**السداسي: الثالث**

**وحدة التعليم: الاستكشافية**

**الرصيد: 4**

**المعامل: 2**

**أهداف التعليم** ( ذكر ما يفترض على الطالب اكتسابه من مؤهلات بعد نجاحه في هذه المادة، في ثلاثة أسطر على الأكثر)

التحكم في حل مشاكل اقتصادية بأدوات البرمجة الخطية و الغير خطية.

**المعارف المسبقة المطلوبة** ( وصف مختصر للمعرفة المطلوبة و التي تمكن الطالب من مواصلة هذا التعليم، سطرين على الأكثر)

الرياضيات 1 و2

**محتوى المادة:**

1. البرمجة الخطية
* صياغة المسألة
* الحل البياني
* عرض الحل بطريقة السمبلكس
* المسألة الثنائية و تحليل الحساسية
1. مشاكل النقل
* صياغة المسألة
* تمثيل مشكلة النقل بنظرية الشبكة
* عرض الحل بطريقة الشبكة
1. مدخل للبرمجة غير الخطية بقيود أو بدون قيود.

**طريقة التقييم: ( نوع التقييم و الترجيح)**

* مستمر 50
* امتحان 50

**المراجع:** ( كتب ومطبوعات ،مواقع انترنت، الخ)

1. عزام صبري" الرياضيات في الإدارة و الاقتصاد"، إربد، عالم الكتب الحديث، 2006
2. MELIANI H. , : les applications mathématiques à la discipline économie, OPU,2012
3. Pierre Borne, Khaled Mellouli, Programmation linéaire at applications,Technip,
4. paris 2004.
5. Pierre Borne, Khaled Mellouli : Programmation linéaire et applications, Technip, Paris, 2004

البرمجة الخطية

 تعريف البرمجة الخطية:

البرمجة الخطية هي أداة رياضية تساهم في مساعدة المسيرين على اتخاذ قرارات إدارية تتعلق باستخدام الموارد المتاحة بهدف تحقيق أقصى عائد ممكن أو أقل تكلفة ممكنة و لكن لا يعتبر هذا الاستخدام الوحيد لها فلا يكاد يخلو مجال من مجالات استخدام بحوث العمليات إلا و نجد البرمجة الخطية تمثل جزءا مباشرا أو غير مباشر من أسلوب الحل.

صياغة نموذج البرمجة الخطية:

يتكون نموذج البرمجة الخطية من ثلاث عناصر:

1. دالة الهدف: الهدف في جميع مشاكل البرمجة الخطية يكون إما تحقيق أقصى أو أقل كمية ما.

مثال 01:

إذا كانت لديك نوعين من المنتجات. المنتج الأول سعر بيعه 15 و.ن. وتكلفة إنتاجه 10 و.ن. والنوع الثاني سعر بيعه 10 و.ن. وتكلفة إنتاجه 7 و.ن. المطلوب إجاد دالة الهدف؟

حل المثال 01:

ربح المنتج الأول: 15-10=5 و.ن.

ربح المنتج الثاني: 10-7= 3و.ن.

-دالة الهدف: تعظيم ربح الناتج عن أنتاج وبيع المنتجين.

حيث أن : عدد الوحدات المباعة من المنتج الأول.

 : عدد الوحدات المباعة من المنتج الثاني.

1. القيود: لكل هدف قيود أو محددات تقيد امكانية تحقيقه وتكون هذه القيود في شكل متراجحات:
* إذا كان المتاح أو المتوفر مشروط بأحد الكلمات التالية: لا يقل عن أو الحد الأدنى أو على الأقل أو أكثر من أو يزيد عن. جميع هذه الكلمات تعني أكبر من أو يساوي.
* إذا كان المتاح أو المتوفر مشروط بأحد الكلمات التالية: لا يزيد عن أو الحد الأقصى أو على الأكثر أو أقل من أو يقل عن. جميع هذه الكلمات تعني أصغر من أو يساوي.

