

TD n° 4. Survie

2019-2020.

I. A. Soit T une durée de survie de loi de Weibull $W(a, b)$ de densité

$$f(t) = abt^{a-1}e^{-bt^a}, t \geq 0, a > 0, b > 0.$$

- Calculer sa fonction de survie S et sa fonction de risque h .
- Calculer $E(T)$ et $E(T - t / T > t)$.

II. Soit T une durée de survie de loi $L_{\theta, 2}$ de densité $f(t) = \frac{2\theta t}{(1+\theta t^2)^2}, t \geq 0$,
et C une variable de censure de loi $U_{[0, \theta]}$ où $\theta > 0$.

T et C sont indépendantes. On pose $X = T \wedge C$ et $D = 1_{\{T \leq C\}}$

- Calculer la loi de D et la densité de X .
- Calculer $P(X \leq x, D = 0)$ et $P(X \leq x, D = 1)$.

Les v.a. X et D sont elles indépendantes ?

3. On observe un échantillon $(X_1, D_1), \dots, (X_n, D_n)$ de (X, D) .

Calculer la vraisemblance $L(\theta, (X_1, D_1), \dots, (X_n, D_n)) = L(\theta)$.

4. Donner l'équation que vérifie l'emv $\hat{\theta}_n$ de θ . Peut-on calculer $\hat{\theta}_n$? (justifier)

5. Pour (X_1, D_1) calculer $\hat{\theta}_1$. Peut-on calculer $E(\hat{\theta}_1)$? (justifier)

6. Comparer avec l'emv $\hat{\theta}_1^{nc}$ dans le cas non censuré.

III. A. Nous avons les données de survie suivantes :

4.5, 4.6⁺, 11.5, 11.5, 15.6⁺, 16, 16, 6⁺, 18.5, 18.5, 18.6⁺, 20.3, 20.3, 20.4⁺, 20.7, 22, 26⁺.

Donner un tableau calculant l'estimateur actuarial S_a et l'estimateur \hat{h} de la fonction risque.

B. Nous avons les données de survie (en mois) de 2 groupes de patients :

G1 : 5, 5⁺, 6, 7, 9, 10, 10⁺, 11⁺, 12, 14⁺, 15, 15⁺, 17, 19, 20⁺, 22, 23, 26⁺

G2 : 3, 3, 5⁺, 6, 8, 9, 10, 11⁺, 13, 14, 14⁺, 15⁺, 18, 19, 21⁺, 22, 25, 26⁺

Appliquer le test de LogRank pour tester l'égalité des deux survies :

$H_0: S_1 = S_2$ au niveau $\alpha = 5\%$. Conclure