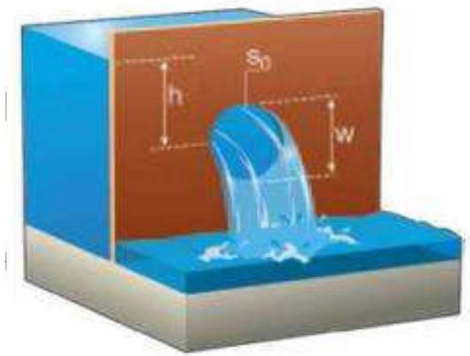
Chapitre III

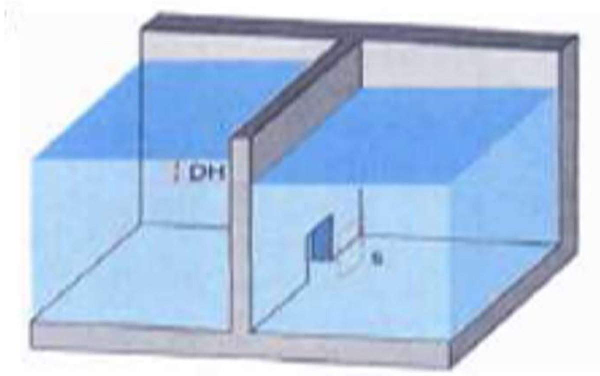
Ecoulement par les orifices et les ajustages

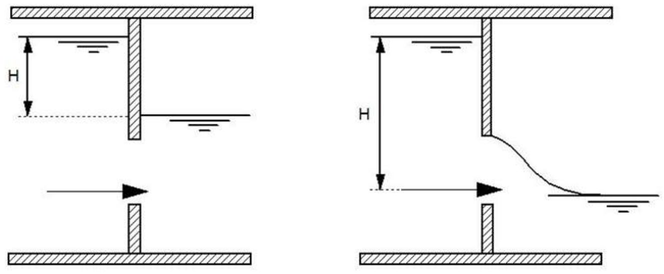
Bouchelkia Hamid

I. ECOULEMENT PAR LES ORIFICES

L'orifice est une petite ouverture de forme quelconque (circulaire, triangulaire, rectangulaire…etc.) située sur une paroi latérale ou au fond d'un réservoir à travers laquelle peut s'écouler un fluide.
L'ajutage est une petit conduit de forme variable de section généralement circulaire dont on muni un orifice par lequel s'écoule un liquide.







orifice noyé

orifice non noyé

2. Classification des orifices :

Les orifices sont classés suivant leur taille, forme, la nature de l'écoulement qui passe à travers et aussi suivant la nature de la paroi.

1- Les orifices sont classés comme orifices larges (grand) ou orifice petit suivant leur taille et la charge du liquide dessus. Si Le rapport entre la charge et la hauteur de l'orifice (H/d) est supérieur à 5 l'orifice est dit petit sinon il est dit grand ou large. Fig.1

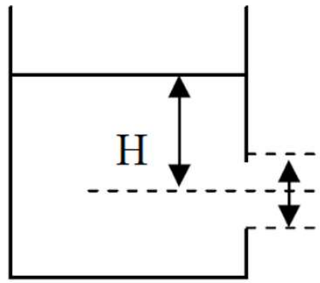


Fig.1

2- Suivant leurs formes les orifices sont classés en orifice circulaire, triangulaire, rectangulaire ou carré.

3- En considérant la paroi des orifices, ils sont classés en orifice à paroi mince (fig.2) et orifice à paroi moulée (fig.3).

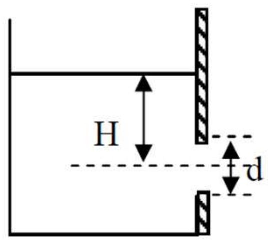


Fig.2

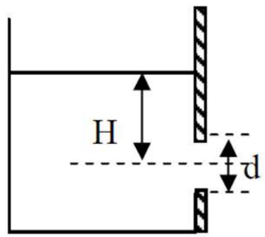


Fig.3

4- Suivant l'écoulement qui se fait à travers on distingue – orifice dénoyé (fig.4), - orifice noyé (partiellement (fig.5) et totalement noyé (fig.6)).