مثال 02:

إذا كان لديك نوعين من المنتات، يحتاج المنتج المنتج الأول إلى ساعة عمل وساعتين للتجميع، ويحتاج المنتج الثاني إلى ساعة عمل وساعة تجميع. علما أن المتاح من ساعات العمل هو 6 ساعات والمتاح من ساعات التجميع هو 10 ساعات وأن ربح الوحدة الواحدة من المنتج الأول هو 3 و.ن. وربح الوحدة الواحدة من المنتج الثاني هو 4 و.ن، والطلب على المنتج الثاني لا يتجاوز 4 وحدات. المطلوب صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يحقق أعظم ربح ممكن من خلال إنتاج المنتجين.

حل المثال 02:

* تعريف متغيرات القرار:

: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الأول.

: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الثاني.

* دالة الهدف: تعظيم رح إنتاج المنتجين.
* القيود:

ج- قيد عدم السلبية: أين يجب أنت كون جميع متغيرات القرار غير سالبة بمعنى موجبة أو معدومة. يصاغ ذا القيد كالتالي:

/

طرق حل نموذج البرمجة الخطية:

1. الطريقة البيانية:

تعد الطريقة البيانية من أبسط طرق البرمجة الخطية التي تهدف إلى إيجاد الحلول المناسبة للمسائل الإدارية المختلفة. ويعاب على هذه الطريقة أنه لا يمنك استخدامها لحل المشاكل التي تتضمن أكثر من مجهولين. وتقوم طريقة الحل بيانيا على تحديد منطقة نقاط الحلول الممكنة بيانيا، ثم اختيار النقطة التي تحقق أحسن قيمة لدالة الهدف.

خطوات الحل البياني:

* استخراج نموذج البرمجة الخطية.
* تحويل المتراجحات إلى معادلات.
* رسم محورين متعامدين، المحور الأفقي يمثل المتغير والمحور العمودي يمثل المتغير .
* رسم المستقيمات التي تحددها المعادلات ونحدد المنطقة المقبولة والمنطقة المرفوضة حسب نوع كل متراجحة:
* تعني علامة أكبر أن منطقة الحل على يمين أو أعلى الخط المستقيم.
* تعني علامة أصغر أن منطقة الحل على يسار أو أسفل الخط المستقيم.
* إذا كانت جميع المتراجحات من النوع أقل أو يساوي، تكون منطقة الحل محصورة بين تقاطع المستقيمات ونقطة الأصل.
* إذا كانت جميع المتراجحات من النوع أكبر أو يساوي تكون منطقة الحل بعيدة عن نقطة الأصل.
* تحديد الحل الأمثل للنموذج الخطي.

مثال 03: حل نموذج البرمجة الخطية للمثال رقم 02 باستعمال طريقة الحل البياني:

/

تحويل المتراجحات إلى معادلات وتعيين نقطتين بالنسبة لكل معادلة مستقيم:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
|  | 4 | 4 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 5 |
|  | 10 | 0 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 6 |
|  | 6 | 0 |

رسم البيان:

 B A

 c منطقة الحل

 D O

منطقة الحل هي المنطقة غير المشطوبة والمحصورة بين الرؤوس (O، A، B، C، D). النقطة التي تعطينا أكبر قيمة لدالة الهدف هي التي تمثل الحل الأمثل لأننا في حالة تعظيم دالة الهدف.

نحدد عن إحداثيات كل نقطة:

O (0،0) ودالة الهدف عندها:

A (0،4):

B (2،4) باستعمال طريقة حل جملة معادلتين: معادلة المستقيم الأول والثالث. ودالة الهدف:

C (4،2) حل جملة معادلتين: معادلة المستقيم الأول والثاني. ودالة الهدف:

D (5،0) أين

أكبر قيمة لدالة الهدف هي 22 أي وبالتالي الحل الأمثل هو B (2،4) أي و و.

وهذا يعني أنه يجب إنتاج وحدتين من المنتج الأول و4 وحدات من المنتج الثاني للحصول على ربع أعظمي مقدر بـ 22 و.ن.

وبتعويض و بقيمتيهما في القيود نحصل على:

القيد الأول: 2+4=6 والذي يساوي ساعات العمل المتوفرة. يعني هذا أنه يتم استعمال كل ساعات العمل.

القيد الثاني: 2\*2+4=8 وهو أقل من 10 أي أنها لا يتم استعمال إلا 8ساعات تجميع ويتبقى ساعتين.

القيد الثالث: 4=4 أي يتم تلبية كل الطلب على المنتج الثاني.

