

Université de Tlemcen
Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique et Electronique (GEE)



COURS 422

THÉORIE DU SIGNAL

Enseignante : HANDOUZI Wahida

wahida.handouzi@gmail.com

2

Organisation du Cours

Déroulement du cours :

- Le cour de TS est constitué de 12 séances cours magistraux de 1h30 constitué de 6 chapitres.

Chapitre I : Généralités sur les signaux

Chapitre II : Analyse de Fourier

Chapitre III : Transformée de Laplace

Chapitre IV : Produit de Convolution

Chapitre V : Corrélation des signaux

Chapitre VI : Echantillonnage et Signaux discrets

Organisation du Cours

Séances de cours et TD :

- Respectez l'horaire des cours et TD.
- Prenez des notes sur vos cahiers à partir des projections.
- Le travail préparatoire d'une séance de TD doit être fait par tous les étudiants du groupe et présenter par un (ou plusieurs) étudiant(s) désigné(s) selon la liste des étudiants. Parallèlement, une ou (plusieurs) copie(s) seront ramassées pour évaluation.
- Un des exercices du test final sera pris dans l'ensemble des exercices des travaux préparatoires.

Organisation du Cours

modalités de contrôle

- Correction du travail préparatoire de TD (10% de la note totale du contrôle continu).
- Micro-tests de 15min seront effectués à la fin de chaque chapitre du programme (20% de la note totale du contrôle continu).
- Présence et participation au cours et TD (20% de la note totale du contrôle continu, 10% présence et 10% participation).
- Contrôle continu de 1h (50 % de la note totale).
- Examen final (100%).

Objective du Cours

- Savoir analyser et modéliser les principaux signaux ;
- Acquérir les notions de base du traitement du signal et des processus aléatoires ;
- Appréhender les différentes approches : fréquentielle et temporelle.
- *Savoir pourquoi on fait quoi !!!*

Chapitre I : Généralités sur les signaux

- I. GÉNÉRALITÉS
- II. CLASSIFICATION DES SIGNAUX
- III. SIGNAUX PARTICULIERS

GÉNÉRALITÉS



- Signal/ Système?
- La théorie du signal?
- Le traitement du signal?

GÉNÉRALITÉS

Signal ?

□ Définition 1

- entité (courant électrique, onde acoustique, onde lumineuse, suite de nombres) engendrée par un phénomène physique et véhiculant une information (musique, parole, son, image, température).

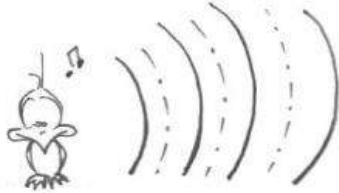
□ Définition 2

- fonction de une ou plusieurs variables indépendantes: $f(x,y,z)$
- En général, il s'agit d'une fonction dont une des variables est de nature **temporelle**.

9

GÉNÉRALITÉS

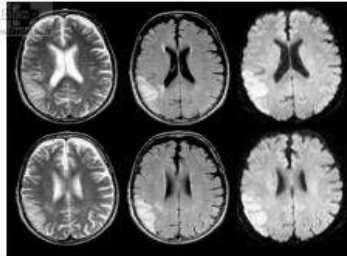
Pression acoustique



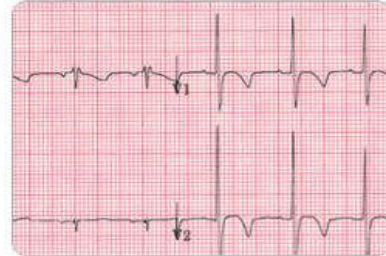
Courant, tension électrique



Champ électromagnétique



Activité bioélectrique



10

GÉNÉRALITÉS

La théorie du signal?

C'est la théorie sur laquelle repose le traitement du signal

Le traitement du signal ?

C'est la discipline qui développe et étudie les techniques de traitement, d'analyse et d'interprétation des signaux afin d'en tirer le maximum d'informations.

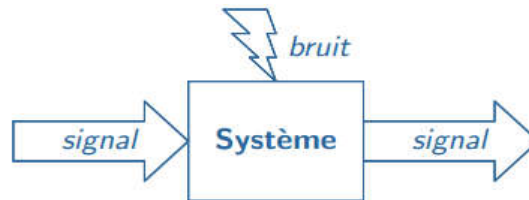
GÉNÉRALITÉS

Systeme ?

Ensemble isolé de dispositifs établissent un lien de cause à effet entre des signaux d'entrée (excitations : commandes, consignes, perturbations) et des signaux de sortie (réponses ou mesures).

Bruit ?

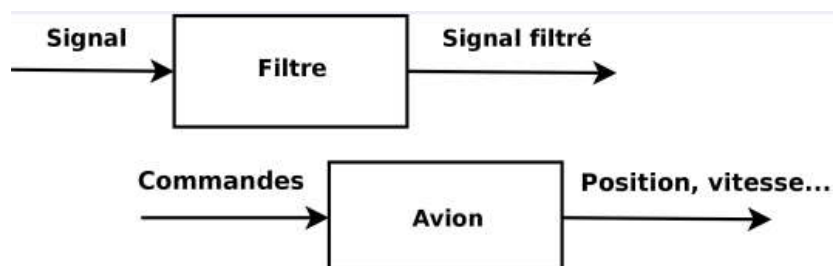
Phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal.