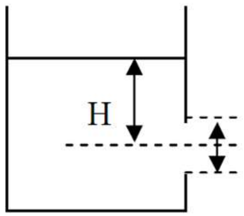


Fig.4

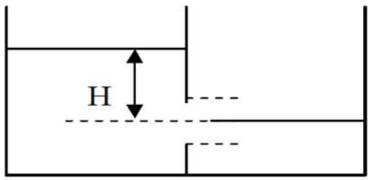


Fig.5

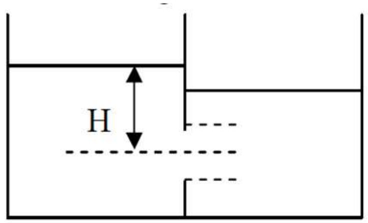
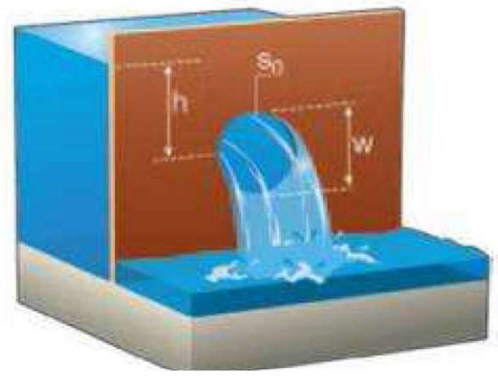


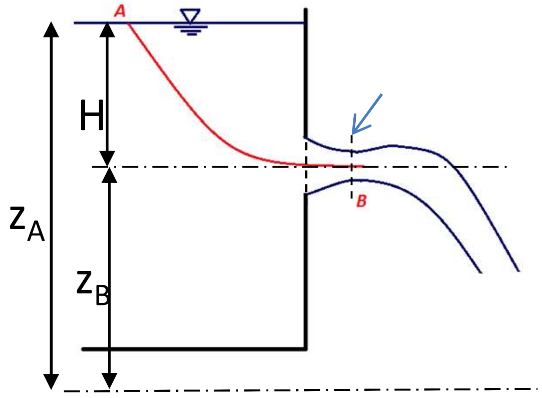
Fig.6

I.1 Orifices non noyés



L'écoulement se fait à partir d'un bassin de grande dimension dont le niveau est supposé constant. A travers un orifice ménagé dans la paroi, l'écoulement se fait à l'air libre.

A une certaine distance de la paroi, la veine fluide s'est contractée. Dans cette section, dite contractée, les vitesses sont parallèles entre elles et le terme P* est constant. On peut alors appliquer le **théorème de Bernoulli** entre un point A à la surface libre et un point B de la section contractée.



$$\frac{\mathbf{P}_A}{\rho g} + z_A + \frac{V_A^{\ 2}}{2g} = \frac{\mathbf{P}_B}{\rho g} + z_B + \frac{V_B^{\ 2}}{2g}$$

Soit "s" la surface de l'orifice et $\sigma = C_c \cdot s$ la surface de la section contractée ; C_c est appelé coefficient de contraction ($C_c < 1$).

En A : $V_A = 0\ (Réservoir\ à\ grandes\ dimensions);\ PA = P_{atm}\ ;\ \ z_A = H$

En B : V $PB = P_{atm}\ ;\ z_B = h$

$$\frac{\mathbf{P}_{atm}}{\rho g} + z_A = \frac{\mathbf{P}_{atm}}{\rho g} + z_B + \frac{V_B^{\ 2}}{2g} \Rightarrow \frac{V_B^{\ 2}}{2g} = z_A - z_B = H$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{2g \cdot H}$$

H représente la charge sur l'orifice

C'est l'expression de Torricelli, c'est une vitesse théorique qui est supérieure à la vitesse réelle à cause de l'influence des pertes de charge à la sortie de l'orifice.

Le débit élémentaire à travers la section ds est : $dQ = V_B \cdot ds$

Le débit est obtenu en intégrant la vitesse sur toute la section contractée, d'où :

$$Q = \int_\sigma \sqrt{2g(z_A - z_B)} \cdot ds$$

Cette intégrale est généralement difficile à calculer et on fait l'approximation suivante : la vitesse moyenne dans la section contractée est celle de la molécule qui passe au centre de gravité de cette section.