1. الطريقة المبسطة (Simplexe):

تعد الطريقة المبسطة أسلوبا متطورا لحل مسائل البرمجة الخطية التي تتكون من أكثر من متغيرين. وهي من أفضل انجازات القرن الماضي في مجال بحوث العمليات والبرمجة الخطي، وازدادت أهميتها مع تزايد امكانيات وضع وتطوير برامج الإعلام الآلي لتطبيق الطريقة وايجاد الحلول بالسرعة والمذهلة والدقة العالية مهما كان عدد المتغيرات. فالحل يمنكن أن يتوفر خلال ثوان، ومن أهم البرامج Lindo.

حيث أن الطريقة المبسط تجنبنا البحث عن كل الحلول الأساسية لنموذج البرمجة الخطية. إنما تعمل على ايجاد حلول متتالية وذلك حتى ايجاد حل أساسي مثالي. نقصد بالحل الأمثل الحل الذي يعطي دالة الهدف أكبر أو أقل قيمة من الحلول السابقة.

وتمر الطريقة المبسطة عبر المراحل التالية:

* استخراج نموذج البرمجة الخطية للمشكل المواجه.
* تحويل النموذج الأصلي إلى الشكل النمطي بتحويل جميع القيود إلى معادلات عن طريق إضافة متغيرات تكاملية ذات معنى اقتصادي. هذه المتغيرات التكاملية تضاف بالإشارة الموجبة إذا كان القيد من النوع أصغر، وبالإشارة السالبة إذا كان القيد من النوع أكبر. وتكون معاملات هذه المتغيرات التكاملية فيدالة الهدف معدونة
* كتابة مصفوفة القيود بحث يجب أن تتضمن مصفوفة وحدية. وإن لم تتضمن مصفوفة وحدية نكتب النموذج الممتد بإضافة المتغيرات الاصطناعية ويتم إضافتها في دالة الهدف مرفوقة بمعامل كبير جدا (M) بالإشارة الموجبة في حالة التنية والإشارة السالبة في حالة التعظيم.
* رسم جدول السمبلكس الذي يتكون من العناصر التالية:
* : معاملات القاعدة المأخوذة من دالة الهدف.
* : قاعدة الأشعة الأحادية.
* : القيم الحرة.
* الفروق في حالة تعظيم دالة الهدف في حالة تدنية دالة الهدف.
* وإذا كانت جميع الفروق سالبة أو معدومة فإن الحل الموجود هو الحل الأمثل.

مثال 4: نفترض أنه في ورشة تابعة لمؤسسة ما يجب تحديد مخطط لإنتاج ثلاث منتجات P1، P2، P3 حسب كمية الموارد المتاحة في الورشة (مواد أولية، يد عاملة، آلات... الخ) واحتياجات المؤسسة. لصنع المنتجات الثلاث تستعمل المؤسسة 3 أنواع من الموارد R1، R2، R3. الجدول التالي يبين الاستهلاكات الخاصة بالمنتجات الثلاث من الموارد الثلاث وكذا الأرباح الصافية المحصل عليها بعد صنع وبيع المنتجات (أرباح وحدي). إضافة إلى ذلك ونظرا لاحتياجات المؤسسة يجب أن لا يتجاوز الإنتاج الكلي للمنتجات الثلاث 900 وحدة.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| المنتجاتالموارد | P1 | P2 | P3 | الموارد المتاحة |
| R1 | 2 | 5 | 3 | 3000 |
| R2 | 4 | 3 | 2 | 2700 |
| R3 | 5 | 2 | 6 | 4200 |
| الربح | 7 | 7 | 5 |  |

والمطلوب هو ايجاد مخطط إنتاج يحقق أكبر ربح صافي ممكن.

حل المثال 4:

 /

يمكن كتابة هذا النموذج على الشكل النمطي و هي أول مرحلة لحل النموذج باستعمال symplexe

و لكتابة نموذج البرمجة الخطية لمثالنا هذا على الشكل النمطي نتبع ما يلي:

-نضيف ( كمية المتبقية أو غير المستعملة بعد تطبيق مخطط الإنتاج)

-نضيف في القيد الثاني ( و هو كمية المتبقية أو غير المستعملة بعد تطبيق مخطط الإنتاج)

-نضيف في القيد الثالث ( و هو كمية المتبقية أو غير المستعملة بعد تطبيق مخطط الإنتاج)

-نضيف في القيد الرابع و هي الفرق بين الإنتاج الكلي و الحد الأقصى الواجب احترامه(900).

