**المقياس: فلسفة العلوم (د.دليل)**

**الموضوع: موقف '' النّزعة المنطقية (المنطِقانية)'' و ''النزعة الحدَسانِية'' مِن علاقة المنطق بالرياضة'(محاضرة رقم 03 / 04 )**

مدخل عام:

 لعلّ السؤال الأساسي الذي قد يُهمله الكثير من الدارسين في هذا الحقل، و الذي هو جوهر إشكالية علاقة المنطق بالرياضة يتمثل في: ما فائدة الرموز في كلّ من الرياضة و المنطق؟

إنّ الفائدة هنا مُزدوجة، حيث تأخذ منحنيين: 1. المنحى السيكولوجي: حيث أنّ الرمز يُصرف الذهن كلّه إلى تأمل العلاقات الصورية أو الرياضية وحدها. 2. المَنحَى العِلمي: تُكسِب الرموز العلم الدِّقة والوضوح و التجريد و إمكانية العموم.

 لِنرَجع إلى موضوع بحثنا، فَصِّلة الرياضيات بالمنطق تَصَوَّرَها مُفكِّرون مخُتلفون في اتجاهاتهم مُنذُ القديم، أبرزهم كانوا إمّا مَناطِقة أو رِياضيين، أمثال "أوقليدس"، "أرسطو" قديما، و "ديكارت" و "ليبنتز" حديثاً، و "جورج بول"، "فريجه" و "راسل" و "بيانوا" في الفكر المعاصر. و لكن ما يعنينا حاليا، هو الحالة الراهنة لتلك الصّلة ، باعتبارها أهّم مسألة طرحت للنقاش في الفكر الحديث و المعاصر من حيث المرجعية الميتودودولجية و الفكرية لكلّ من الرياضيات و المنطق. حيث انقسم المناطقة و الرياضيين إلى مدارس و اتجاهات، لكلّ واحدة وجهة نظرها و غرضها من تناول هذه الظاهرة و تحديد طبيعة و نوع ذلك التشابه و الاتصّال. و منه وجدنا ضرورة على أن نتطرأ إلى أهّم هذه النّزعات التي عالجت هذه الظاهرة و التي كانت مرجعيتها الأساسية السعي لإيجاد حلول لمسألة الأسس و إشكالية النقائض في الفكر الرياضي.

**1**• **موقف النزعة المنطقية (المذهب اللوجستيقي أو المَنْطِقانِية Logicisme):**

 إنّ أوّل من أبرز التشابه بين المنطق و الرياضيات هو "لايبنز"،، فلقد تفطّن إلى أنّ الرياضيات في أساسها مجرّد عمليات استنتاج تتّم انطلاقاً من مبادئ منطقية، و بواسطة مبادئ منطقية. كما يعتبر أوّل من أشار إلى أنّ ''البديهيات الرياضية'' يمكن أن تُرَّد بالتحليل إلى ''معانٍ منطقية''. إضافة إلى إلحاحه على ضرورة استخدام الرموز في الأبحاث ، حيث أنّ الرموز عنده لها وظيفتين: اختصار العبارة اللغوية (الفكرة) برمز يعبِّر عن وحدتها، هذا اولاً أمّا الوظيفة الثانية فهي تمكننا من عرض البناء الرياضي في صورة منطقية دقيقة، الشيء الذي يعني اعتبار المنطق جزء من العمليات الجبرية (نوع من الحساب).

ـ تطورت المسألة تدريجيا في منتصف القرن التاسع عشر(19)، و كان "بول Boole" (1815/1864م) أحد كبار المناطقة الإنجليز، أوّل من وضع أسس "الحساب المنطقي" اقتداءاً بالحساب الجبري، حيث أسّس لمنطق جديد هو المنطق الجبري.و مفاده التعبير عن القضايا الفكرية برموز جبرية.

ـ لكن "الجبر المنطقي" لم يكتمل بناءه إلاّ مع "راسل" و "هوايتهيد" و اللذان جعلا منه ما يطلق عليه اليوم تسمية «المنطق الرياضي أو الرمزي» Logistique. و هذا ما دعت إليه النزعة المنطقية من خلال رّد الرياضيات إلى المنطق، من أجل إعطاء اليقين في الرياضيات مشروعيته المنطقية. فالقضايا الرياضية هي قضايا صادقة لا يرد فيها غير الأوليات الرياضية و الأوليات المنطقية.