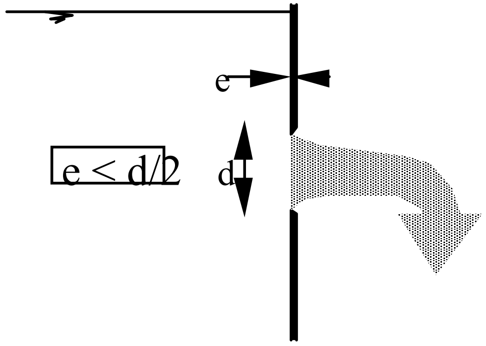
$$Q = \int_\sigma \sqrt{2g(z_A - z_B)} \cdot ds = \int_\sigma \sqrt{2gH} \cdot ds = \sigma \cdot \sqrt{2gH} = C_c \cdot s \cdot \sqrt{2gH}$$

$$\boxed{Q = C_c \cdot s \cdot \sqrt{2gH}}$$

Cette formule est d'autant moins approchée que l'orifice est petit par rapport à la charge.

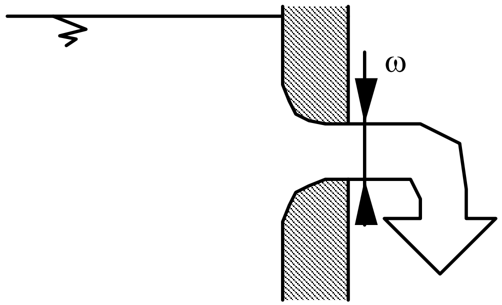
La valeur du coefficient C_c dépend de la nature de l'orifice et on distingue :

- **les orifices en mince paroi** où l'épaisseur e de la paroi est plus petite que la moitié de la plus petite dimension transversale de l'orifice. Dans ce cas, **le coefficient de contraction** dépend encore de la forme de l'orifice, position par rapport à la verticale et par l'acuité des arêtes.



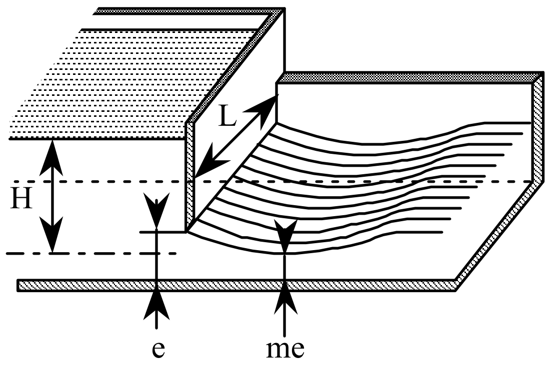
En première approximation et pour un orifice circulaire, on peut admettre **C_c = 0,62.**

- **les orifices à veine moulée**, où la paroi intérieure de l'orifice épouse la forme de la veine de manière à ce que la section contractée soit à l'intérieur de la paroi.

