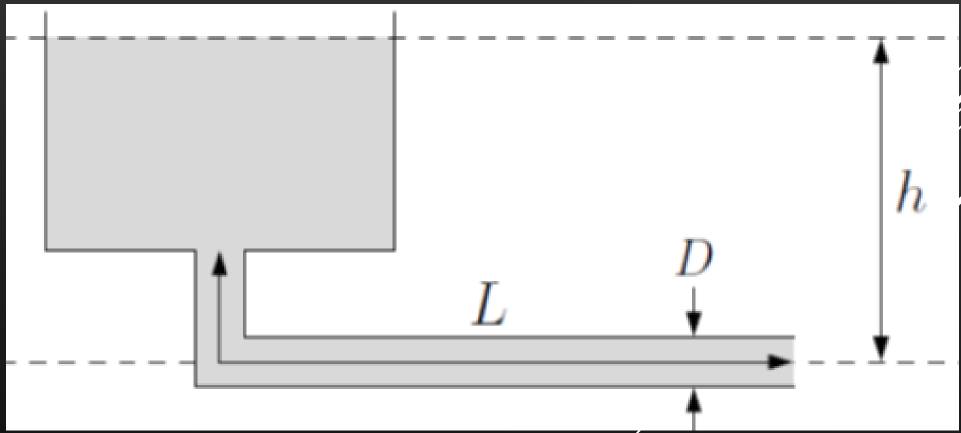
TP N°1:Calcul la vitesse et le débit en sortie du tuyau

Une citerne domestique rempli par l'eau (ρ=1000 kg/m^3 et μ=10^{-3}kg.m^{-1}s^{-1}) alimente un tuyau d'arrosage de diamètre D=1,5 cm et de longueur L=20 m. La surface libre dans la citerne est placée à une hauteur h=10m au dessus de la sortie du tuyau. La rugosité du tuyau est ε=0.0015mm. On cherche la vitesse V en sortie du tuyau. La formule de Bernoulli généralisée montre que cette vitesse est la solution de l'équation implicite :

$$\frac{V^2}{2g}\left(1+\lambda\frac{L}{d}\right)=h \Rightarrow \mathrm{V}=\sqrt{\frac{2gh}{\left(1+\lambda\frac{L}{d}\right)}}$$



Ecrire un programme MATLAB pour déterminer la vitesse du fluide en sortie et le débit engendrée par le réservoir.

$$\frac{V^2}{2g}\left(1+\lambda\frac{L}{d}\right)=h \Rightarrow \mathrm{V}=\sqrt{\frac{2gh}{\left(1+\lambda\frac{L}{d}\right)}}$$

L;d;g;h

Connues

λ est le coefficient de perte de charge dépend de la vitesse V.

La forme de l'équation de la vitesse est du type V=f(V). On peut utiliser la méthode de point fixe pour résoudre cette équation en prenant comme estimation initiale de la vitesse de l'eau, la vitesse de Torricelli :

$$\boldsymbol{V_0=\sqrt{2gh}}$$

Rappel: Méthode du point fixe

Il est possible de transformer le problème $f(x) = 0$ en un problème équivalent $g(x) = x$.

On part d'une valeur initiale x^0, on calcul $x^1 = g(x^0)$ puis on calcule $x^2 = g(x^1)$ et ainsi de suite jusqu'à $x^k = g(x^{k-1})$ où : $| x^k - x^{k-1} | < \varepsilon$.

Algorithme du point fixe

```
Entrer, X0;NMAX;TOL
Pour i=1→ NMAX
        X1=g(X0)
                Si | X1-X0|<TOL
                  Interrompre la boucle for
                finsi
        X0=X1;
fin pour
```

Calcul le coefficient de perte de charge

Écrire une fonction (MATLAB) appelée `coeff_perte_charge` qui calcul λ en régime laminaire et en régime turbulent (turbulent lisse et turbulent rugueux).

En régime laminaire, la perte de charge est donnée par la formule de *Poiseuille*

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

En régime turbulent , le coefficient de perte de charge linéaire λ dépend à la fois du nombre de Reynolds *Re* et de la rugosité relative de la conduite ε/D.

Pour une conduite lisse ($\varepsilon/D=0$), cette perte de charge linéaire λ est donnée par la formule de *Blasius*

$$\lambda = \frac{0{,}316}{Re^{0{,}25}}$$

Pour une conduite rugueuse ($\varepsilon / D \neq 0$), la perte de charge linéaire λ peut être calculée selon la relation (non linéaire) de *Colebrook*

$$\lambda^{-1/2} = -2.\log_{10}\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71.D} + \frac{2{,}51}{Re.\lambda^{1/2}}\right)$$

On peut écrit l'équation de Colebrook sous forme $\lambda = f(\lambda)$

$$\lambda = \left(\frac{-1}{2\ log_{10}\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)}\right)^2$$

Dans ce cas le calcul de λ est fait par la méthode de point fixe en prenant pour estimé initiale $\lambda^{(0)}$ la valeur fournie par la formule empirique de Haaland

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1{,}8\ \log\left[\frac{6{,}9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}\right)^{1{,}11}\right]$$

Rappel: Fonction Matlab

Les fonction Matlab, ont deux rôles. Ils permettent à l'utilisateur de définir des fonctions qui ne figurent pas parmi les ***fonctions incorporées*** dans MATLAB (cos,sin,log,exp…etc) et de les utiliser de la même manière que ces dernières (ces fonctions sont nommées ***fonctions utilisateur***).

