



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen**

**Faculté de Technologie**



**Département du Génie Electrique et Electronique**

**Domaine : Science et Technologies**

LMD : 2 Année –Master Instrumentation électronique  
Semestre 3

# **Cours**

## **Fiabilité et maintenance des systèmes électroniques**

**Hassan BENARIBA**

**Année universitaire 2020/2021**

## AVANT PROPOS

Ce polycopié de Fiabilité et maintenance des systèmes électroniques s'adresse surtout aux étudiants de master de l'option électronique poursuivant leur formation à la faculté de Technologie.

Il permet de connaître les concepts de base en maintenance et les différentes stratégies et techniques qui sont mises en œuvre pour permettre à une utilisation optimale des machines dans une installation industrielle.

Il s'intéresse essentiellement à l'analyse de la fiabilité qui est un concept très important dans l'étude de la sûreté de fonctionnement des systèmes. L'évaluation et l'amélioration de la fiabilité permettra une bonne maîtrise de toutes les sources de défaillance ainsi qu'une diminution des charges de maintenance par optimisation des stocks et d'approvisionnement.

**Dr. Hassan BENARIBA**  
Département de Génie Electrique et Electronique  
Faculté de Technologie  
Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –

*Avril 2021*

# Table de matière

Introduction générale.....	2
----------------------------	---

## Chapitre I : Définition des principaux concepts de la maintenance

I.1. Terotechnologie.....	4
I.2. Maintenance.....	4
I.3. Entretien ou maintenance.....	4
I.4 Réparation ou dépannage .....	5
I.4.1. dépannage .....	5
I.4.2. Réparation .....	5
I.4.3. Diagnostic .....	5
I.4.4. Durée de vie.....	5
I.5. Défaillance ou panne.....	6
I.5.1. Classification des défaillances.....	6
I.6. Sûreté de fonctionnement.....	6
I.6.1. Concept de fiabilité.....	7
I.6.1.1 Définition.....	7
I.6.1.2 Calcul de fiabilité.....	9
I.6.2. Concept de maintenabilité.....	9
I.6.3. Concept de disponibilité.....	10
I.7. Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur (GMAO).....	10
I.7.1. Caractéristiques Techniques.....	11
I.7.2. Principaux éditeurs spécialistes en GMAO.....	11

## Chapitre II : Modèle de base de probabilité

II.1. Analyse combinatoire.....	13
II.1.1. Arrangements.....	13
II.1.2. Permutations.....	14
II.1.3. Combinaisons.....	15
II.1.4. Principe de multiplication.....	16
II.2. Théorie des probabilités.....	16
II.2.1. Quelques exemples.....	17
II.2.2. Ensembles et évènements.....	17
II.2.3. Notions de base de probabilité.....	19
II.2.4. Equiprobabilité.....	20
II.2.5. Probabilités conditionnelles.....	21

## Chapitre III : Application à la fiabilité des théorèmes de probabilités

III.1. Variable aléatoire.....	25
III.2. Fonction défaillance et Fonction de Fiabilité.....	25
III.2.1. Fonction de densité $f(t)$ .....	25
III.2.2. Fonction de distribution $F(t)$ .....	26
III.2.3. Fonction de distribution $R(t)$ .....	26
III.2.4. Taux de défaillance instantané.....	27
III.2.5. Temps moyen de bon fonctionnement.....	28
III.3. Lois de probabilité utilisées en fiabilité.....	28
III.3.1. Lois de probabilité continues.....	28

III.3.2. Lois de probabilité discrètes.....	29
III.3.3. Loi exponentielle.....	29
III.3.4. Loi de Weibull.....	30
III.3.5. Loi binomiale.....	32
III.3.6. Loi de Poisson.....	33
III.3.7. Fiabilité des systèmes multi-composants.....	33
III.3.7.1. Méthode « Reliability Block Diagram RBD » .....	33
III.3.7.2. Arbre de défaillances.....	38
III.4. Exercice d'application.....	40

## **Chapitre IV : Gestion de stocks en maintenance**

IV.1. Définition de stock en maintenance.....	43
IV.2. Gestion stock en maintenance.....	43
IV.2.1. Tâches administratives de la gestion des stocks.....	43
IV.2.2. Analyse des stocks.....	45
IV.2.3. Coût du stock.....	48

## **Chapitre V : Politiques de maintenance**

V.1. Définition de la stratégie de maintenance.....	52
V.2. Stratégies (types) de la maintenance.....	52
V.3. Maintenance corrective.....	53
V.3.1. Phases de la maintenance corrective.....	53
V.3.2. Types de maintenance corrective.....	53
V.4. Maintenance préventive.....	54
V.4.1. Types de Maintenance préventive.....	55
V.4.2. Opérations de la maintenance préventive.....	57
V.5. Choix d'une politique de maintenance.....	57
V.6. Niveaux de maintenance.....	58
V.6.1. Niveau 1.....	58
V.6.2. Niveau 2.....	58
V.6.3. Niveau 3.....	59
V.6.4. Niveau 4.....	59
V.6.5. Niveau 5.....	59

Références Bibliographiques.....	60
----------------------------------	----

## **INTRODUCTION GENERALE**

La sûreté de fonctionnement souvent appelé étude FMD (fiabilité, maintenabilité et disponibilité) est une des préoccupations majeures des responsables de l'exploitation de systèmes industriels complexes pour répondre aux exigences opérationnelles et réglementaires.