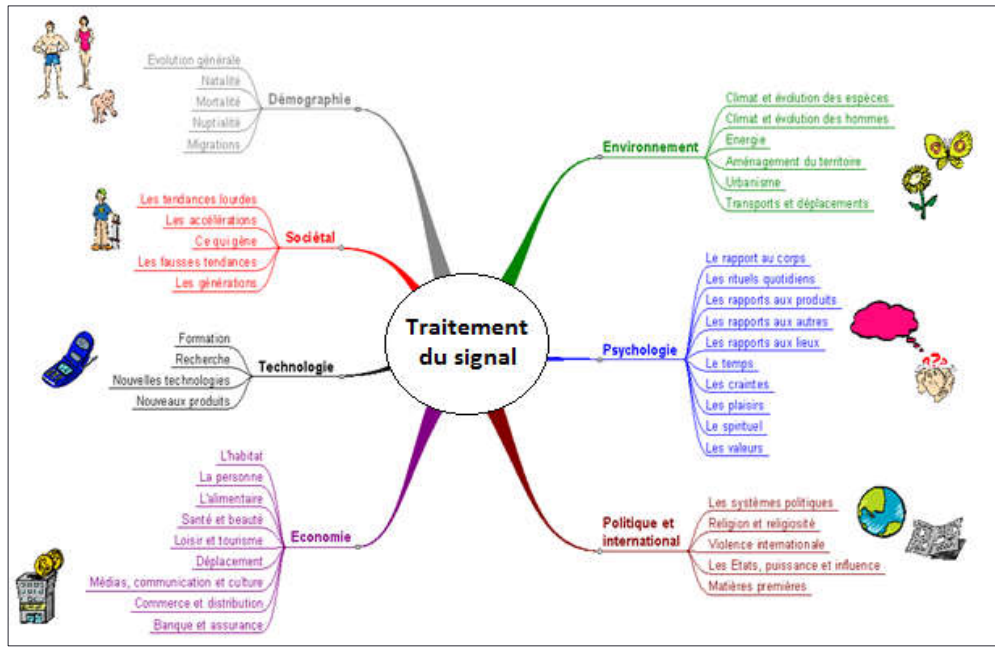
GÉNÉRALITÉS

Systeme: Ensemble organisé de composants dont l'utilité est la réalisation d'une (ou de plusieurs) tâche(s).

- grandeurs agissant sur la tâche ⇒ signaux d'entrée
- grandeurs caractérisant la tâche ⇒ signaux de sortie
- Approche système : caractérisation de la loi Entrée/Sortie



GÉNÉRALITÉS



GÉNÉRALITÉS

Les domaines d'application du TDS sont innombrables :

- Traitement de la parole
- Audionumérique
- Télécommunications
- Biologie et médecine
- Géophysique, géologie, sismique
- Radar et sonar
- Aéronautique, automobile

Mais aussi :

- Zoologie (surveillance de la faune sauvage)
- Cosmologie (Planck)

GÉNÉRALITÉS

En traitement de la parole :

- Reconnaissance de la parole (dictée vocale)
- Synthèse (jeux vidéo et audiovisuel, robots, aide aux personnes handicapées)
- Reconnaissance du locuteur

En audio :

- Compression
- Restauration d'enregistrements
- Composition assistée par ordinateur
- Synthèse sonore
- Captation et rendu audio 3D
- Recherche d'information musicale (MIR)

GÉNÉRALITÉS

En télécommunications :

- Téléphonie mobile
- Communications optiques
- Communications satellitaires

En biologie et en médecine :

- Electrocardiographie, électro-encéphalographie
- Echographie ultrasonore, écho-doppler
- Microscopie, spectroscopie
- Médecine nucléaire

GÉNÉRALITÉS

En géophysique et géologie :

- Prédiction et suivi des tremblements de terre
- Surveillance des océans
- Exploration du sous-sol
- Industrie pétrolière

Industries lourdes :

- Automobile et aéronautique
- Contrôle non destructif
- Surveillance des ouvrages d'art (ponts, immeubles)

GÉNÉRALITÉS

En image (liste non exhaustive)

- Codage, compression, transmission
- Amélioration (super-résolution, débruitage, défloutage)
- Segmentation
- Reconnaissance, classification
- Détection de contours
- Reconnaissance de texture
- Imagerie 3D
- Imagerie hyperspectrale

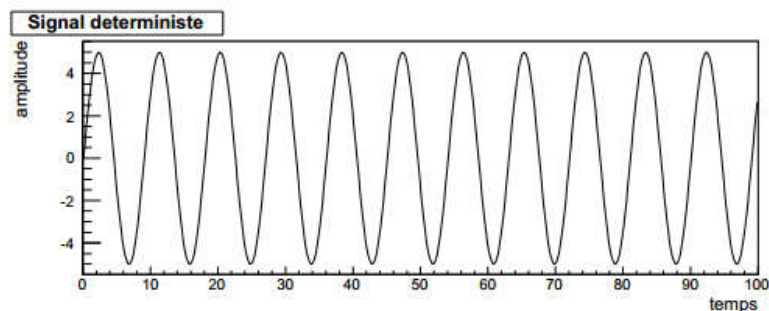
Classification des signaux

- Classification temporelle ou phénoménologique
- Classification morphologique
- Classification fréquentielle ou spectrale
- Classification énergétique

Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

- ❑ Les signaux certains ou déterministes : leur évolutions temporels peuvent être parfaitement d'écrite par des modèles mathématiques.



Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

1. Les signaux certains ou déterministes : **signaux périodiques**

Un signal $s(t)$ est périodique de période T s'il satisfait la relation

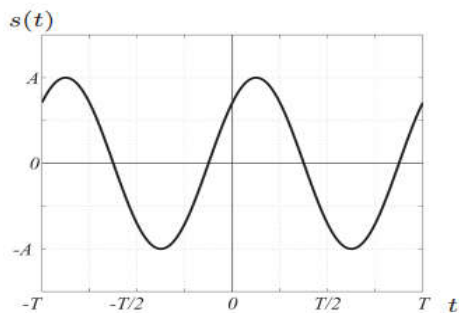
$$s(t) = s(t + T) \text{ pour tout } t \in \mathbb{R}.$$

- les signaux sinusoidaux,
- les signaux pseudo-aléatoires (signal aléatoire qui se répète)
- les signaux périodiques composites (la répétition à l'infini d'un motif).

