

On se pose les questions suivantes

Q1: Quelles fonctions ont une transformée de Fourier?

Q2: La transformée de Fourier est-elle inversible?

Q3: Comment se correspondent les propriétés de f et de \hat{f} ?

Pour le moment, on étudie Q3.

$$f1) \mathcal{F}(af + bg) = a\mathcal{F}(f) + b\mathcal{F}(g), \text{ linéarité.}$$

$f, g \in L^1(\mathbb{R}), a, b \in \mathbb{R}.$

$$f2) \mathcal{F}(f') = i\omega \mathcal{F}(f), \quad f, f' \in L^1(\mathbb{R})$$

$$f3) \mathcal{F}(f^{(n)}) = (i\omega)^n \mathcal{F}(f), \quad f, f', \dots, f^{(n)} \in L^1(\mathbb{R})$$

$$f4) f, x f(x) \in L^1(\mathbb{R}), \text{ alors}$$

$$\mathcal{F}(xf)(\omega) = i \frac{d}{d\omega} \hat{f}(\omega)$$

$$f5) \mathcal{F}(x^n f)(\omega) = i^n \frac{d^n}{d\omega^n} \hat{f}(\omega)$$

Exercices. Démontrer $f1, f2, f3, f4$ et $f5$.