Ces exigences visent à définir les stratégies (ou politiques) de maintenance afin d'assurer à un degré appréciable et avancé la disponibilité quasi permanente des équipements industriels de production à des prix toniques et s'orienter vers le défi zéro panne et zéro stock de pièces de rechange.

La disponibilité des systèmes ne peut être assurée qu'à travers, un contrôle du système, une surveillance permanente et une estimation de la fiabilité de l'ensemble des composants du système.

La fiabilité est souvent définie comme "la science des défaillances". Elle est souvent utilisée pour évaluer la durée de vie d'un composant. L'étude de cette fiabilité ne peut se faire qu'en utilisant des méthodes de modélisation.

La modélisation ou le calcul de la fiabilité est une tâche très compliquée. Il est conditionné par le choix convenable d'une loi de fiabilité décrivant le comportement des différents composants constituant une entité.

En fonction de la complexité du système, on peut diviser les méthodes de calcul de fiabilité en méthodes qui donnent des résultats exacts et des méthodes qui donnent des résultats approchés. D'autre part, il faut bien sûr être vigilant à ne pas réduire trop rapidement un problème de fiabilité à des calculs bruts de probabilité et de statistique et de se rappeler en permanence que ces nombres en question traduisent une réalité physique et technologique vaste et complexe.

De nombreux industriels travaillent à l'évaluation et l'amélioration de la fiabilité de leurs produits au cours de leur cycle de développement, de la conception à la mise en service (conception, fabrication et exploitation) afin de développer leurs connaissances sur le rapport Coût/Fiabilité et maîtriser les sources de défaillance.

## **CHAPITRE I :**

### **DEFINITION DES PRINCIPAUX CONCEPTS DE LA MAINTENANCE**

Le maintien des équipements de production est un enjeu clé pour la productivité des usines aussi bien que pour la qualité des produits.

Le but d'une entreprise est, avant tout est d'augmenter la productivité pour satisfaire les besoins du marché dans des conditions de **coût de revient** et de **qualité** déterminés en optimisant les ressources de l'entreprise. Ceci nécessite des moyens de production automatisés ainsi qu'un personnel qualifié adapté avec les nouvelles technologies.

### I.1. Terotechnologie

La terotechnologie est la technologie d'installation, de mise en service, d'entretien, de remplacement et d'enlèvement des machines et équipements de l'usine, de la transmission vers l'exploitation et la conception de celles-ci, ainsi que sur les sujets et pratiques connexes.

La terotechnologie est la maintenance des actifs de manière optimale. C'est la combinaison de la gestion, de la finance, de l'ingénierie et d'autres pratiques appliquées aux biens physiques tels que les installations, les machines, l'équipement, les bâtiments et les structures dans la poursuite des coûts économiques du cycle de vie.

Il s'intéresse à la fiabilité et à la durabilité des actifs physiques et prend également en compte les processus d'installation, de mise en service, d'exploitation, de maintenance, de modification et de remplacement.

### I.2. Maintenance

D'après Larousse: La maintenance est l'ensemble de tous ce qui permet de maintenir ou de rétablir un système en état de fonctionnement.

D'après L'Association française de Normalisation (AFNOR X 60-010-1994) [1]

**« Ensemble des activités destinées à maintenir ou à rétablir un bien dans un état ou dans des conditions données de sûreté de fonctionnement, pour accomplir une fonction requise. Ces activités sont une combinaison d'activités technique, administratives et de management ».**

La maintenance donc contient la notion de «prévention» qui vise à anticiper les pannes et à faire le nécessaire avant que celles-ci ne surviennent ce qui réduit les arrêts de production. Aussi elle contient et la notion de «correction» qui se réalise après la défaillance d'un bien.

### I.3. Entretien ou maintenance

Dans le monde industriel, on trouve parfois une nuance entre « entretien » et « maintenance » En effet, **Entretien**, c'est dépanner et réparer un parc matériel, afin d'assurer la continuité de la production: Entretien donc, c'est subir le matériel. Par contre, **Maintenir**, c'est choisir les moyens de prévenir, de corriger ou de rénover suivant l'usage du matériel, suivant sa criticité économique, afin d'optimiser le coût global de possession. Maintenir, c'est **maîtriser** [2].

Le tableau ci-dessous résumera la différence entre entretien ou maintenance :

ENTRETIEN	MAINTENANCE
Dépanner	Prévenir, optimiser le cout de possession
Subir le matériel	Maitriser
Tâche ingrate : période estivale, improductif	Outils spécifiques : fiabilité, GMAO...
Activité de faible priorité : Faible qualification, responsabilité limitée	Valorisation du métier : Participation aux études, à la conception, l'installation e l'amélioration

**Tableau I.1.** Différence entre entretien et maintenance

## I.4. Réparation ou dépannage

### I.4.1. Dépannage

Le dépannage est une action qui consiste à effectuer la remise en service d'un équipement défaillant, au moins provisoirement, par des moyens simples et rapides, ne nécessitant pas le remplacement de pièces détachées. Un dépannage peut s'accommoder de résultats provisoires et de conditions de réalisation 'hors norme' et dans ce cas sera suivi de réparation.

