Série de TD N° 6

CHANGEMENT DE PHASE DES CORPS PURS

Exercice 1

Dans un récipient parfaitement calorifugé contenant une masse M = 1 kg d'eau à θ_1 = 20°c, on place un bloc de glace, à θ_0 = 0 °c de masse m = 500 g. Déterminer :

1- La composition et la température du mélange à l'équilibre.
2- La variation d'entropie de la masse d'eau :
   a- Initialement à l'état liquide   b- Initialement à l'état solide

La transformation est-elle réversible ?

On donne : chaleur massique de l'eau : $c_l = 4.2\ kJ.kg^{-1}dg^{-1}$; chaleur latente de fusion est $L_f = 336\ kJ.kg^{-1}$

Exercice 2

Un calorimètre thermiquement isolé et de capacité thermique négligeable contient une masse m_1 = 1 kg d'eau liquide, initialement à la température $\theta_1 > \theta_0 = 0$. Une masse m_2 = 1 kg de glace, initialement à la température $\theta_2 = -20°C$ est ajoutée dans le calorimètre.

Calculer la température minimale θ_{1min} de la masse m_1 d'eau liquide pour laquelle, à l'équilibre, toute l'eau est sous forme liquide.

On donne : Chaleur latente de fusion de la glace à 0°C : $L_f = 334\ kJ.kg^{-1}$. Chaleurs spécifiques de l'eau liquide et de la glace sont respectivement :

$C_0 = 4.18\ kJ.kg^{-1}.K-1$ et $Cg = 2.09\ kJ.kg^{-1}.K-1$.

Exercice 3

On introduit un glaçon de masse m_1=20 g, initialement à une température θ_1=-19°C, dans un récipient calorifugé rempli de 250 ml d'eau à 25°C. à l'aide d'un thermomètre on mesure la température finale d'équilibre : θ_f = 16.5°C

1°/ Ecrire l'équation de conservation de la quantité de chaleur et déduire la chaleur latente L_f de fusion de la glace

2°/ On effectue la même expérience, mais on introduit un glaçon de 150 g,

a- Déterminer la composition du mélange et la température finale à l'équilibre.
b- Calculer la variation totale d'entropie. La transformation est-elle réversible ?

On donne : les chaleurs massique de l'eau liquide et de la glace :$C_0 = 4.18\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ et $C_g = 2.1\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

3°/ connaissant la chaleur latente de fusion de la glace et les masses volumique de l'eau liquide et de la glace (à 0°C et sous 1 atm) : L_f=334 kJ.kg^{-1} ; ρ_l=1 g/cm^3 et ρ_s=0.92 g/cm^3 , déduire la pente $\left(\frac{dP}{dT}\right)$ de la courbe de fusion de la glace. Justifier le signe négatif de cette pente.

Exercice 4

Un cylindre aux parois diathermanes (laisse passer la chaleur) est plongé dans un bain eau-glace à la température θ_1= 0°C. Ce cylindre contient une mole d'un gaz parfait diatomique, initialement à la pression P_1 =3 bar. On réalise une détente réversible du gaz jusqu'à ce que la pression soit P_2= 1 bar.

1. Calculer la chaleur échangée par le gaz.
2. En déduire la mase mg de glace formée dans le bain eau-glace.

On donne : Chaleur latente de fusion de la glace à 0°C : L_f = 334 kJ.kg^{-1}.

Exercice 5

Une masse m_1= 825 g de glace à 0°C est mise en contact avec une masse m_2 = 166 g de vapeur d'eau à 100 °C, tout en restant à pression constante P_0= 1 atm. On néglige les échanges thermiques avec l'extérieur.

1°/ sachant sue l'état final du mélange est sous forme liquide, déterminer la température d'équilibre.

2°/ Calculer la variation d'entropie du mélange.

On donne : chaleur latente de fusion de la glace à 0°C L_f=333 J.g^{-1}.
chaleur latente de vaporisation de l'eau à 100 °C L_v=2250 J.g^{-1}.
chaleur spécifique de l'eau liquide : C_0= 4.18 J.g^{-1}.K^{-1}.