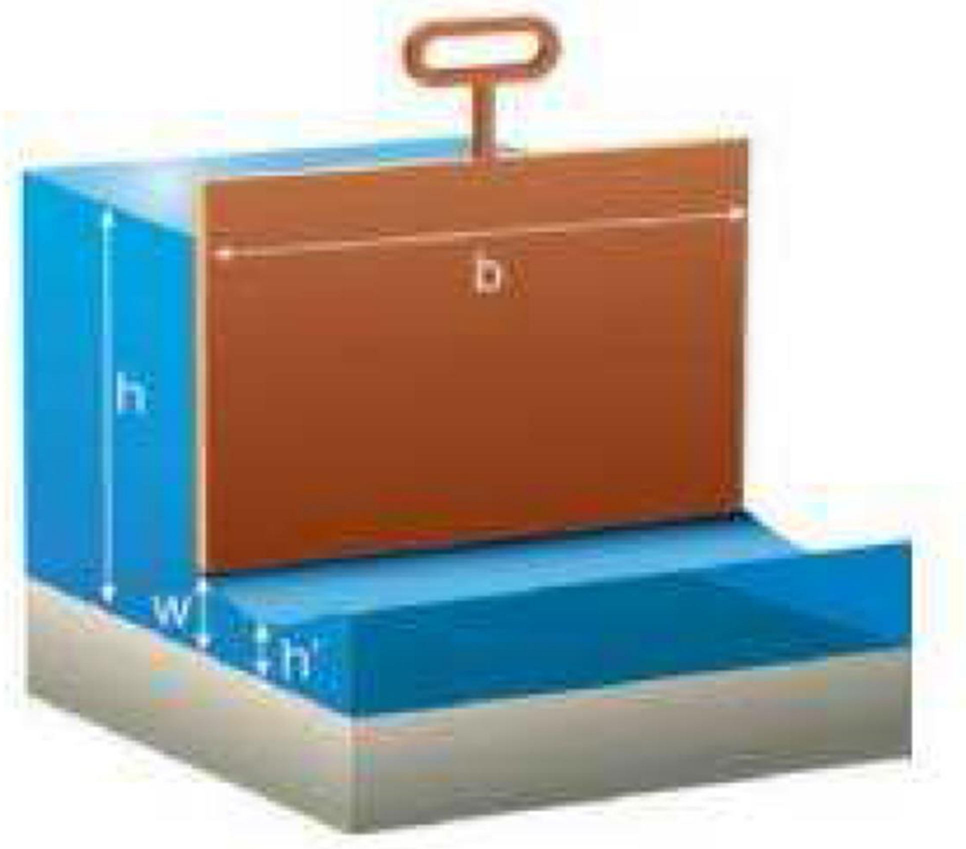


Dans ce cas, on aurait théoriquement **C_c = 1** mais en fait, il se produit toujours des pertes de charge et on ne dépasse jamais **C_c = 0,98.**

- les orifices à contraction incomplète où le coefficient de contraction varie entre 0,62 et 1. Le cas le plus fréquent est celui de la vanne de fond où C_c = 0,70.



$$Q = 0,70 \cdot L \cdot e \cdot \sqrt{2g\,H}$$


b
h
w
h'

l’expression de Torricelli, c’est une vitesse théorique qui est supérieure à la vitesse réelle à cause de l’influence des pertes de charge à la sortie de l’orifice.

Les coefficients hydrauliques :

Les coefficients hydrauliques sont :
- Le coefficient de vitesse C_V.
- Le coefficient de contraction C_C.
- Le coefficient de débit C_d.

Le coefficient de vitesse :

C’est le rapport entre la vitesse réel de l’écoulement et la vitesse théorique.

$$C_V = \frac{V_R}{V_{Th}} = \frac{\sqrt{2gHR}}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{H_R}{H}}$$

H_R est la charge réelle de l’écoulement en tenant compte de la perte de charge.
C_V varie entre 0,95 et 0,99.

$$\boxed{Q = C_d \cdot s \cdot \sqrt{2gH}}$$

Le coefficient de contraction :

Il décrit la contraction de la veine liquide à la sortie de l’écoulement, il est égale au rapport entre la section contractée SC et la section réelle de l’orifice.

$$C_C = \frac{\sigma}{s}$$

La valeur de CC varie entre 0,61 et 0,69 suivant la forme de l’orifice, la charge du liquide au dessus de l’orifice. En général en prend une valeur autour de 0,64.

3 Coefficient de débit :

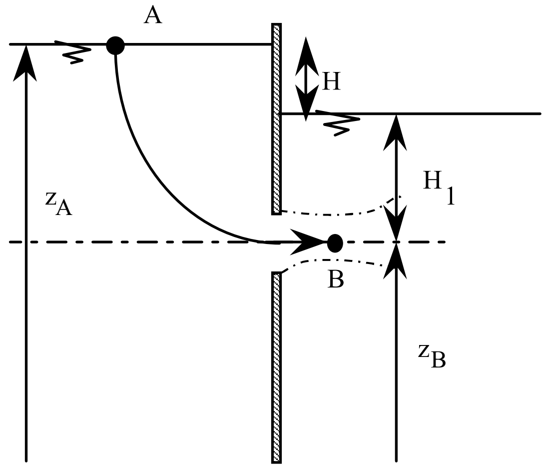
Le coefficient de débit est défini comme étant le rapport entre le débit réel sortant de l’orifice et la débit théorique.

$$C_d = \frac{Q_R}{Q_{Th}} = \frac{V_R \cdot \sigma}{V_{Th} \cdot s} = CV \cdot C_C$$

Le coefficient de débit varie entre 0,61 et 0,65. La valeur 0,62 est souvent prise.

Exp :
La charge au dessus d'un orifice de 4 cm de diamètre est de 10m. Déterminer le débit sortant de l'orifice, la vitesse réelle à la section contractée ainsi que le coefficient de contraction et la perte de charge. Cd=0,6 . CV=0,98.

2 Orifices noyés



Sur la face aval de l'orifice la cote du niveau de la surface libre à celle de l'orifice.