Classification des signaux

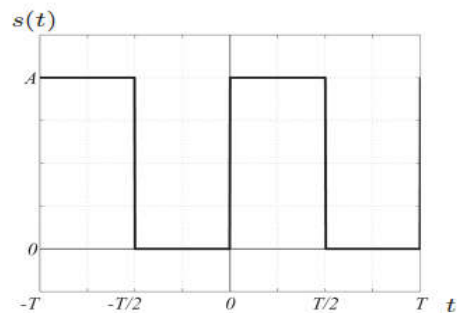
Classification temporelle ou phénoménologique

1. Les signaux certains ou déterministes : **signaux périodiques**



Signal sinusoidale

$$s(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$



Signal rectangulaire

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_{\Pi}(t - kT) \text{ avec } k \in \mathbb{N} \text{ et } s_{\Pi}(t), \text{ un signal porte ou impulsion rectangulaire.}$$

Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

2. Les signaux certains ou déterministes: **signaux non périodiques**

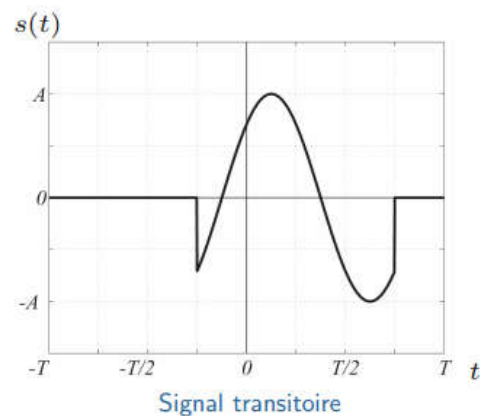
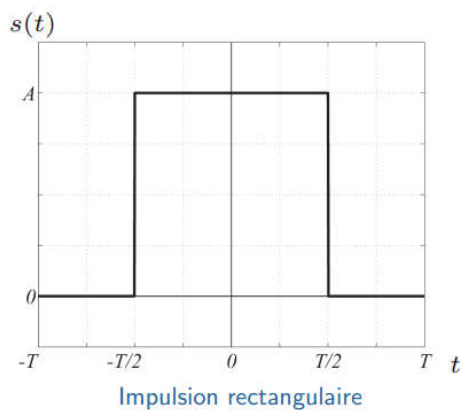
Les signaux qui ne satisfont pas la relation précédente.

- Les signaux quasi-périodiques qui résultent de la somme de signaux sinusoïdaux.
- Les signaux transitoires qui ont une existence éphémère ou qui sont observés sur une durée finie (signaux de durée limitée ou à support borné).

Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

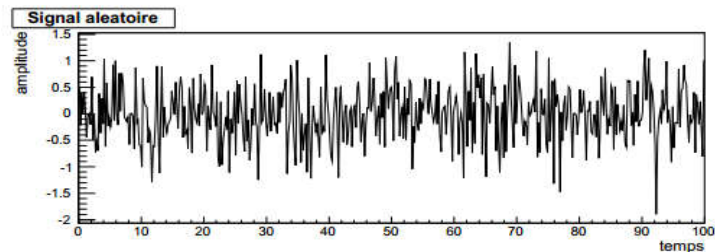
2. Les signaux certains ou déterministes: **signaux non périodiques**



Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

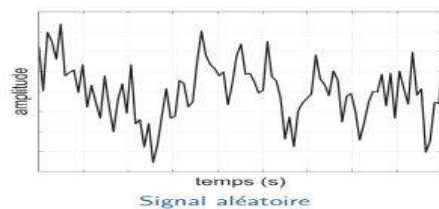
- ❑ Les signaux aléatoires (ou probabilistes) : dont le comportement temporel est imprévisible et dont on ne peut pas prédire la valeur à l'instant t . La description est basée sur leurs propriétés statistiques (moyenne, variance, loi de probabilités...etc.).



Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

- ❑ Les signaux aléatoires (ou probabilistes) :
 - Il existe deux types de signaux aléatoires :
 - les signaux stationnaires (dont les *caractéristiques statistiques sont invariantes dans le temps*)
 - les signaux non stationnaires.

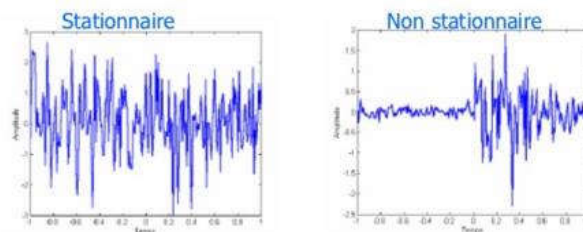


Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

❑ Les signaux aléatoires (ou probabilistes)

Les signaux aléatoires stationnaires sont **ergodiques** s'il est identique de faire une moyenne statistique à un instant donné sur différents essais ou de faire une moyenne temporelle suffisamment longue sur un seul de ces essais.