Solutions :

Exercice 1

Eau liquide : M = 1 kg à θ_1 = 20°c,

bloc de glace : m = 500 g à θ_0 = 0 °c

1°/ La composition et la température du mélange à l'équilibre.

On suppose que la température d'équilibre est : θ_0 = 0 °c

On peut écrire : $Mc_0(\theta_0 - \theta_1) + m_x L_f = 0$ (mx mase de glace fondue)

AN : $4.18 \times 10^3 (-20) + m_x 336 \times 10^3 = 0 \Rightarrow mx = \dfrac{83.6}{336} = 249g$

2°/ La variation d'entropie de la masse d'eau :

a- Initialement à l'état liquide

$$\Delta S_1 = Mc_0 \ln \frac{T_0}{T_1} = 4.18 \times 10^3 \ln \frac{273}{293} = \text{-295.53J.dg}^{-1}$$

b- Initialement à l'état solide

$$\Delta S_2 = \frac{m_x L_f}{T_0} = \frac{246 \times 336}{273} = \text{306.5J.dg}^{-1}$$

$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \text{-295.53+306.5=10.97J.dg}^{-1}$ La transformation est donc irréversible

Exercice 2

1. La chaleur Qf échangée sur une durée Δt = 5 min par la machine avec la source froide, en supposant que sa température reste égale a t0 = 0°C.

L'efficacité d'une machine frigo est donnée par :

$$e = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{-Q_1 - Q_2} = \left(-\frac{Q_1}{Q_2} - 1 \right)^{-1}$$

Si la machine fonctionne d'une manière réversible : $e = \left(\dfrac{T_1}{T_2} - 1 \right)^{-1} = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$

Or $Q_2 = W.e$ avec $Q_2 = W = P.\Delta t$

D'où $Q_2 = P.\Delta t.\dfrac{T_2}{T_1 - T_2} = 10^3 \; 5 \; 60 \dfrac{273}{20} = 4.10^3 J$

2. la masse mg de glace formée en Δt = 5 min par la machine :

$$Q_2 = m_g L_f = 4.10^3 J \Leftrightarrow m_g = \frac{4.10^3}{334} = 12g$$

Exercice 3

Glaçon : m_1=20 g, à θ_1=-19°C

eau liquide :m2 = 250 g à θ_2=25°C. (masse volumique : ρ_l = 1 g/ml)

température finale d'équilibre : θ_f = 16.5°C

1°/ l'équation de conservation de la quantité de chaleur : Q1 + Q2 = 0

Avec : $Q_1 = m_1 c_g(\theta_0 - \theta_1) + m_1 L_f + m_1 c_0(\theta_f - \theta_0)$ avec θ1 = 0°C : température de la fusion de la glace

et $Q_2 = m_2 c_0(\theta_f - \theta_2)$

l'équation de conservation de la quantité de chaleur :

$$m_1 c_g(\theta_0 - \theta_1) + m_1 L_f + m_1 c_0(\theta_f - \theta_0) + m_2 c_0(\theta_f - \theta_2) = 0$$

AN : $20\ 2.1(0\ +19) + 20L_f + 20\ 4.18(16.5-0) + 250\ 4.18(16.5-25) = 0$ d'où $L_f = 335J/g$

2°/ On effectue la même expérience, avec m_1 = 150 g de glace.

a- Supposons que la température finale est égale à : $\theta_f = \theta_0$= 0°C et comparons Q_1 et Q_2 :

$$Q_1 = m_1 c_g(\theta_0 - \theta_1) + m_1 L_f = 150\ 2.1(0+19) + 150\ 335 = 56235J$$

$$Q_2 = m_2 c_0(\theta_f - \theta_2) = 250\ 4.18(0-25) = -26125$$

On remarque que $Q_1 > Q_2$ donc la fusion de la glace n'est pas totale ce qui confirme le choix de que la température finale. Soit mx la masse de la glace qui a fondu,

l'équation de conservation de la quantité de chaleur s'écrit alors :

$$m_1 c_g(\theta_0 - \theta_1) + m_x L_f + m_2 c_0(\theta_f - \theta_2) = 0$$

AN : $150\ 2.1(19) + m_x 335 + 250\ 4.18(0-25) = 0 \Rightarrow m_x = \dfrac{26125-5985}{335} = 60.12g$