En appliquant le **théorème de Bernoulli** entre les points A de la surface et B de la section contractée.

$$\frac{\mathbf{P}_A}{\rho g} + z_A + \frac{V_A{}^2}{2g} = \frac{\mathbf{P}_B}{\rho g} + z_B + \frac{V_B{}^2}{2g} \quad \text{avec} \quad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{P}_A = \mathbf{P}_{atm} \\ V_A = 0 \\ z_A \end{array}\right. \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{P}_B = \mathbf{P}_{atm} + \rho g H_1 \\ V_B = V \\ z_B \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \frac{\mathbf{P}_{atm}}{\rho g} + z_A = \frac{\mathbf{P}_{atm} + \rho g H_1}{\rho g} + z_B + \frac{V^2}{2g} \qquad \Rightarrow z_A = H_1 + z_B + \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{2g} = z_A - z_B - H_1 \qquad \Rightarrow \frac{V^2}{2g} = H$$

$$\boxed{\Rightarrow V = \sqrt{2gH}}$$

On obtient une formule analogue à celle du régime dénoyé mais H représente ici la différence de cote entre les plans d'eau amont et aval $\boldsymbol{V = \sqrt{2gH}}$

Les valeurs des **coefficients de contraction** sont légèrement **inférieures** en **régime noyé** qu'en **régime dénoyé**. Par exemple, pour une vanne de fond noyée : **C_c = 0,61** (au lieu de 0,70).

Le débit élémentaire à travers la section ds est : $dQ = V \cdot ds$

Le débit est obtenu en intégrant la vitesse sur toute la section contractée, d'où:

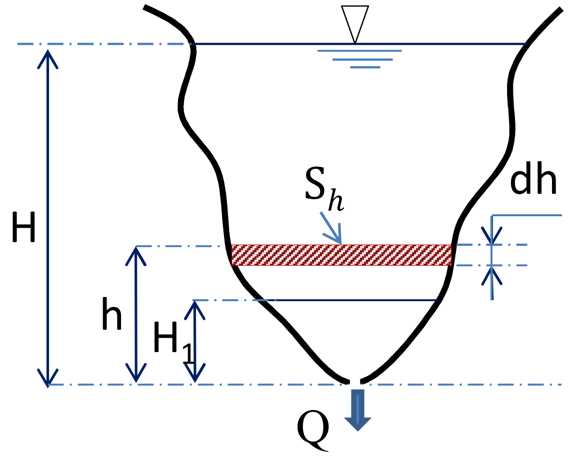
$$Q = \int_{\sigma} \sqrt{2gH} \cdot ds = \sigma \cdot \sqrt{2gH} = C_c \cdot s \cdot \sqrt{2gH}$$

$$\boxed{Q = C_d \cdot s \cdot \sqrt{2gH}}$$

C’est la même formule que pour l’orifice dénoyé mais il faut bien noter la signification différente de la charge H qui, ici représente la différence de niveau des deux biefs

vidange d'un réservoir muni d'une orifice

Soit un réservoir de forme quelconque, la section du réservoir est assez grande pour que les vitesses à l'intérieure soit négligeables.
Le réservoir est muni d'un orifice au fond.



Soit un élément d'écoulement de largeur (*dh*) le débit serait :

$$Q = Cd \cdot s \cdot \sqrt{2gh} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Pendant un temps dt le niveau baisse de (dh) et un volume dv est évacué , donc :

$$dv = Q \cdot dt = -Sh \cdot dh \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\Rightarrow C_d \cdot s \cdot \sqrt{2gh} \cdot dt = -Sh \cdot dh \qquad\qquad \Rightarrow dt = -\frac{S_h}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot dh$$

Le temps nécessaire pour que le niveau s'abaisse de H à H_1 est t:

$$\Rightarrow \int_0^t dt = -\int_H^{H_1} \frac{S_h}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot dh = \frac{1}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \int_{H_1}^{H} \frac{S_h}{\sqrt{h}} \cdot dh$$

$$\boxed{t = \frac{1}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \int_{H_1}^{H} \frac{S_h}{\sqrt{h}} \cdot dh}$$

Le temps nécessaire pour la vidange complète du réservoir c.à.d pour que le niveau s'abaisse de H à 0 est T:

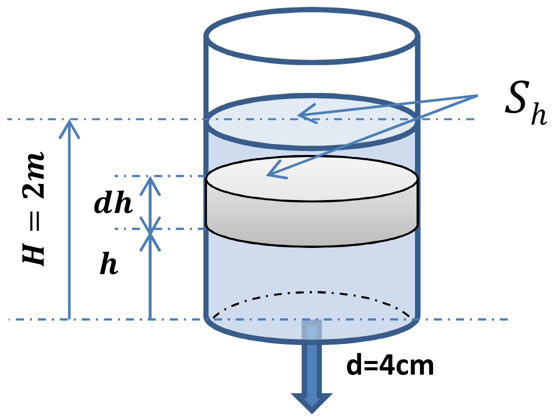
$$\Rightarrow \int_0^T dt = -\int_H^0 \frac{S_h}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot dh = \frac{1}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \int_0^H \frac{S_h}{\sqrt{h}} \cdot dh$$

$$\boxed{T = \frac{1}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \int_0^H \frac{S_h}{\sqrt{h}} \cdot dh}$$

EXP:

Déduire le temps de vidange d'un réservoir cylindrique de 1m de diamètre rempli jusqu'à 2m d'eau si il est muni d'un orifice au fond ayant un diamètre de 4cm et un Cd =0,62.

$$\boxed{T = \frac{1}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \int_0^H \frac{S_h}{\sqrt{h}} \cdot dh}$$



S_h demeure constante est $= S = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = 0{,}785 m^2$

$$\boxed{T = \frac{S}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot \int_0^H \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot dh = \frac{S}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot 2\sqrt{h}\Big]_0^H = \frac{S}{C_d \cdot s\sqrt{2g}} \cdot 2\sqrt{H}}$$

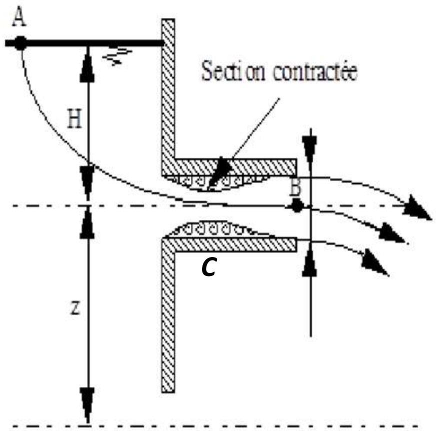
$$\boxed{T = \frac{0{,}785}{0{,}62 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}04^2}{4}\right)\sqrt{2 \cdot 9{,}81}} \cdot 2\sqrt{2} = \mathbf{643{,}70s = 10{,}73\ min}}$$

II- Les **Ajutages** :

L'ajutage est un orifice auquel on ajoute un conduit, il peut être classé comme suit :
a- Suivant ça position : Externe ou interne.
b- Suivant ça forme : Cylindrique, Convergent ou convergeant –divergeant.
c- Un ajutage libre ou non libre, cette classification est seulement pour les ajutages dis entrant ou ajutage de Borda, l'ajutage est libre quant le jet après contraction ne touche pas les parois de l'ajutage, mais si l'inverse il est non libre.

1 Ajutage cylindrique sortant

Soit un **ajutage** suffisamment long pour que la **veine fluide** recolle aux parois après la section contractée.



$$\frac{\mathbf{P}_A}{\rho g} + z_A + \frac{V_A{}^2}{2g} = \frac{\mathbf{P}_B}{\rho g} + z_B + \frac{V_B{}^2}{2g} + \Delta HAB$$

avec $\begin{cases} \mathbf{P}_A = \mathbf{P}_{atm} \\ V_A = 0 \\ z_A \end{cases}$ et $\begin{cases} \mathbf{P}_B = \mathbf{P}_{atm} \\ V_B = V \\ z_B \end{cases}$

La perte de charge entre A et B résulte essentiellement de la variation des sections offertes à l'écoulement et on peut l'estimer à :

$$\Delta HAB = 0{,}49\frac{V_B{}^2}{2g}$$

$$z_A = z_B + \frac{V^2}{2g} + 0{,}49\frac{V^2}{2g} \Rightarrow 1{,}49\frac{V^2}{2g} = H \Rightarrow \boldsymbol{V = 0,82\sqrt{2gH}}$$

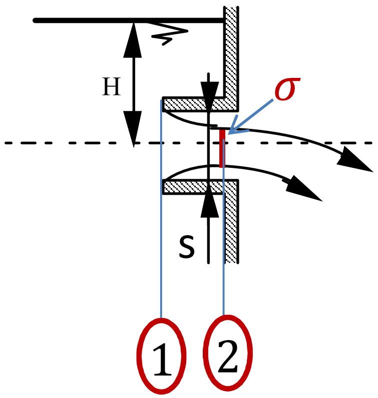
$$V = 0,82\sqrt{2gH} \qquad \Rightarrow \qquad Q = 0,82 \cdot s \cdot \sqrt{2gH}$$

0,82 n'est pas un **coefficient de contraction** mais le **coefficient de débit**. On montre par ailleurs que le coefficient de contraction de la veine fluide est légèrement augmenté par rapport à la valeur de 0,62. La pression qui règne en C est inférieure à la pression atmosphérique (phénomène de **Venturi**) et on montre que la dépression y est de **0,75 H**.