La syntaxe la plus générale des fichiers *function* est la suivante

syntaxe:

```
function  [vars1, vars2, …,varsN]= nom_fonct(vare1, vare2, …,vareM)
…
Séquence d'instructions
…
```

Avec :

- ***Vars1***, …, ***varsN*** sont les variables de sortie (arguments de sortie) de la fonction;
- ***Vare1***, …, ***vareM*** sont les variables d'entrée (arguments d'entrée) de la fonction;
- ***Séquence d'instructions*** est le corps de la fonction.

```
function lamda=coeff_perte_charge(Re,psd,nmax,tol)
 if(Re<2500)
  lamda=64./Re;
elseif(psd==0)
lamda=0.316./(Re.^0.25);
 else
lamda_0=1./(-1.8.*log10((6.9./Re)+(psd./3.7).^1.11)).^2;
for i=1:nmax
lamda=1./(-2.0.*log10((psd./3.71)+(2.51./(Re.*sqrt(lamda_0))))).^2;
if abs(lamda-lamda_0)<tol
   break
else
lamda_0=lamda;
end;end;end;end
```

La fonction matlab **coeff_perte_charge.m** permet de calculer λ aux régimes laminaire et turbulent. On doit fournir à cette fonction quatre paramètres d'entrée : nombre de Reynolds **'Re'**, la rugosité relative **'psd'**, nombre d'itération maximale **'nmax'** et la précision **'tol'** pour qu'il sort la valeur de λ **'lamda'.**

L'utilisation de la fonction est faite comme suit:

```
lamda=coeff_perte_charge(Re,psd,nmax,tol)
```

Algorithme

Entrer les valeurs de L;D;g;rug;mu;rho;h;nmax;tol

Calculer V0

Calculer la rugosité relative (psd)

pour i=1 $\longrightarrow$ nmax

Calculer nombre de Reynolds (Re)

Calculer lamda

Calculer la vitesse V

Si $|V - V_0| < \varepsilon$

Interrompre la boucle for

Fin si

Affecter la valeur de V à V0

Fin pour

Calculer le Débit

Afficher la valeur du Débit et la vitesse

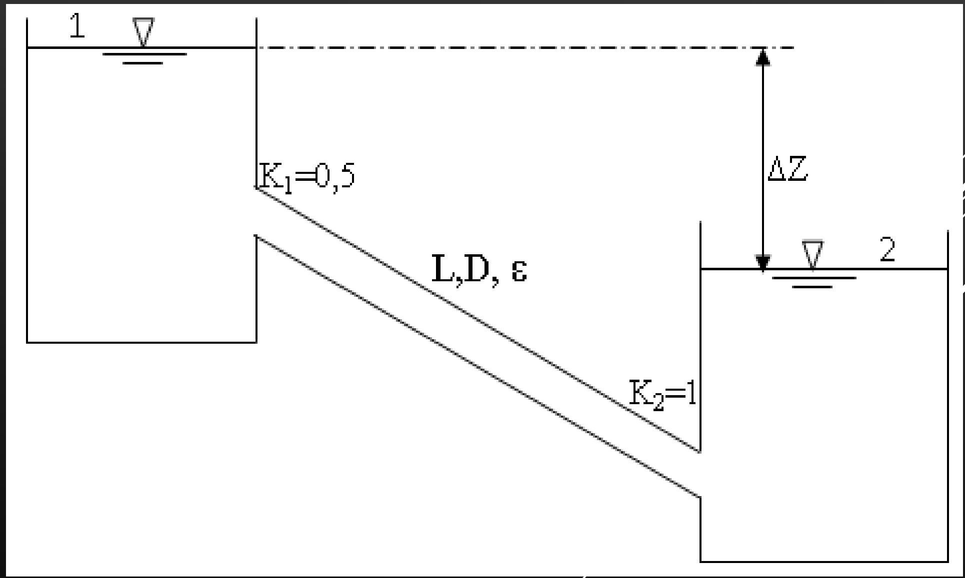
Devoir maison

Soit le système de la figure ci-dessous, avec ΔZ = 45m et L = 9000 m, la longueur de la conduite en acier rivé (ε=0,9 mm). Les coefficients des pertes de charges singulières sont K_1=0,5 à la sortie du réservoir 1 et K_2 =1 à l'entrée de réservoir 2. On veut déterminer le diamètre de cette conduite pour un débit Q=625 L/s. La formule de Bernoulli généralisée montre que ce diamètre est la solution de l'équation implicite :

$$D = \left[\frac{8Q^2}{g\pi^2 \Delta Z}\left(\lambda \frac{L}{D} + K_1 + K_2\right)\right]^{1/4} = f(D)$$

Ecrire un programme MATLAB pour déterminer le diamètre de la conduite

On pourra prendre comme estimation initiale du diamètre **D_0=0,1 m**



E-mail:

c_bentalha@yahoo.fr