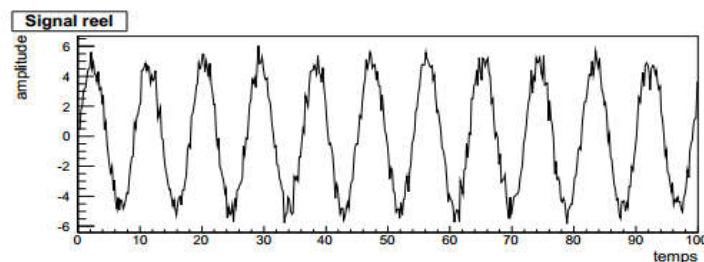


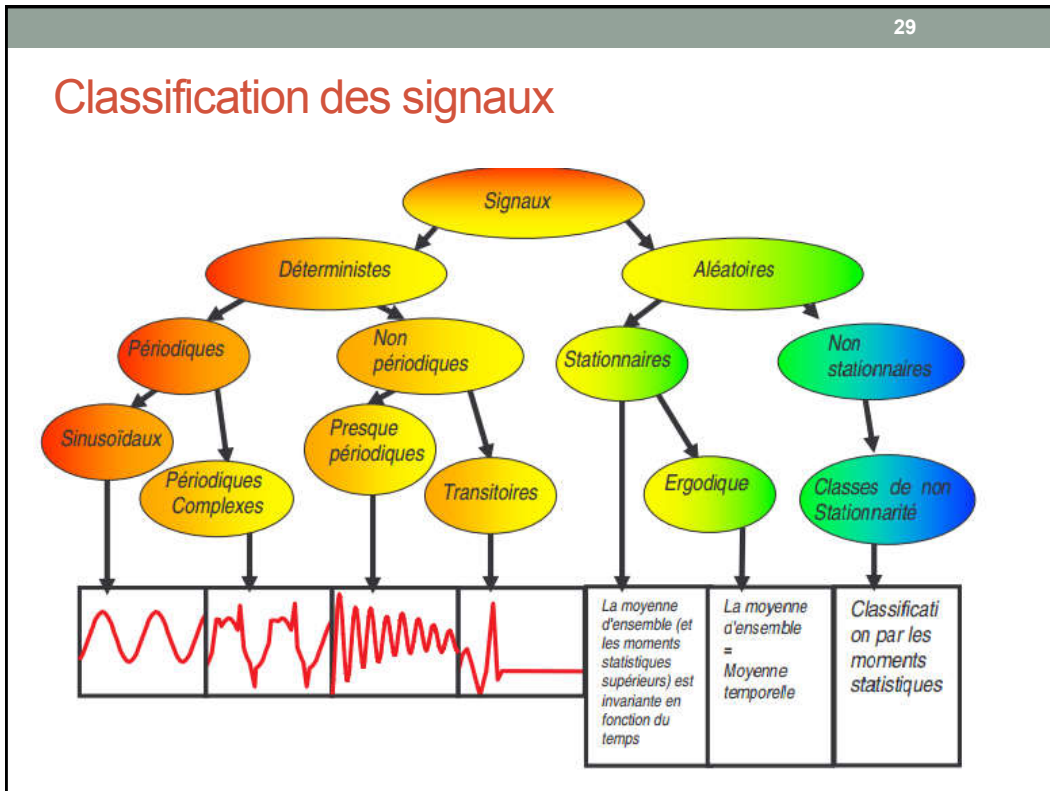
Classification des signaux

Classification temporelle ou phénoménologique

Signal réel : C'est un signal représentant une grandeur physique.

Sa formulation réelle est une fonction réelle. C'est un mélange déterministe et aléatoire (partie déterministe = tendance du signal, partie aléatoire = bruit).





30

Classification des signaux

Classification morphologique

- Signal analogique** : signal à amplitude et à temps continus.
- Signal quantifié** : signal à amplitude discrète et temps continu (virtuel).

amplitude

temps (s)

Signal analogique

amplitude

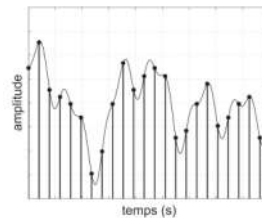
temps (s)

Signal quantifié

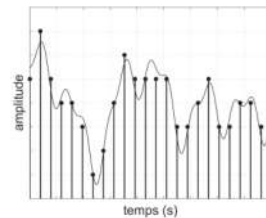
Classification des signaux

Classification morphologique

- **Signal discret** : signal à amplitude continue et à temps discret, les valeurs du signal sont disponibles uniquement à certains instants.
- **Signal numérique ou digital** : signal à amplitude et à temps discrets (c'est un signal échantillonné dont les valeurs sont codées).



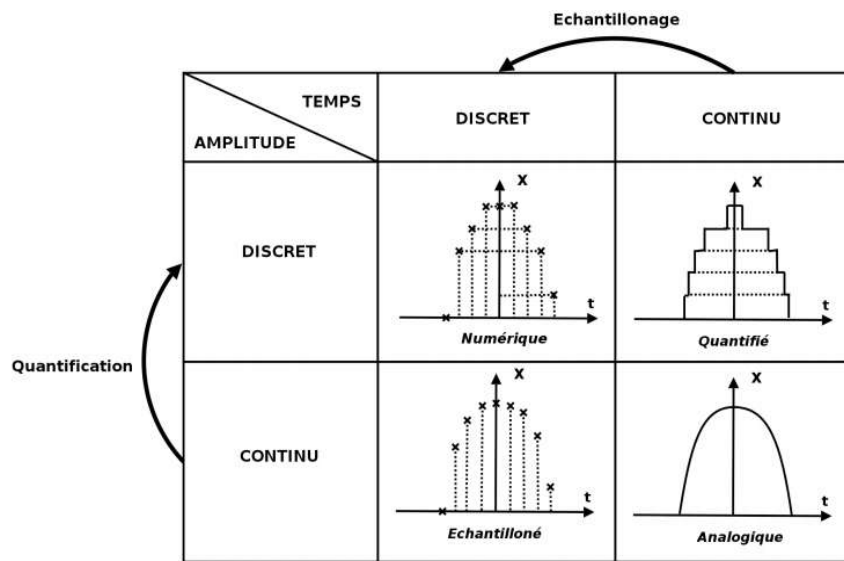
Signal échantillonné



Signal numérique

Classification des signaux

Classification morphologique



Classification des signaux

Classification énergétique

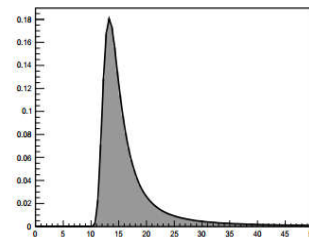
- L'énergie d'un signal est une caractéristique liée à la quantité de l'information représentée, elle se mesure en Joules (J).

L'énergie d'un signal $x(t)$ sur l'intervalle $[t_1, t_2]$ avec $(t_1 < t_2)$:

$$E_S(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

L'énergie totale d'un signal est donnée par:

$$E_S = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$



Classification des signaux

Classification énergétique

- La puissance moyenne d'un signal $x(t)$ sur un intervalle $[t_1, t_2]$ avec $(t_1 < t_2)$ mesurée en watts (W).