Ajutage cylindrique rentrant ou ajutage de Borda

a. Ajutage court

Si la longueur de **l'ajutage** est suffisamment courte, le jet sort sans toucher les parois et le même calcul que pour les orifices en mince paroi est possible. On montre que le **coefficient de contraction** est ici de C_c = 0,5.



Appliquant le théorème d'Euler au volume liquide délimité par les section 1 et 2

$$\sum \vec{F} = \rho \cdot Q \cdot \vec{V}_2 - \beta_1 \cdot \rho \cdot Q \cdot \vec{V}_1$$

$$\rho \mathrm{gHs} = \rho Q(V_2 - VI) = \rho Q\left(\frac{Q}{s} - \frac{Q}{\sigma}\right) = \rho Q\left(\frac{Q}{s} - C_c\frac{Q}{S}\right) = \frac{\rho Q^2}{s}(1 - C_c)$$

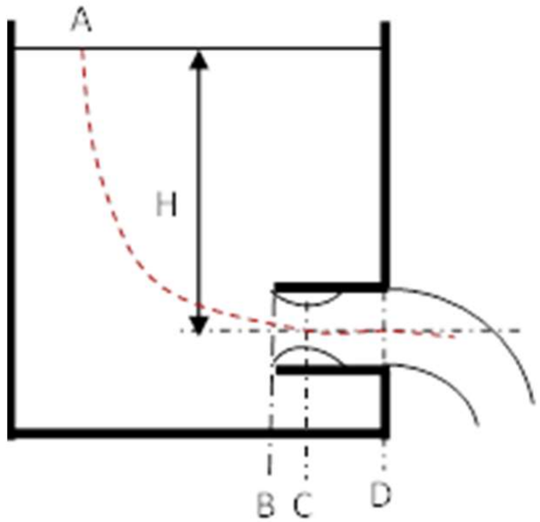
$$\rho \mathrm{gHs} = \frac{\rho Q^2}{s}(1 - Cc) \Leftrightarrow \mathrm{gH} = \frac{Q^2}{s^2}(1 - Cc) = \mathrm{V}^2(1 - Cc) = 2gH(1 - Cc)$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{gH} = 2gH(1 - Cc) \Leftrightarrow 1 - Cc = 0,5 \qquad \boxed{\Leftrightarrow \mathrm{C_c} = 0,5}$$

$$\boxed{Q = 0,5 \cdot s \cdot \sqrt{2gH}}$$

b. Ajutage long

Si la longueur est suffisamment grande pour que la veine recolle aux parois, le **coefficient de débit** passe à 0,7 et le **coefficient de contraction** demeure de 0,5.



Appliquant le théorème d'Euler au volume liquide délimité par les section B et D

$$\rho g \cdot H \cdot s = \rho Q(V_D) = \rho \cdot V^2 \cdot s \qquad \boxed{\Rightarrow V_D = \sqrt{g \cdot H}}$$

$$Q = C_d \cdot s \cdot \sqrt{2gH}$$

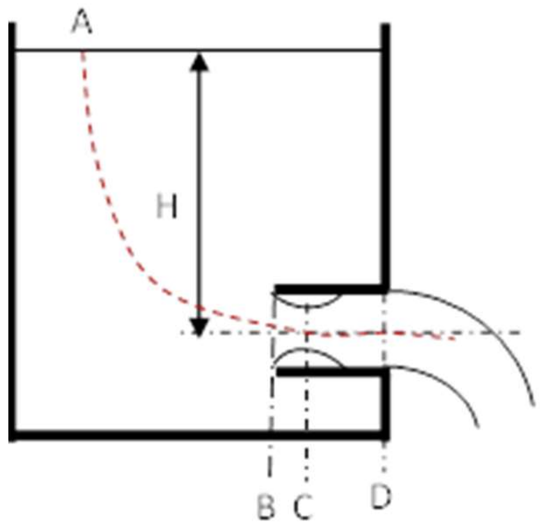
De même $\quad Q = V_D \cdot s = s \cdot \sqrt{gH}$

$$C_d \cdot s \cdot \sqrt{2gH} = s \cdot \sqrt{gH} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{C_d = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707}$$

le **coefficient de contraction** demeure de 0,5.