Variation totale d'entropie : $\Delta S = m_1 c_g \ln\left(\dfrac{T_0}{T_1}\right) + \dfrac{m_x L_f}{T_0} + m_2 c_0 \ln\left(\dfrac{T_0}{T_2}\right)$

AN : $\Delta S = 150\ 2.1 \ln\left(\dfrac{273}{254}\right) + \dfrac{60.12\ 335}{273} + 250\ 4.18 \ln\left(\dfrac{273}{298}\right) = 22.72 + 73.77 - 91.56 = 4.93J.K^{-1}$

ΔS est positive, La transformation est irréversible

3°/ Pour calculer $\left(\dfrac{dP}{dT}\right)$ on utilise la relation de Clapeyron :

$$L_f = T\left(\frac{dP}{dT}\right)(u_l - u_s) \Rightarrow \left(\frac{dP}{dT}\right) = \frac{L_f}{T(u_l - u_s)}$$

Avec : $u_l = \dfrac{1}{\rho_l} = 10^{-3} m3/kg$ et $u_s = \dfrac{1}{\rho_s} = \dfrac{1}{0.92} 10^{-3} m3/kg = 1.087.10^{-3} m3/kg$

AN : $\left(\dfrac{dP}{dT}\right) = \dfrac{334.10^{+3}}{273(1-1.087)10^{+3}} = -14.062565\ Pa/K = -138\ atm/K$

Cette pente est négative parce que la glace est moins dense que l'eau liquide ($u_l \prec u_s$)

Exercice 4

1) Au cours de la détente isotherme, le gaz absorbe une quantité de chaleur égale à :

$$Q_1 = -W_1 = \int_{V_1}^{V_2} PdV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = -RT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \succ 0$$

2) Cette quantité est cédée par l'eau qui est sur le point de se congeler. Pour calculer la mase m_g de glace formée, il faut écrire l'équation calorimétrique :

$Q_1+Q_2=0$

Avec $Q2= -m_g L_f$

$$RT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) - m_g L_f \succ 0 \Leftrightarrow m_g = \frac{RT}{L_f} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

On donne : Chaleur latente de fusion de la glace à 0°C : L_f = 334 kJ.kg^{-1}.

AN : $m_g = \dfrac{8.32 \ \ 273}{334} \ln 3 = 7.47g$

Exercice 5

masse m_1= 825 g de glace à θ_1= 0°C + masse m_2 = 166 g de vapeur d'eau à θ_2=100 °C, à pression constante P_0= 1 atm.

1°/ l'état final du mélange est sous forme liquide, calculons la température d'équilibre.

L'équation de conservation de la quantité de chaleur :

$$m_1 L_f + m_1 c_0 (\theta_f - \theta_1) - m_2 L_v + m_2 c_0 (\theta_f - \theta_2) = 0$$

D'où : $\theta_f = \dfrac{m_2 L_v - m_1 L_f + m_1 c_0 \theta_1 + m_2 c_0 \theta_2}{m_1 c_0 + m_2 c_0}$

AN : $\theta_f = \dfrac{166 \times 2250 - 825 \times 334 + 166 \times 4.18 \times 100}{(166+825)4.18} = 40.39°C$

2°/ variation d'entropie du mélange.

$$\Delta S = \frac{m_1 L_f}{T_1} + m_1 c_0 \ln \frac{T_f}{T_1} - \frac{m_2 L_v}{T_2} + m_2 c_0 \ln \frac{T_f}{T_2}$$

$$\Delta S = \frac{825 \times 334}{273} + 825 \times 4.18 \ln \frac{313.39}{273} - \frac{166 \times 2250}{373_1} + 166 \times 4.18 \ln \frac{313.39}{373}$$

$$\Delta S = 1009.34 + 475.81 - 1001.34 - 120.82 = 333 J.dg^{-1}$$