بواسطة هذه المتغيرات التكاملية نحول القيود الأربع إلى معادلات:

 / ; /

كتابة مصفوفة القيود:

نلاحظ أن مصفوفة القيود تضم مصفوفة وحدية المتكونة من معاملات المتغيرات ، ، ، . وبالتالي هذه هي متغيرات القاعدة. ويمكن رسم جدول السمبلكس واستخراج الحل الأمثل إن أمكن.

**جدول السمبلكس (Simplexe)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 7 | 7 |
| 1500 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 2 | 3000 |  | 0 |
| **675** | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 3 | **4** | 2700 |  | 0 |
| 840 | 0 | 1 | 0 | 0 | 6 | 2 | 5 | 4200 |  | 0 |
| 900 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 900 |  | 0 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 7 | **7** |  |
| **471,42** | 0 | 0 | -1/2 | 1 | 2 | **7/2** | 0 | 1650 |  | 0 |
| 900 | 0 | 0 | 1/4 | 0 | 1/2 | 3/4 | 1 | 675 |  | 7 |
| -+ | 0 | 1 | -5/4 | 0 | 7/2 | -7/4 | 0 | 825 |  | 0 |
| 900 | 1 | 0 | -1/4 | 0 | 1/2 | 1/4 | 0 | 225 |  | 0 |
|  | 0 | 0 | -7/4 | 0 | 3/2 | **7/4** | 0 |  |
| 825 | 0 | 0 | -1/7 | 2/7 | 4/7 | 1 | 0 | 3300/7 |  | 7 |
| 4500 | 0 | 0 | 5/14 | -3/14 | 1/14 | 0 | 1 | 2250/7 |  | 7 |
| 1100/3 | 0 | 1 | -3/2 | 1/2 | 9/2 | 0 | 0 | 1650 |  | 0 |
| **300** | 1 | 0 | -3/14 | -1/14 | **5/14** | 0 | 0 | 750/7 |  | 0 |
|  | 0 | 0 | -3/2 | -1/2 | **1/2** | 0 | 0 |  |
|  | -8/5 | 0 | 1/5 | 2/5 | 0 | 1 | 0 | 300 |  | 7 |
|  | -1/5 | 0 | 2/5 | -1/5 | 0 | 0 | 1 | 300 |  | 7 |
|  | -63/5 | 1 | 6/5 | 7/5 | 0 | 0 | 0 | 300 |  | 0 |
|  | 14/5 | 0 | -3/5 | -1/5 | 1 | 0 | 0 | 300 |  | 5 |
|  | -7/5 | 0 | -6/5 | -2/5 | 0 | 0 | 0 |  |

حالة ثانية: عندما لا تحتوي المصفوفة A على قاعدة وحدية:

هناك طريقة للحصول على حل أساسي مبدئي تسمى طريقة القاعدة الاصطناعية

تتمثل هذه الطريقة في إدخال متغيرات اصطناعية في قيود النظام، بحيث تحتوي المصفوفة Aعلى m شعاع وحدي (أشعة اصطناعية) تدمج المتغيرات الجديدة في القيود مرفوقة بالمعامل (1+). وهكذا نحصل على نموذج جديد يسمى النموذج الممتدد الذي يمكن حله بتطبيق طريقة كلفة الجزاء. في هذه الطريقة يتم تطبيق النموذج الممتد بحيث تتغير دالة الهدف كالتالي:

يتم ادخال كل المتغيرات الصطناعية فيدالة الهدف مرفوقة بالمعامل (+M) بالنسبة للحد الأدنى و(-M) بالنسبة للحد الأقصى، حيث أن M عدد كبير جدا.

**مثال 5:** في مؤسسة معينة يمكن صنع 3 منتوجات P1، P2، P3 باستعمال الموارد الأولية من النوع M1، M2. الاستهلاكات الخاصة والأرباح الوحدية الصافية لكل نوع من المنتوجات ملخصة في الجدول التالي:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| المنتوجاتالمواد الأولية | P1 | P2 | P3 |
| M1 | 1 | 2 | 4 |
| M2 | 2 | 5 | 7 |
| الربح الوحدي | 2 | 4 | 5 |

والمطلوب ايجاد مخطط إنتاج يتم من خلاله:

* استهلاك أقل كمية ممكنة من المادة الأولية M2.
* لا يتم استهلاك أكثر من ألف وحدة من المادة الأولية M1.
* يتم الحصول على ربح صافي كلي لا يقل عن 1500 وحدة نقدية.
* يتم الحصول على إنتاج كمية من P3 لا تقل عن 100 وحدة.