لقد طابق راسل بين المنطق و الرياضيات، حيث أنّ هذه الأخيرة جزء من المنطق أو امتداد له. و قد أثبت ذلك من خلال عمليتين هما: (•) تحليل الرياضيات تحليلا منطقيا بردِّها إلى أصولها المنطقية. (•) تحليل المبادئ المنطقية نفسها تحليلا ينتهي بها إلى عدد قليل من الفروض التي منها نستطيع أن نستنبط جميع قواعد المنطق و قواعد الرياضيات معاً. وهكذا تزول الفوارق جذريا بينهما. لكن ما هي مميزات القضايا الرياضية عند "راسل" ؟

 **هناك أساسين في تحليل القضايا الرياضية عنده:**

**أ ـ جميع القضايا تنحل إلى علاقة اللزوم المنطقي، ( إذا كان كذا ... لزم عنه كذا).أو (ق يلزم عنها ك).**

**ب ـ اشتمال القضايا المنطقية على متغيرات و ثوابت هي الثوابت المنطقية.**

**[علما أنّ (ق) و (ك) قضيتان تشتملان على متغير واحد أو عدّة متغيرات هي بذاتها في القضيتين، كما لا تشتمل على ثوابت غير الثوابت المنطقية.]**

 **و في هذا السياق نجد راسل يقول في مؤلفه '' أصول الرياضيات'' في الصفحتين الرابعة والعشرين(24) والخامسة و العشرين(25):**

**«... و ينبغي أن لا يدخل في الرياضيات البحتة شيء لا يمكن تعريفه، فيما خلا الثوابت المنطقية. و على ذلك لا يجب أن لا يدخل في الرياضيات من المقدمات أو القضايا التي لا يمكن إثباتها غير تلك التي تعالج فقط بالثوابت المنطقية و المتغيرات» و معنى هذا أنّ جميع الثوابت الرياضية هي ثوابت منطقية بها تتعلق جميع المقدمات الرياضية، ممّا يجعله يؤكد على تلك الصلة الوثيقة بين الرياضيات و المنطق.**

**إنّ الثوابت المنطقية عند راسل هي التي تبقى ثابتة في القضية رغم تغير حدودها، فالثابت المنطقي عنده مرتبط بصورة القضية أو هيكلها، أمّا مكونات القضايا أي الكلمات فهي متغيرات. ، نفس الشأن في ما يخص التمييز بين الرمز الثابت و الرمز المُتغّير، فلأول هو ما لا يتغير معناه بتغير موضعه كالأعداد مثلاً(0،1،2،3،4،5،...) أو الرموزكـ: (+ ، - ، ÷ ) أمّا الرموز المتغيرة فهي تلك الحروف الهجائية المستعملة في العبارات الرياضية كـ : س، ع، ص، ...إلخ. لعلّ ما تقدّم يُعطي فكرة عن موقف النزعة المنطقية عامّة و عن موقف "برتراندراسل" خاصّة، عن العلاقة بين الرياضيات و المنطق و مسألة اليقين فيها.**

**ملاحظة:**

|  |
| --- |
| **لا بدّ من الرجوع إلى راسل مرّة أخرى و في موقع آخر مهِّم من خلال نظريته في الفصول، أو الفئات، و نظريته في الأصناف، أو الأنماط. باعتبار أنّ "راسل" يرُّد الرياضيات كلّها إلى فكرة العدد الطبيعي، و من هنا جاءت أهمية تعريف هذا العدد، و نظرية الأصناف هي التي تمدّنا بهذا التعريف. و قد جاءت نظرية الأصناف (تصنيف الأشياء إلى أنواع مرتبّة ترتيبا هرمياً)، للتغلب على نقائض نظرية المجموعات و غيرها من النقائض المماثلة، و هي نظرية تكتنفها صعوبات اعترف بها "راسل" نفسه، حيث صرّح بعدم اكتمالها و لا نهائيتها.**  |

