

**Problème d'optimisation sous plusieurs contraintes
d'égalités**

Exercice 1 Résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\text{opt } f(x, y, z) = z$$

$$\text{s. c. } g_1(x, y, z) = x + y + z - 12 = 0$$

$$g_2(x, y, z) = x^2 + y^2 - z = 0$$

Exercice 2 Considérons le problème d'optimisation suivant :

$$\text{opt } f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\text{s. c. } g_1(x, y, z) = x + 2y + z = 1$$

$$g_2(x, y, z) = 2x - y - 3z = 4$$

- La fonction f est-elle convexe ? Les contraintes sont-elles affines ?
- Résoudre le problème.
- La (les) solution(s) trouvée(s) est (sont)-elle(s) globale(s) ?

Exercice 3

Trouver le point le plus proche au point d'origine dans R^3 et qui appartient aux deux plans $3x + y + z = 5$ et $x + y + z = 1$

Exercice 4

- 1- Optimiser $x + y + z^2$ sous contraintes : $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ et $y = 0$.
- 2- Optimiser $yz + xz$ sous contraintes : $y^2 + z^2 = 1$ et $xz = 3$.

Exercice 5

- 1- Optimiser $x^2 + y^2 + z^2$ sous contrainte : $2x - y + 3z = -28$.
- 2- Optimiser $2x + 4y + 4z$ sous contrainte : $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
- 3- Optimiser $4 - x^2 - y^2$ sous contrainte : $y - x^2 + 1 = 0$.
- 4- Trouver le point, de l'ellipse $x^2 + xy + y^2 = 3$, le plus proche au point d'origine
- 5- Trouver le point, du parabole $y = x^2$, le plus proche au point (2,1).