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

- La puissance moyenne totale d'un signal $x(t)$

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \right\}.$$

- la valeur efficace d'un signal $x(t)$ sur un intervalle $[t_1, t_2]$ avec

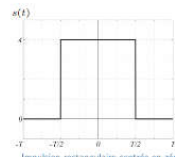
$$(t_1 < t_2). \quad V_{\text{eff}} = \sqrt{P} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt}$$

35

Classification des signaux

Classification énergétique

☐ Les signaux sont caractérisés selon leur énergie et puissance.



Impulsion rectangulaire centrée en zéro d'amplitude A et de durée T , $A \text{ rect}(\frac{t}{T})$

Signaux

↓

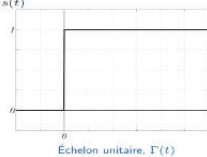
Energie finie
 $E_{\text{tot}} < +\text{inf}$

↓

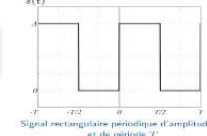
Puissance nulle
 $P_{\text{moyTot}} = 0$

↓

Signaux transitoires



Echelon unitaire, $\Gamma(t)$



Signal rectangulaire périodique d'amplitude A et de période T

↓

Energie infinie

↓

Puissance finie

↓

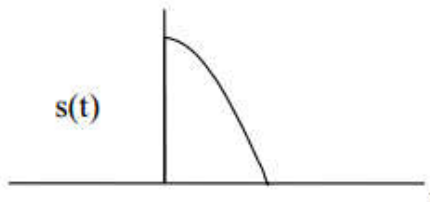
- Signaux périodiques
- Signaux aperiodiques non transitoires
- Signaux aléatoires permanents

36

Classification des signaux

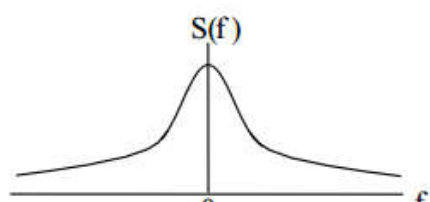
Classification fréquentielle ou spectrale

☐ **Spectre d'un signal** : le spectre d'un signal est la représentation de son amplitude, de sa phase, de son énergie ou de sa puissance en fonction de sa fréquence f en Hertz (Hz)).



$s(t)$

t



$S(f)$

f

Classification des signaux

Classification fréquentielle ou spectrale

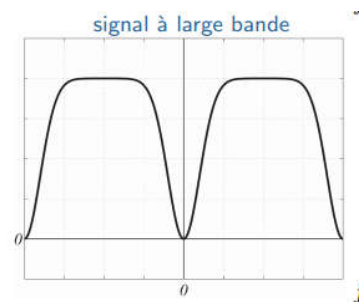
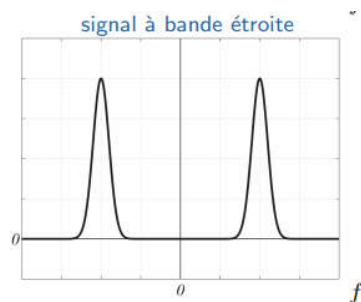
- **Largeur de bande (ou largeur spectrale)** : c'est le domaine des fréquences occupés par le spectre d'un signal. On appelle largeur de bande $\nabla F = f_{max} - f_{min}$
- Différent types de signaux se distinguent :
 - ✓ les signaux à bande étroite
 - ✓ les signaux à large bande,
 - ✓ les signaux de basses fréquences (BF)
 - ✓ et les signaux de hautes fréquences (HF)

Classification des signaux

Classification fréquentielle ou spectrale

□ **Largeur de bande (ou largeur spectrale)** :

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| • les signaux à bande étroite dont la largeur de bande est relativement petite. | • les signaux à bande large dont la largeur de bande est relativement grande voire infinie. |
|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|

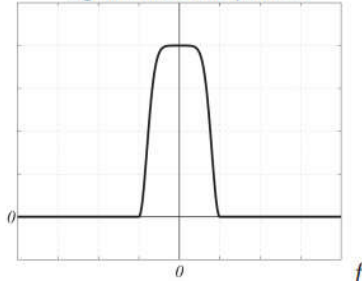


Classification des signaux

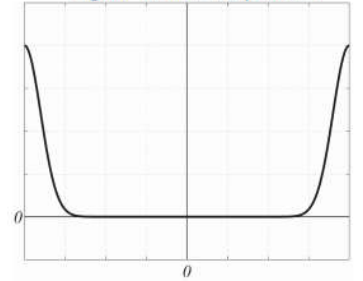
Classification fréquentielle ou spectrale

- les signaux de basses fréquences (BF) dont la largeur de bande est centrée sur des fréquences relativement faibles.
- les signaux de hautes fréquences (HF) dont la largeur de bande est centrée sur des fréquences relativement importantes.

signal basses fréquences



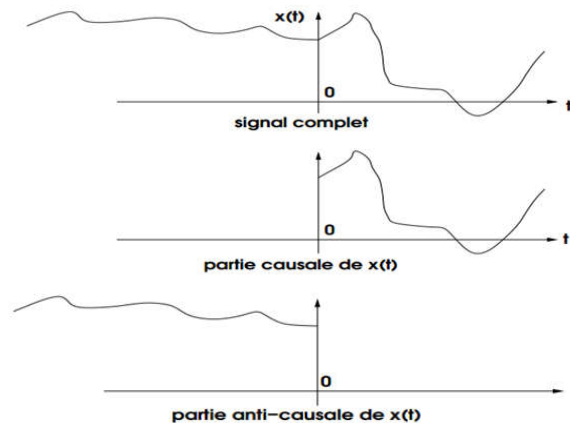
signal hautes fréquences



Rappels

Causalité

Définition (Signal causal) *Un signal $s(t)$ est causal s'il est nul pour toute valeur négative de t .*



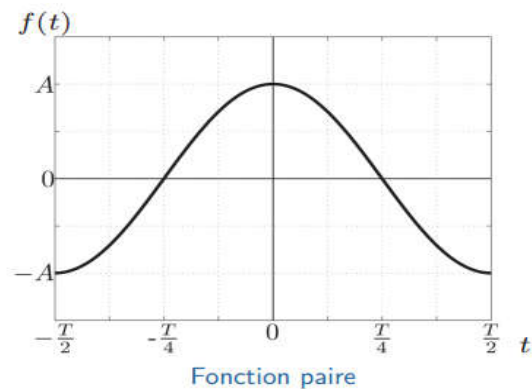
42

Rappels

- **Signal paire** : un signal réel est paire si pour tout $t \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(-t) = f(t)$$

Il présente une symétrie horizontale par rapport à l'axe des ordonnées.