 **2• النزعة الحدسية و مسألة اليقين في الرياضيات: ( محاضرة رقم 04 – تابع- )**

 **لقد أقام ديكارت منهجه كما هو معلوم على أساس من الحدس و الاستنتاج، فالحدس عنده رؤية عقلية مباشرة لحقائق بسيطة و من هذه الحقائق البسيطة نستنتج حقائق أخرى. فأساس و قاعدة المعرفة عنده هي الحدس. و لهذا فهو يصنّف ضمن الحدسيين رغم تحويله الهندسة إلى جبر(الهندسة التحليلية). فالحدس الهندسي قد بقي ملازما للرياضيات إلى فترة متأخرة جدّاً. فالمعادلات الجبرية من الدرجة الثانية، كانت تُحَّل بواسطة الأشكال الهندسية، قبل ظهور الجبر المنطقي (الحديث) و الذي يستعمل الرموز. و هكذا طرحت قضية أهمية و دور الحدس في الرياضيات. حيث يرى "الحدسيون" أنّ المنطق وحده غير كافٍ لتحقيق عنصر الخصوبة في الرياضيات. كما يؤكد هؤلاء و على رأسهم: بوانكاريه و لوبيغ و بوريل Borel أنّ [الرياضيات لا تشتّق من المنطق، كما ذهب إلى ذلك راسل، بل تحتاج إلى ـ مادة ـ في مقابل ـ الصورة ـ تحتاج إلى حدس من نوع خاص هو الحدس التجريبي (بالمفهوم الكانطي)]. لكن الصعوبة التي واجهها أنصار النزعة الحدسية، هي تحديد معنى الحدس نفسه. فهو ليس حدس الأشياء الحسية المشّخصة، بل هو رؤية مباشرة كلية، فهو بمنظور "بوانكاريه": «لغة لا تتعلم». و يرى "بوليغان"Bouligand" أنّ ــ الحدس الرياضي يعتمد دوماً على معارف رياضية سابقة، فلا بدّ فيه من الخيال و الذاكرة معاً.ـــ**

**أمّا النزعة الحدسية الجديدة "Néo- intuitionnisme" فهي تلك المدرسة الرياضية التي يتزعمها الرياضي الهولندي "بروور" Brouwerو غيره من الرياضيين الكبار أمثال: "فايل" و "هايتنغ"، و هي نزعة تعارض بشدّة كل من النزعة المنطقية و الأكسيومية. حيث ناقش الحدسيون عامّة، القدماء أمثال "بوانكاريه و بُورِيل" و الجُدُد أمثال بْرُووَرْ و أتباعه، مسألتين حاسمتين في الحقل الرياضي هما:**

**1ـ طبيعة الموضوعات الرياضية: يرى الحدسيون أنّ أساس مشكلة النقائض في الرياضيات الحديثة، هو القول بوجود مجموعات لامتناهية. (نقائض اللانهاية). فالقول بإدراك اللانهاية حسبهم، قول ليس له معنى، فالموضوعات الرياضية عندهم ذات وجود معرفي و أنطولوجي معاً. كما يعترضون عن إمكانية رّد الأعداد الصّماء إلى الأعداد الطبيعية، أي رّد المتصِل إلى المنفصل. فمن المستحيل بناء علم متّصل (الهندسة) بكيفية أكسيومية مستقلة.، و من الضروري عندهم اللجوء إلى منهج التحليل (التحليل إلى البسائط).**

**2ــ موقفها من المنطق الأرسطي عامّة و مبدأ الثالث المرفوع خاصّة:**

 **يأتي المنطق في الدرجة الثانية بالنسبة إلى الرياضيات، لأنّ مبادئه حسب "هاتنغ" ، أكثر تعقيداً وغموضاً من الرياضيات. و لذلك حاول "هاتنغ" تأسيس منطق جديد مستوحى من الرياضيات، و هو مبدأ يرفض صلاحية مبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة، و هكذا اتفق جل الحدسيون، و يمكن تلخيص مبدأ الرفض هذا كالآتي: ( إنّ جميع أنواع اللامتناهي تفلت من قبضة مبدأ الثالث المرفوع، فهو لا يصلح فيها، و لكنّه يحتفظ بصلاحيته بالنسبة للمقادير النهائية.**

**ــــــــ إنّ الجديد الذي حملته هذه النزعة الحدسية في الرياضيات هو تكسيرها لمبادئ المنطق التقليدي، أي منطق أرسطو ثنائي القيمة و فتحت المجال أمام منطق جديد متعدِّد القيم. هذا بالنسبة للمنطق أمّا بالنسبة للرياضيات فقد شتّت هذا الاتجاه انسجامها و صلابتها، و عاد بها إلى الوراء، و هذا ما قامت بإصلاحه النزعة الأكسيومية الحديثة. ــــــــــــــــــــــ**