حل المثال 5:

* نموذج البرمجة الخطية:
* المشكل: تخطيط الإنتاج
* متغيرات القرار:

: الكمية المنتجة من المنتوج Pi حيث أن .

* دالة الهدف: تدنية استهلاك المادة الأولية M2.
* القيود:
* الشكل النمطي: إضافة المتغيرات التكاملية
* مصفوفة القيود:

نلاحظ أن مصفوفة القيود لا تحتوي إلا على شعاع وحدي واحد ولإيجاد الشعاعين الوحديين المتبقيين نضيف في القيد الثاني والثالث متغيرين اصطناعيين على التوالي.

* النموذج الممتد:

**جدول السمبكس لطريقة كلفة الجزاء**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **M** | **M** | **0** | **0** | **0** | **7** | **5** | **2** |
| 250 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 2 | 1 | **1000** |  | **0** |
| 300 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 5 | 4 | 2 | **1500** |  | **M** |
| **100** | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | **1** | 0 | 0 | **100** |  | **M** |
|  | 0 | 0 | -M | -M | 0 | **6M-7** | 4M-5 | 2M-2 |  |
| **150** |  | 0 | **4** | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | **600** |  | **0** |
| 200 |  | 1 | 5 | -1 | 0 | 0 | 4 | 2 | **1000** |  | **M** |
| - |  | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | **100** |  | **7** |
|  |  | 0 | **5M-7** | -M | 0 | 0 | 4M-5 | 2M-2 |  |
| 300 |  | 0 | 1 | 0 | 1/4 | 0 | 1/2 | 1/4 | **150** |  | **0** |
| **166.66** |  | 1 | 0 | -1 | -5/4 | 0 | **3/2** | 3/4 | **250** |  | **M** |
| 500 |  | 0 | 0 | 0 | 1/4 | 1 | 1/2 | 1/4 | **250** |  | **7** |
|  |  | 0 | 0 | -M |  | 0 |  |  |  |
| - |  |  | 1 | 1/3 | 2/3 | 0 | 0 | 0 | **200/3** |  | **0** |
| **1000/3** |  |  | 0 | -2/3 | -5/6 | 0 | 1 | **1/2** | **500/3** |  | **5** |
| - |  |  | 0 | 1/3 | 2/3 | 1 | 0 | 0 | **500/3** |  | **7** |
|  |  |  | 0 | -1 | 1/2 | 0 | 0 | **1/2** |  |
| **100** |  |  | 1 | 1/3 | **2/3** | 0 | 0 | 0 | **200/3** |  | **0** |
| - |  |  | 0 | -4/3 | -5/3 | 0 | 2 | 1 | **1000/3** |  | **2** |
| 350 |  |  | 0 | 1/3 | 2/3 | 1 | 0 | 0 | **500/3** |  | **7** |
|  |  |  | 0 | -1/3 | **4/3** | 0 | -1 | 0 |  |
|  |  |  | 3/2 | 1/2 | 1 | 0 | 0 | 0 | **100** |  | **0** |
|  |  |  | 5/2 | -3/6 | 0 | 0 | 2 | 1 | **500** |  | **2** |
|  |  |  | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | **100** |  | **7** |
|  |  |  | -2 | -1 | 0 | 0 | -1 | 0 |  |

**- النموذج المرافق لنموذج البرمجة الخطية:**

يرتبط كل برنامج خطي ذي المتغيرات x1,x2,….,xn ببرنامج آخر ذي المتغيرات y1,y2,…..,ym (حيث أن m عدد الشروط الخطية في البرنامج الأصلي) يدعى بمرافق البرنامج (Dual)، والبرنامج الأصلي يدعى بالأولي Primal وحسب نظريات الترافق والتعريف السابق يجب الأخذ بعين الاعتبار القواعد التالية عند كتابة البرنامج المرافق:

1. مفهوم المرافق يشير إلى أنه يمكن معالجة أي مشكلة تندرج تحت البرمجة الخطية بطريقتين.
2. مرافق المرافق هو البرنامج الأصلي بالنسبة لأية مسألة خطية مدروسة.
3. إذا كانت المشكلة الأصلية هي مشكلة تعظيم فإن المشكلة المرافقة هي مشكلة تدلية و العكس صحيح.
4. يقابل كل متباينة ( متراجحة) في البرنامج الأصلي متغير في البرنامج المرافق بخضع لشرط عدم السلبية.
5. يقابل كل مساواة في البرنامج الأصلي متغير في البرنامج المرافق لا يخضع لشرط عدم السلبية
6. إن مصفوفة معاملات المتغيرات( مصفوفة القيود) في البرنامج المرافق هي منقول مصفوفة معاملات المتغيرات في البرنامج الأصلي و العكس صحيح.
7. القيم الحرة في الطرف الأيمن للقيود في البرنامج الأصلي هي معاملات المتغيرات لدالة الهدف في البرنامج المرافق والعكس صحيح.
8. يمكن في بعض الأحيان أن يكون من الأسهل اختيار المرافق بدلا من التعامل مع أصله و هذا بسبب تقليل القيود
9. الصفة المرافقة تمثل منظور مختلف عن الأصلي لكن هو منظور مكمل له.

مثال6:

ينتج مصنع ما نوعين من المواد يتطلب إنتاج وحدة من الصنف الأول 3سا عمل و4 وحدات من المادة الأولية، ويتطلب إنتاج وحدة من الصنف الثاني 5سا عمل ووحدتين من المادة الأولية وإذا علمنا أن الأرباح العائدة من هذين الصنفين هي 10 و8 ون لكل وحدة وأن امكانيات المصنع الأسبوعية هي 109 ساعة عمل و80 وحدة من المادة الأولية

المطلوب: أوجد نموذج البرمجة الخطية الذي يحدد لنا مخطط الإنتاج الأمثلي ( تعظيم الربح)

المشكل المرافق:

يريد رجل أعمال شراء أو كراء إمكانيات المصنع من ساعات العمل ومن المواد الأولية التي هي على التوالي 109و80. فبالتالي صاحب المعمل ورجل الأعمال يريدان تقدير السعر الوحدي لكل من استعمال ساعة العمل ووحدة من المادة الأولية

إذن رجل الأعمال يبحث عن و التي تدني إلى أقصى حد تكاليفه.

 ,

صاحب المصنع بدوره يبحث عن ، حيث أنها تمكن من الحصول على ربح يكون على الأقل يعادل الربح الناجم عن إنتاج النوعين من الموارد.

حالات خاصة:

1. المشكل الأصلي هو مشكل تعظيم:
* حالة وجود قيود من الشكل أكبر أو يساوي:

نضرب القيد الثاني في (-1) لتغيير الإشارة أكبر أو يساوي إلى أصغر أو يساوي ليصبح النموذج على الشكل التالي:

و من ثم وصوله إلى النموذج المرافق:

نلاحظ بأن معاملات دالة الهدف للمرافق ليست تلك الموجودة في الجانب الأيمن للبرنامج الأصلي بحيث لدينا (10) و (-3) في مكان 10 و3.

للحصول على نفس المعادلات نجري بعض التغيرات على المتغيرات فتجعل=

و نستبدل ب في البرنامج المرافق ليصبح لدينا:

*إذن القيد أكبر أو يساوي يقابل متغير مرافق أصغر أو يساوي الصفر، في البرنامج المرافق.*

*حالة وجود قيد على شكل يساوي:*

£

نحول القيد الثالث إلى الشكل £ و³. ثم نحول القيد من الشكل £ إلى الشكل ³.