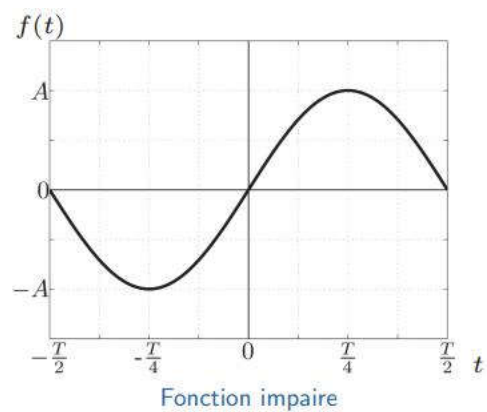
43

Rappels

- **Signal impaire** : un signal réel est impaire si, pour tout $t \in \mathbb{R}$, on a

$$f(-t) = -f(t) \text{ (ou } f(t) = -f(-t)\text{)}.$$

Il présente une symétrie par rapport à l'origine



Rappels

- **Symétrie hermitienne** : une fonction $f(t)$ complexe présente une symétrie hermitienne si, pour tout $t \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(t) = \bar{f}(-t)$$

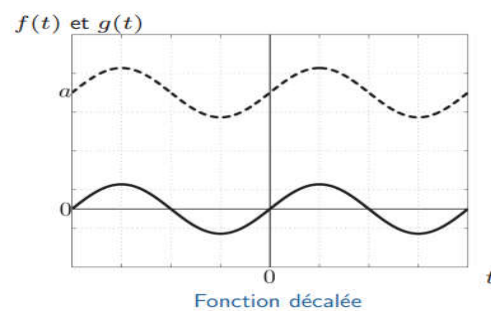
Où $\bar{f}(t)$ est le complexe conjuguée de $f(t)$.

Sa partie réelle est paire et sa partie imaginaire est impaire.

Rappels

- **Décalage (translation verticale)** : un décalage est la transformation qui fait correspondre à toute fonction $f(t)$, la fonction $g(t)$ telle que:

$$g(t) = f(t) + a \text{ avec } a \in \mathbb{R}.$$



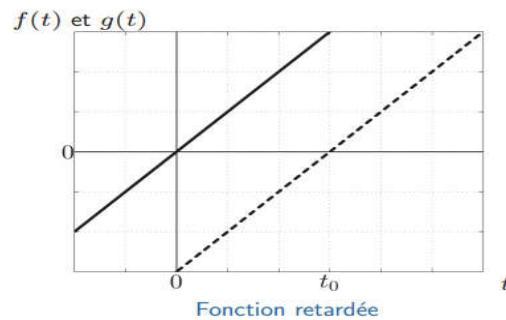
46

Rappels

- **Fonction retardée (translation horizontale)** : la fonction $g(t)$ est la fonction $f(t)$ retardée de t_0 ($t_0 > 0$) si pour tout $t \in \mathbb{R}$, on a :

$$g(t) = f(t - t_0)$$

- Si $t_0 < 0$ (ou si $g(t) = f(t + t_0)$ et $t_0 > 0$), $g(t)$ est en avance sur $f(t)$.
- Si $t_0 > 0$, $g(t)$ est en retard sur $f(t)$.



47

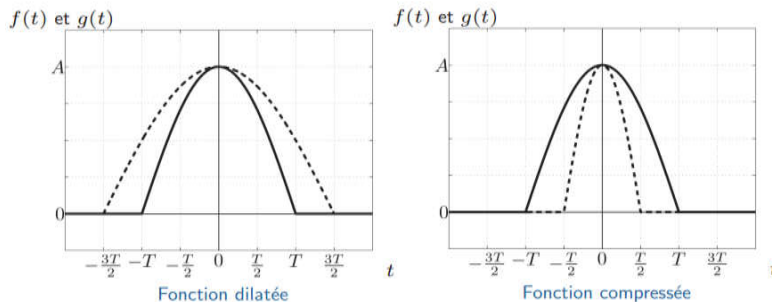
Rappels

- **Changement d'échelle (dilatation ou compression)** :

Un changement d'échelle est la transformation qui fait correspondre à toute fonction $f(t)$, la fonction $g(t)$ telle que

$$g(t) = f(at) \text{ (ou } g(t) = f(t/a))$$

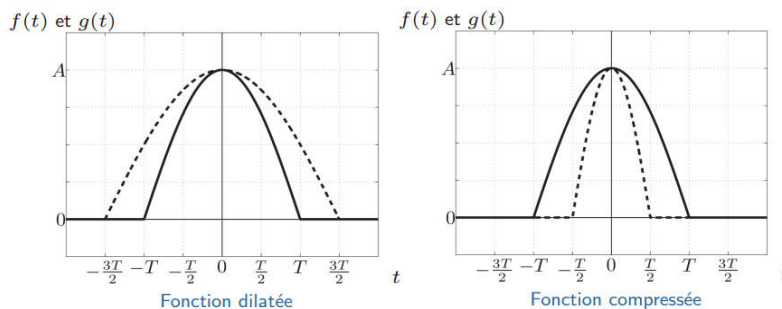
avec a , un réel strictement positif ($a \in \mathbb{R}^{+*}$).



Rappels

□ Changement d'échelle (dilatation ou compression) :

- Si $g(t) = f(at)$ et $a < 1$ ou si $g(t) = f(t/a)$ et $a > 1$, c'est une dilatation.
- Si $g(t) = f(at)$ et $a > 1$ ou si $g(t) = f(t/a)$ et $a < 1$, c'est une compression.



