

Considérons l'équation

$$(1) \quad \dot{x} = Ax + g(x) \quad x \in \mathbb{R}^n$$

avec $\lim_{\|x\| \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\|x\|} = 0$, $g(0) = 0$

On suppose que la matrice A n'admet pas de valeurs propres λ_p avec $\operatorname{Re} \lambda_p = 0$.

Théorème 1. Dans un voisinage de $x=0$, (1) admet une variété stable W_s et une variété instable W_u .

Exemples. Soit le système

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x} = -x \\ \dot{y} = 1 - x^2 - y^2 \end{cases}$$

Dire pourquoi (2) admet une variété stable W_s et une variété instable W_u au voisinage de $(0, -1)$.

Indications: on écrit le système sous la forme (1) au voisinage du pt $(0, -1)$.

Ensuite, il faut vérifier les hypothèses du th. 1.