Faculté de technologie
Département GEE
L2 ELN

Z. DEKALI
2019-2020

TP03 Résolution d'un système d'équations par la méthode de GAUSS

Travail requis

Exercice 01 (Système avec matrice diagonale)

Écrire un programme qui résout le système d'équation suivant

$$S(1)=\begin{cases}1x_1+0x_2+0x_3=2\\0x_1+2x_2+0x_3=3\\0x_1+0x_2+1x_3=1\end{cases}$$

Ce système se présente sous la forme d'une matrice triangulaire, la résolution se fait par :

$$S(1)=\begin{cases}1x_1+0x_2+0x_3=2\\0x_1+2x_2+0x_3=3\\0x_1+0x_2+1x_3=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=2\\x_2=\dfrac{3}{2}\\x_3=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Donc, nous concluons que la résolution de ce type se fait par la méthode suivante :

$$S(1)=\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2-a_{13}x_3=b_1\\a_{21}x_1+a_{22}x_2-a_{23}x_3=b_2\\a_{11}x_1+a_{32}y-a_{33}x_3=b_3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{b_1}{a_{11}}\\x_2=\dfrac{b_2}{a_{22}}\\x_3=\dfrac{b_3}{a_{33}}\end{cases}$$

Généralement, lorsque nous avons un système d'équations avec une matrice diagonale, la solution x_i est donnée par la formule suivante :

$$\boxed{x_i=\frac{b_i}{a_{ii}}}$$

Exercice 02 (Système avec matrice triangulaire)

Écrire un programme qui résout le système d'équation suivant :

$$S(2)=\begin{cases}1x_1+2x_2+1x_3=2\\0x_1+2x_2+1x_3=3\\0x_1-0x_2+1x_3=1\end{cases}$$

Ce système se présente sous la forme d'une matrice triangulaire, il est important d'indiquer que dans ce type de système la résolution commence par la récurrence : $x_n, x_{n-1}, \dots, x_1$

$$S(2)=\begin{cases}1x_1+2x_2+1x_3=2\\0x_1+2x_2+1x_3=3\\0x_1-0x_2+1x_3=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_3=\dfrac{1}{1}\\x_2=\dfrac{(3-1x_3)}{2}\\x_1=\dfrac{(2-2x_2-1x_3)}{1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_3=1\\x_2=1\\x_1=-1\end{cases}$$

Donc, nous concluons que la résolution de ce type se fait par la méthode suivante :

$$S(1)=\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2\\a_{11}x_1-a_{32}y+a_{33}x_3=b_3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_3=\dfrac{b_3}{a_{33}}\\x_2=\dfrac{(b_2-a_{23}x_3)}{a_{22}}\\x_1=\dfrac{(b_1-a_{12}x_2-a_{13}x_3)}{a_{11}}\end{cases}$$

Généralement, lorsque nous avons un système d'équations avec une matrice triangulaire, la solution x_{ii} est donnée par la formule suivante :

$$\boxed{x_{ii}=\frac{1}{a_{ii}}[b_i-\sum_{j=i+1}^{n}a_{ij}a_j]}$$

Exercice 03 (Système quelconque)

Écrire un programme qui résout le système d'équation suivant :

$$S(2)=\begin{cases}1x_1-1x_2+2x_3=5\\2x_1+2x_2+1x_3=10\\02-3x_2-2x_3=10\end{cases}$$