Signaux particuliers

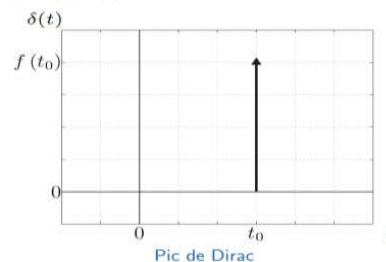
□ Impulsion (ou distribution ou pic) de Dirac :

L'impulsion de Dirac, notée $\delta(t)$ se définit comme la distribution qui fait correspondre à toute fonction $f(t)$ continue à l'origine sa valeur à l'origine. Plus particulièrement, pour

$$f(t) = 1, \quad f(0) = 1 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

L'aire de $\delta(t)$ est donc toujours égale à l'unité.

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t = t_0 \\ 0 & \text{pour } t \neq t_0 \end{cases}$$

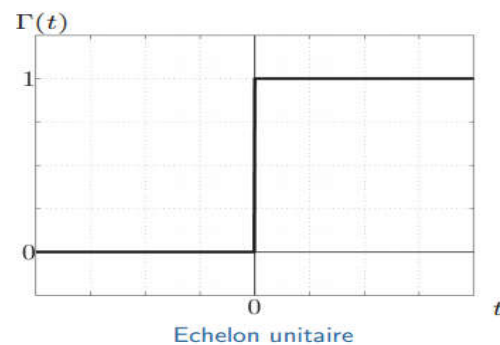


50

Signaux particuliers

- **Echelon de Heaviside (ou échelon unitaire)** : l'échelon de Heaviside, notée $\Gamma(t)$ se définit comme la primitive de l'impulsion de Dirac :

$$\Gamma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(u) du = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$



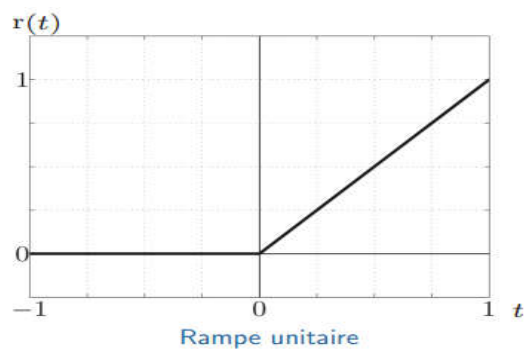
51

Signaux particuliers

- **Rampe unitaire** : la rampe unitaire, notée $r(t)$ se définit comme la primitive de l'échelon unitaire :

$$R(t) = t \cdot u(t)$$

$$\text{D'où : } R(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \\ t & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$



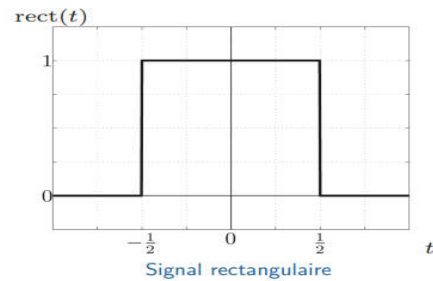
Signaux particuliers

- **Impulsion ou signal rectangulaire (ou signal porte)** : le signal rectangulaire, noté $\text{rect}(t)$ ou $\Pi(t)$, est défini par :

$$\text{rect}(t) = \Gamma(t + 1/2) - \Gamma(t - 1/2) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < 1/2 \\ 0 & \text{si } |t| > 1/2 \end{cases}$$

Sa surface est égale à l'unité. A partir de ce signal, on peut obtenir une impulsion rectangulaire de durée T , d'amplitude A centrée en

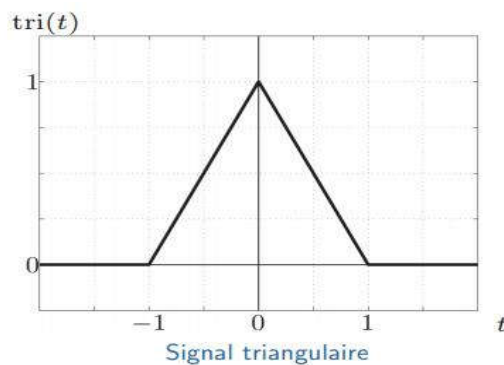
$t = \tau$ notée $A \text{rect}\left(\frac{t-\tau}{T}\right)$.



Signaux particuliers

- **Impulsion ou signal triangulaire** : le signal triangulaire, noté $\text{tri}(t)$ ou $\Lambda(t)$ est défini par :

$$\text{tri}(t) = R(t + 1) - 2R(t) + R(t - 1) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{si } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{si } |t| > 1 \end{cases}$$



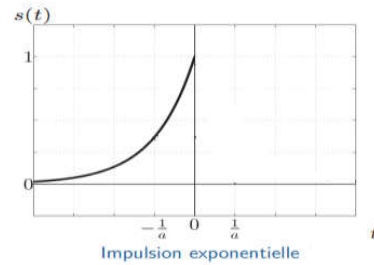
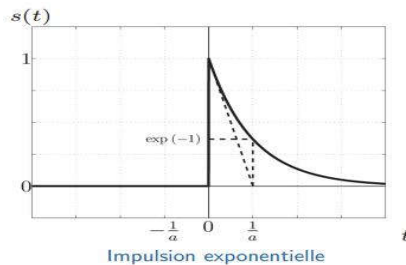
Signaux particuliers

□ **Signal exponentiel** sous la forme générale, peut s'écrire :

$$x(t) = B \cdot e^{at}$$

B et a sont des paramètres réels. B est appelé amplitude, mesuré en $t = 0$: $x(0) = B$ Lorsque a est positif ou négatif, deux comportements différents peuvent être identifiés par :

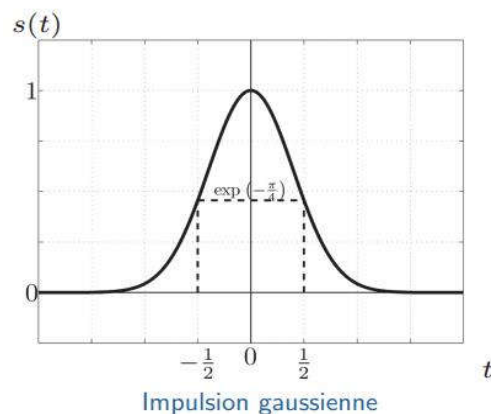
$a < 0$ exponentielle décroissante, $a > 0$ exponentielle croissante.