**3. موقف المذهب الأكسيوماتيكي***:*

**في السنوات التي تلت تأليف الكتاب المشترك بين "راسل" و هوايتهايد" ـ مبادئ الرياضيات" ، كان هناك قمّة من قِمم الرياضة الحديثة هو " دافيد هلبرت"، أستاذ الرياضة بجامعة "برلين"، حتى نهاية الحرب العالمية الثانية، و الذي عارض موقف "راسل" على أن تكون الرياضة منطقاً صوريا محضاً، و أخذ يُطّور فكرة في أصل الرياضة و المنطق معاً سمّاها ـ النظرية الأكسيوماتيكية ـ حيث رأى بأنّ ـ المنطق و الرياضة هما شيئان نبعا معاً متوازيان من منبع واحداً أبعد منهما هو الطريقة الأكسيوماتيكية أو الصورية الصرفة. Pure Formalisme، و التي هي الأساس الأول و البعيد لكل من علمي المنطق و الرياضيات. و تشترط هذه الطريقة ضرورة استقلال المسلمات عن بعضها و عدم التناقض الداخلي ، و أن تكون مجرد مواضعات لا ترجع في أصولها لا للمنطق و لا للرياضة، فهي مُجَرَّد رموزعارية عن كل معنى رياضي أو منطقي. و بالتالي يعتبر هذا المذهب أكثر صورية من سابقيه، هذا و إن اختلف مع المذهب اللوجستيكي في قضية الإشتقاق و رّد الرياضة إلى أصول منطقية، إلاّ أنّه يفترض و يؤكد على حضور المنطق، باعتبار أنّ من أحد سلامته و صّحته مبدأ عدم التناقض و هو مبدأ منطقي في الأساس. و لهذا تعتبر النظرية الأكسيوماتيكية تعميماً للمذهب اللوجستيكي شريطة استبعاد فكرة اشتقاق الرياضة منن المنطق.**

**ـــــــ لنَخْتِمَ هذا الدَّرس بالقول: أنّ أزمة أسُس الرياضيات لم يعد يُطرح اليوم بنفس الحِدّة التي طُرِحَ بها في بدايات القرن العشرين (20م)، فقد تمّ تجاوز مشكلة النقائض بفضل تقدم الأبحاث الأكسيومية وتوطيد المنهج الأكسيومي، التي كان من نتائجِها قيام عِلْمَين جديدين هما: '' ما بعد الرياضيات '' و '' ما بعد المنطق ''.**

المصادر و المراجع المعتمدة:

ــــــــــ برتراند راسل، أصول الرياضيات، ج1.

ـــــــــ زكي نجيب محمود، "المنطق الوضعي"، ج2، ط4، (القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية،1966.

ــــــ برتراند راسل، "مقدمة للفلسفة الرياضية"، ترجمة محمد مرسي أحمد، القاهرة، مؤسسة سجل العرب، المجلس الأعلى لرعاية الفنون و الآداب، 1962.

ــــــ بول موي، "المنطق و فلسفة العلوم"، ترجمة فؤاد زكريا، القاهرة، دار نهضة مصر للطبع و النشر (د.ت).

ـــــــ محمد عابد الجابري، المنهاج التّجريبي و تطّور الفّكر العِلمي، دار الطليعة للطباعة والنّشر، بيروت، لبنان،ط1، 1976.

ـــــــ ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة التّحليل المُعاصِر، دار النّهضة العربية للطباعة والنّشر، بيروت، لبنان، د(ط)، 1985م.

ــــــ كتاب جماعي، إشراف: د. الزواوي بغورة، مدخل جديد إلى فلسفة العلوم ـــ دراسة تاريخية نقدية مع نصوص مُترجمة ــــــــ، مطبوعات جامعة منتوري، قسنطينة، د(ط)، د(ت).

ــــــ محمد شطوطي، '' اللغة المنطقية عند برتراندراسل ''، دار مدني، الجزائر، د(ط)، 2002م.

**ـــ** روبير بلانشي، **نظرية العِلْم**، **(الابسيولوجيا)،** ترجمة**: محمود اليعقوبي**، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، ط1، 2004م.

ــــــ علي حسين الجابري، **فلسفة العلوم، دروس في الأُسُس النظرية و آفاق التطبيق**، دار الفرقد، للطباعة و النّشر و التوزيع، دمشق، سورية، ط**1**، **2010**م.

ـــــــ عبد اللطيف يوسف الصديقي، **مسألة اللاَنِهاية في الرياضيات ـــ نظرية "جورج كانتور"** ـــ دار الشروق للنشر و التوزيع، عمّان، الأردن، د(ط)، 1999م.

ــــــــ زكريا، منشاوي الجالي، **المؤثرات المتبادلة بين المنطق و الرياضيات، - النسق نموذجاً** – دار الوفاء للطباعة و النّشر، الاسكندرية، مصر، ط1، 2010م.

ـــــ محمد ثابت الفندي، **أصول المنطق الرياضي "لوجستيقا"**، دار النهضة العربية للطباعة و النّشر، بيروت، لبنان، ط1، 1973.

**-Sous la direction de : Anouk Barberousse , Denis Bonnay, Mikaël Cozic, PRECIS DE PHILOSOPHIE DES SCIENCES, Vuibert-Paris, France , octobre 2011**.