Ondes Electromagnétiques dans les plasmas

Plasma (Master 1), 2019

Résumé

D'une manière générale, on considère qu'un plasma est un milieu matériel dont les particules qui le composent tendent à interagir avec les photons (lumière : OEM). L'OEM se caractérise par les champs électrique (E) et magnétique (B) telle que leur dépendance et leurs propagations dans le milieu matériel s'expriment selon les quatre équations de Maxwell bien connues.

Je vous présente du nouveau tout en évoquant des hypothèses nouvelles.

Les particules du plasma sous l'action du champ électrique d'une OEM de polarisation donnée (transverse électrique ou transverse magnétique), influencées, effectuent en conséquence un mouvement oscillatoire. A titre d'exemple, supposons l'expression du champ est de la forme :

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E_0}\exp\left(-iwt\right)$$

Les électrons seront ainsi soumis de la part des ions à une force de rappel. Cette situation ressemble au cas d'un ressort (oscillateur mécanique) sous l'action d'une force (poids d'une masse attachée à l'extrémité du bas), il se crée une force de rappel qui oscillera le ressort vers le haut).

a) Ecrire la force de rappel notée F exercée entre les électrons et les ions du plasma?

Réponse :

$F = -mw_o^2\, r$

m : masse des électrons

Pourquoi on n'a pas pris la masse des ions ?

w_0 : fréquence angulaire d'oscillation des électrons sous l'effet du champ de l'onde

r: est le vecteur position de l'électron par rapport aux ions

b) Cherchons à exprimer le mode de dispersion de l'onde dans le plasma ?

Réponses :

Pour savoir comment une onde intéragie dans un plasma, on a d'écrire le mouvement des électrons qui se détermine par l'application de la deuxième loi fondamentale de la dynamique (2eme Loi de Newton) exprimée par :

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = -mw_0^2 r - eE_0\exp\left(-iwt\right)$$

Hypothèse : Considérons que les électrons tendent à osciller dans l'espace dans un régime forcé sous l'action de E. Cette hypothèse est légitime de façon que le vecteur position, noté r de chaque électron aura la même forme que celle du champ de l'onde. Soit

$$r = r_0 \exp\,(-iwt)$$

r_0 : de nature réelle ou complexe, est la position d'équilibre d'oscillation de l'électron

En portant l'expression de r dans l'équation du mouvement, on obtient :

$$r_0 = \frac{e\,E_0}{m(w^2 - w_0^2)}$$

En effectuant un calcul complémentaire, nous arrivons à écrire la vitesse acquise par les électrons du plasma

$$v = \frac{dr}{dt} = -iwr$$

De plus, la présence de E dans le plasma tend à y créer une densité de courant j donnée selon loi d'Ohm par

$$j = n(-e)v = i\frac{ne^2 w}{m(w^2 - w_0^2)}E$$

Une telle densité de courant propre dans le plasma équivaut à la conductivité :

$$\sigma = i\frac{ne^2 w}{m(w^2 - w_0^2)}$$

Pourquoi cette équation ?

Faisons intervenir l'expression de la fréquence plasma :

$$w_p^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}$$

La conductivité devient :

$$\sigma = i\frac{ne^2 w}{m(w^2 - w_0^2)} = i\frac{\varepsilon_0 w_p^2 w}{(w^2 - w_0^2)}$$

Pour répondre à la question du problème qui concerne le mode de dispersion, on rappelle l'utilisation d'une formule fondamentale pour la permittivité effective du plasma :

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 + i\frac{\sigma}{w}$$

Et le mode de dispersion est donné enfin par l'étude de la relation :

$$k^2 = \varepsilon^* \mu_0 w^2 = \mu_0 \varepsilon_0 w^2 \left[1 - \frac{w_p^2}{w^2 - w_0^2}\right]$$

L'expression de k comme déterminée selon ce calcul théorique (à savoir effectuer tous) se conclue par une discussion mathématique, en envisageant les deux cas limites :

(i) $w < w_0$ et $w > \sqrt{w_0^2 + w_p^2}$

(ii) $w_0 < w < \sqrt{w_0^2 + w_p^2}$

$Faites\ un\ effort\ pour\ les\ faire\ en\ attendant\ la\ séance\ prochaine$