Eq Bernoulli en A et C: $H = \frac{P_C}{\rho g} + \frac{V_C{}^2}{2g} \Rightarrow \frac{P_C}{\rho g} = H - \frac{V_C{}^2}{2g}$

Eq Bernoulli en C et D: $\frac{P_C}{\rho g} + \frac{V_C{}^2}{2g} = \frac{V_D{}^2}{2g} + \Delta HC_D$



$$\frac{P_C}{\rho g} + \frac{V_C{}^2}{2g} = \frac{V_D{}^2}{2g} + \frac{(V_C - V_D)^2}{2g}$$

$$V_D = Cc \cdot VC$$

$$H - \cancel{\frac{V_C{}^2}{2g}} + \cancel{\frac{V_C{}^2}{2g}} = \frac{(C_c \cdot VC)^2}{2g} + \frac{(V_C - C_c \cdot VC)^2}{2g}$$

$$H = \frac{(C_c \cdot VC)^2}{2g} + \frac{(V_C - C_c \cdot VC)^2}{2g}$$

$$2gH = 2(C_c \cdot VC)^2 + V_C{}^2 - 2C_c \cdot V_C{}^2$$

$$\boxed{avec \;\; V_c = \frac{\sqrt{g \cdot H}}{C_c}}$$

$$\cancel{2gH} = \cancel{2g \cdot H} + \left(\frac{\sqrt{g \cdot H}}{C_c}\right)^2 - 2 \cdot \frac{g \cdot H}{C_c} \quad \Rightarrow \quad g \cdot H = 2 \cdot Cc \cdot g \cdot H$$

$$\boxed{\Rightarrow \boldsymbol{C_c = \frac{1}{2}}}$$

$$\frac{P_C}{\rho g} = H - \frac{V_C{}^2}{2g} = H - \frac{g \cdot H}{2gC_c{}^2} = H - \frac{H}{0{,}5}$$

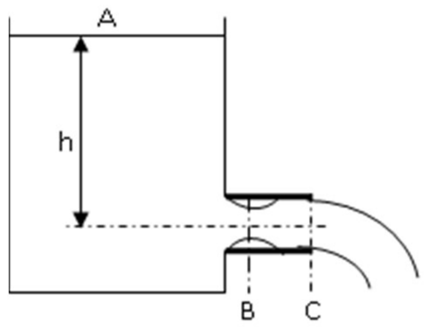
$$\boxed{\Rightarrow \boldsymbol{\frac{P_C}{\rho g} = -H}}$$

Exercice 1 :

Un ajutage de 10 cm de diamètre (figure en face) permet de vidanger un réservoir

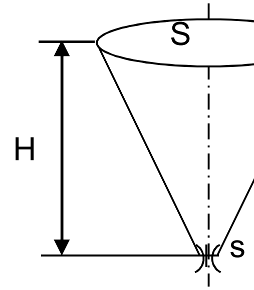
•Quel est le débit d'eau sous une charge h=9m sachant que le coefficient de vitesse est de 0.82?

•Quelle est la hauteur de pression à la section B sachant que le jet se contracte pour atteindre 62% de la surface du tube et que la perte de charge entre A et B est de 4.2% de la hauteur de vitesse en B ?



Exercice 2 :

Déterminer le temps de vidange d'un réservoir conique (figure ci-contre) ayant : H=1m, S=1m^2, s=1cm^2.



Exercice 3 :

Un jet s'échappe d'un réservoir muni d'un orifice de diamètre d=2cm. L'eau coule sous une charge constante H=2m, et touche le sol à Y_0=0,35m et X_0=1,62m de la section contractée (figure en face).

1.Calculer le coefficient de vitesse

2.Le réservoir est mobile auteur d'un axe 0 , et pour le maintenir horizontal, on dispose une masse M sur support (voir figure). Avec a=20cm et b=1,05m et M=3,92Kg. En déduire le coefficient de contraction C_C de l'orifice

3.Calculer la perte de charge qui se produit dans cet écoulement et la puissance perdue par frottement.