=+

£10

£5

نحول هذا النموذج إلى النموذج المرافق:

نلاحظ أنه لدينا أربع متغيرات في النموذج المرافق و لدينا إلا 3 قيود في النموذج الأصلي و بالتالي نضع ليصبح النموذج المرافق:

³5

*إذن القيد من الشكل يساوي يقابله متغير مرافق حر.*

***- تحليل الحساسية: ( تحليل الأمثلية)***

*1 تعريف:*

*يعتبر تحليل الحساسية أحد مزايا طريقة السيمبلكس وغير متاحة بالنسبة للطرق الأخرى، يهتم هذا الأسلوب بدراسة مدى صلاحية الحل ، ومدى تأثره بالتغيرات التي يتوقع حدوثها في النموذج سواء فيما يتعلق بالمدى القصير أو بالمدى الطويل، وذلك انطلاقا من الجدول الأخير المتضمن الحل الأمثل، ودون الرجوع لحل المسألة من جديد*

*2-6-2- التغيرات التي يتناولها تحليل الحساسية:*

*إن متخذ القرار في المؤسسة لا يمنكنه أن يأخذ الحل الأمثل لأي نموذج من نماذج البرمجة الخطية بصفة مطلقة، نظرا لما قد يحدث من ظروف تغير من أمثلته، لهذا لا بد من معرفة ما هي التغيرات الممكنة، و التي يحتمل حدوثها في النموذج أو إلى أي مدى يكون الحل الأمثل الذي توصل إليه صالحا في ظل هذه التغيرات؟*

*توجد فينموذج البرمجة الخطية الكثير من المعطيات التي تؤثر على أمثلية الحل، فالتغيرات التي قد تحدث إما أن يكون في حالة الهدف أو في القيود الأساسية، فبالنسبة لهذه الأخيرة هناك متغيرية يحتمل تغيير أحدهما أو كلاهما، وهما إما الشطر الأول و الذي يمثل المعاملات التقنية للمسألة وهي تلك المتعلقة بمعايير استهلاك أو استخدام الموارد المتحة في المؤسسة وهذا التغيير مرتبط إلى حد ما مستوى التطور التكنولوجي في العملية الإنتاجية، أو الشطر الثاني من القيود و المتمثل في الموارد المتاحة في المؤسسة أو الظروف التي يتحقق في ظلها الهدف.*

1. *حالة تغير معاملات دالة الهدف:*

*إن دراسة أمثلية الحل في هذه الحالة ينصب على تحديد المجالات التي تتغير منها معاملات دالة الهدف بحيث لا يؤثر على الحل الأمثل ويبقى هذا الحل صالحا.*

*مثال7:*

*تقوم إحدى المؤسسات الإنتاجية بتصنيع نوعين من لعب الأطفال (b,a) لإنتاج الوحدة الواحدة من اليوم (a) يتطلب استعمال وحدتي قياس (2) من مادة البلاستيك كمادة أولية، كما أنها تستغرق في ورشة التصنيع 3 ساعات عمل، بينما يتطلب الوحدة الواحدة من النوع(b) وحدة قياس واحدة من المادة الأولية البلاستيك، وتستغرق 6ساعات عمل بورشة التصنيع، تتوقع المؤسسة أن تتحصل على 1000 وحدة قياس خلال السنة من مادة البلاستيك المحصصة لإنتاج هذه المنتجات كما أن طاقة ورشة التصنيع المتاحة خلال هذه الفترة هي 2400 ساعة عمل*

*نقدر المؤسسة أن تحقق ربحا صافيا قدره 20وحدة نقدية للوحدة من النوع a 30 وحدة نقدية من النوع b.*

*ما هو مخطط الإنتاج الأمثلي الذي يمكن المؤسسة من تحقيق أكبر ربح ممكن:*

جدول الحل الأمثل:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 20 30 0 0 | B | B |  |
|   |
| 1 0 + - 0 1 - |  400200 |  | 2030 |
| 0 0 - | - |

لنفتض أنه حدث تغيير في الربح في الوحدة الواحدة من النوع A بمقدار بالزيادة أو النقصان فما هي المجالات التي يتغير فيها الربح هذا المنتوج حتى يبقى الحل الأمثل صالحا؟

يتم استبدال ربح النوع A (20) بـ () في الجدول الأخير من السمبلكس ونلاحظ التغيرات التي تطرأ.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 20+ 30 0 0 | B | B |  |
|   |
| 1 0 + - 0 1 - |  400200 |  | 20+30 |
|  0 0 - | - |

من المفروض أنه حتى يكون الحل أمثلا يجب أن تكون كل القيم أصغر أو يساوي الصفر. وبالتالي نضع:

اذن:

هذا معناه أن ربح النوع a يمكن أن يتغير في المجال بدون أن يتغير الحل الأمثل.