Signaux particuliers

□ **Fonction gaussienne** est une fonction en exponentielle de l'opposé du carré de l'abscisse. Elle a une forme caractéristique de courbe en cloche. Elle peut s'écrire comme suit:

$$x(t) = e^{-\pi t^2}$$

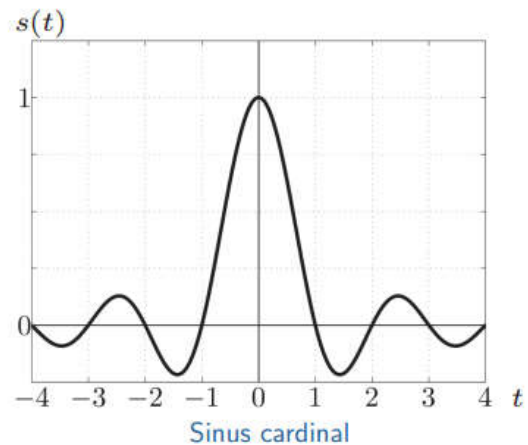


56

Signaux particuliers

□ **Sinus cardinal** est noté $\text{sinc}(t)$, est défini par :

$$\text{Sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad \text{avec} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$



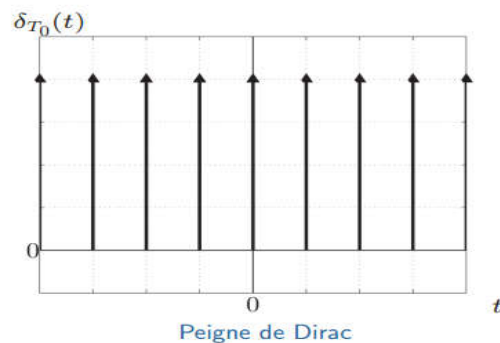
57

Signaux particuliers

□ **Peigne de Dirac**

On appelle peigne de Dirac une succession périodique d'impulsion de Dirac. T est la période du peigne. Cette fonction est parfois appelée train d'impulsions ou fonction d'échantillonnage.

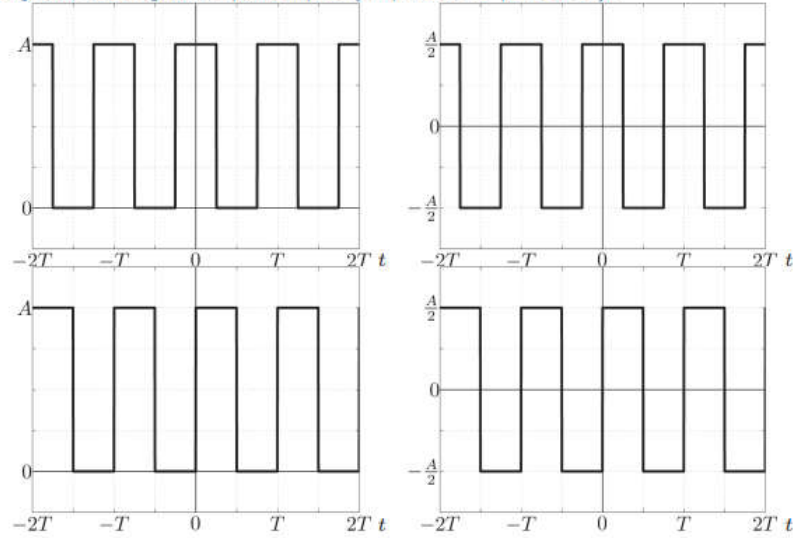
$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_0), \quad k \in \mathbb{N}.$$



58

Signaux particuliers

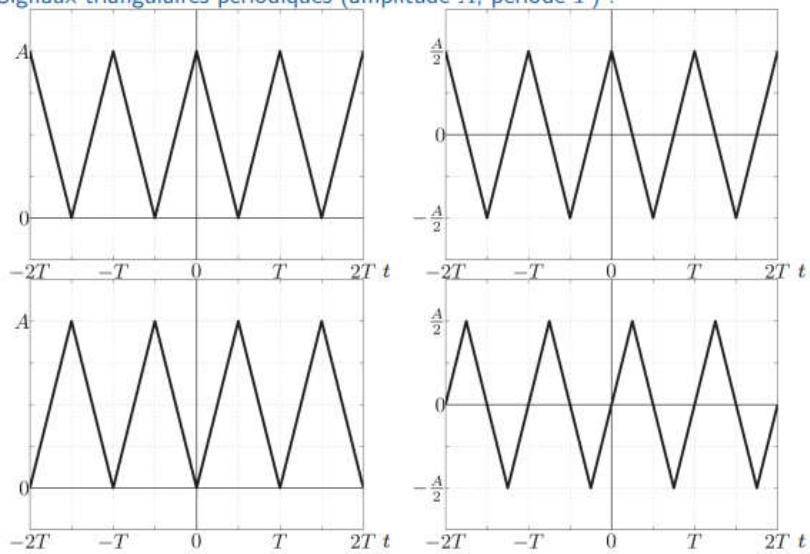
- Signaux rectangulaires périodiques (amplitude A , période T) :



59

Signaux particuliers

- Signaux triangulaires périodiques (amplitude A , période T) :



Mini test 1

1. Quelles sont les différences entre les signaux déterministes et les signaux aléatoires ?
2. Donner un exemple de signaux à :
 - Energie finie et infinie.
3. Quelles sont les différences entre les signaux suivants :
 - Signal basse fréquence et signal à bande étroite
 - Signal haute fréquence et signal à large bande.

Travaux dirigés n °1