en vu de calibrer ses machines avec une erreur de première espèce*
   $\alpha = 0,05$

Application 0.0.2. *Un médecin prétend qu'un effet secondaire de diminution de la tension artérielle au dessus de*75 *et du à l'utilisation d'une plante médicinale. Un échantillon aléatoire de* 49 *malades a été prélevé, la mesure de la tension artérielle après l'utilisation de cette plante donne une moyenne de* $\bar{x} = 65,5$ *avec un écart type de* $s = 6,4$ *Avec un niveau de significativité* $\alpha = 0,05$ *êtes vous d'accord avec l'avis du médecin ?*

Solution 2. *Les données sont :*

$$\alpha = 0,05; s = 6,4; \bar{x} = 65,5; n = 49; \mu_0 = 75$$

1. *Formulation des hypothèses*
   Hupothèse nulle : *L'utilisation de la plante ne diminue pas la tension arterielle*
   $$H_0 : \mu_0 = 75$$
   Hupothèse alternative : *L'utilisation de la plante diminue la tension arterielle*
   $$H_1 : \mu < 75$$
2. *Niveau de significativité :* $\alpha = 0,05$*.Puisque* σ^2 *est inconnue,* $n > 30$ *on utilise la loi normale*
   et puisque $H_1 : \mu < 75$ *on a un test uniilatéral avec la valeur critique* $z = -4,12$
3. *Statistique de test :*
   $$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$
   $$Z = \frac{65,5 - 75}{\frac{6,4}{\sqrt{49}}} = -4,92$$
4. *Prise de décision : Puisque la valeur calculée* $Z = -4,92$ *tombe dans la région de rejet de* H_0
   donc l'affirmation du medecin est correcte, c'est-à dire l'utilisation de la plante provoque une diminution de la tension artérielle et c'est la raison pour laquelle le malade doit utiliser une autre plante et ceci avec un niveau de significativité de
   $\alpha = 0,05$