مادة: إحصاء حيوي
L_3 AACQ
2020 - 2019

أعمال موجهة

كيفية إختيار التوزيع المناسب

حل نموذجي للتطبيق 1) :-

من بيانات النص يلاحظ مايلي :-

- الإنتاج له توزيع طبيعي
- تباين المجتمع معلوم : $\sigma^2 = 9$
- حجم المجتمع قدر $N = 50$

ولتقدير فترة ثقة 95% لمتوسط الإنتاج اليومي من الحليب للبقرة في المزرعة

نطبق الصيغة : $\bar{x} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}}$

وذلك كمايلي :

- حساب متوسط العينة $\bar{x}$ كمقدر للنقطة لمتوسط الإنتاج من الحليب اليومي في المزرعة :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{21 + 18 + 23 + 26 + 26}{5} = 22,8$$

- حساب الانحراف المعياري $\sigma_{\bar{x}}$:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\frac{50-5}{50-1}} = 1,2857.$$

- القيمة الجدولية :

$1-\alpha = 0,95$; $\alpha = 0,05$; $1-\frac{\alpha}{2} = 0,975$

إذن $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,975} = 1,96$

الحد الأقصى للخطأ المسموح به E :

$$E = z_{0,975} \cdot \overline{\sigma}_{\bar{x}} = (1,96)(1,28857) = 2,519972$$

الحد الأدنى : $Lower = 22,8 - 2,52 = 20,28$

الحد الأعلى : $Upper = 22,8 + 2,52 = 25,32$

بثقة 95 % يقع متوسط إنتاج الحليب اليومي للبقرة في المزرعة μ بين حد أدنى 20,28 وحد أعلى 25,32 ، وبمعنى آخر باحتمال 0,95 يقع متوسط انتاج الحليب اليومي للبقرة في المزرعة μ بين العددين 20,28 ; 25,32 .

$$P(20,28 < \mu < 25,32) = 0,95$$

حل نموذجي للتطبيقة (2) :-

من البيانات المذكورة في نص التطبيقة نلاحظ ما يلي :

- كمية الصودوم تتبع توزيعا طبيعيا تباينه σ^2 غير معلوم .
- حجم المجتمع غير محدد .

إذن

- التقدير غير المتحيز لتباين المجتمع هو تباين العينة وحسب كما يلي :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

$n = 17$

$$\sum_{i=1}^{17} x_i = 12,9 + 13,2 + \cdots + 12,3 = 211,5.$$

$$\sum_{i=1}^{17} x_i^2 = (12,9)^2 + (13,2)^2 + \cdots + (12,3)^2 = 2634,19.$$

$$S^2 = \frac{2634,19 - \frac{(211,5)^2}{17}}{16} = 0,1801$$

- الخطأ المعياري لمتوسط العينة حسب كما يلي :

$$\frac{S}{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad ; \quad S = \sqrt{S^2}$$

$$= \sqrt{0,1801}$$

$$= 0,4244$$

$$\frac{S}{\bar{x}} = \frac{0,4244}{\sqrt{17}} = 0,1021$$

- لتقدير فترة ثقة 90٪ لمتوسط كمية الهرديم الضائعة لعجوة العصير نطبق العلاقة :

$$\bar{x} \mp E = \bar{x} \mp t_{(n-1\,;\,(1-\frac{\alpha}{2}))} \cdot \frac{S}{\bar{x}}$$

- متوسط كمية الهرديم الضائعة في العينة هو : $\bar{x} = \frac{211,5}{17} = 12,44$

- الخطأ المعياري هو : $S_{\bar{x}} = 0,1029$.

- توزيع المعاينة المستخدم هو توزيع t بدرجات حرية $\nu = n - 1 = 16$ ، ولذا نستخدم جدول التائية t في الحصول على القيمة الجدولية

$$t_{n-1\,;\,1-\frac{\alpha}{2}}$$

عند مستوى ثقة 90٪ أي عندما يكون $1-\alpha = 0,90$ ونتبع ما يلي :

$$1-\alpha = 0,90 \quad ; \quad \alpha = 0,10 \quad ; \quad 1-\frac{\alpha}{2} = 0,95$$

ومن الجدول نقرأ :

$$t_{n-1\,;\,1-\frac{\alpha}{2}} = t_{16\,;\,0,95} = 1,746$$

- الحد الأقصى للخطأ المسموح به E :

$$E = t_{16\,;\,0,95} \cdot \frac{S}{\bar{x}} = (1,746)(0,1029) = 0,1797$$

- حدّي الثقة هما :

$$\bar{x} \mp E = 12,44 \mp 0,1797$$

الحد الأدنى : $Lower = 12,44 - 0,1797 = 12,2603$

الحد الأعلى : $Upper = 12,44 + 0,1797 = 12,6197$

بثقة 95٪ يتراوح متوسط كمية الصوديوم المضافة لحبوة العصير في الشركة μ بين حد أدنى 12,3 ملغ وحد أعلى 12,7 ملغ، أي أن:

$$P(12,3 < \mu < 12,7) = 0,90$$

انتهى