### I.4.2. Réparation

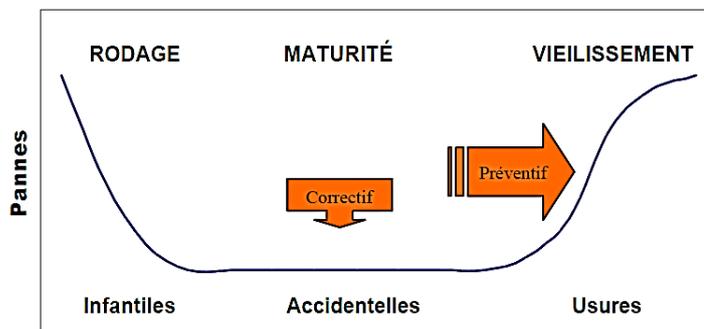
La réparation est une opération qui consiste en la remise en état, de façon durable d'un équipement défaillant ou d'une installation hors service avec des moyens humains et/ou techniques adaptés. L'action de dépannage ou réparation comprend en partie sa défaillance et son diagnostic.

### I.4.3. Diagnostic

Le diagnostic est le raisonnement menant à l'identification de la cause (l'origine) d'une défaillance, à partir de symptômes relevés par des observations, des contrôles ou des tests. Il permet d'apprécier l'état d'usure d'un composant afin de déterminer les opérations de maintenance à exécuter ou la durée de vie restante.

### I.4.4. Durée de vie

La **durée de vie** d'un système est une mesure de la quantité de service rendu. Selon le système étudié, elle s'exprime en termes de temps, de kilomètres, d'heures de fonctionnement ou autre.



**Figure I.1.** Courbe durée de vie [2]

### I.5. Défaillance ou panne

La défaillance est l'altération ou la cessation d'un bien à accomplir sa fonction requise. C'est un passage d'une entité d'un état de fonctionnement normal à un état de fonctionnement anormal ou de panne.

Synonymes usuels non normalisés : « failure » (anglais), dysfonctionnement, dommages, dégâts, anomalies, avaries, incidents, défauts, pannes, détériorations.

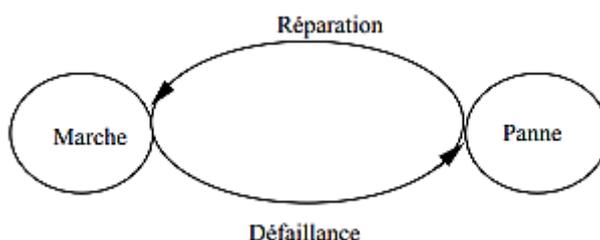
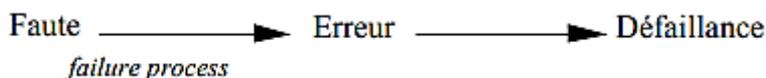


Figure I.2. Panne /Défaillance [2]

Du point de vue système informatique, une défaillance provient d'une erreur dont l'origine est une faute.



La **panne** est un état d'un produit le rendant inapte à accomplir une fonction requise dans des conditions données d'utilisation : c'est un état. Elle résulte généralement d'une défaillance ; néanmoins, elle peut exister sans défaillance préalable. C'est l'ensemble des défaillances des composants.

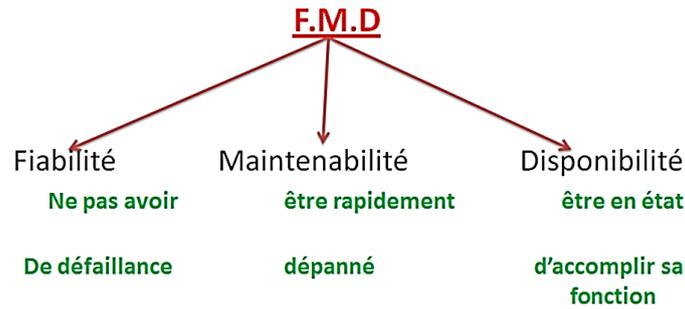
#### I.5.1. Classification des défaillances

Les défaillances peuvent être classées selon différents critères de:

- Rapidité de leur manifestation : défaillance progressive ou soudaine.
- L'amplitude : défaillance partielle ou complète ou intermédiaire,
- L'instant d'apparition dans le cycle de vie du matériel : défaillance précoce, à taux constant ou d'usure,
- L'effet sur le système : défaillance mineure, significative, critique ou catastrophique,
- Les causes des défaillances : causes intrinsèques (mauvaise conception du bien, mauvaise installation du bien, défaillance par usure et par vieillissement), et causes extrinsèques (mauvais emploi, par fausses manœuvres, dues à la maintenance, conséquences d'une autre défaillance)

### I.6. Sûreté de fonctionnement

La sûreté de fonctionnement d'une machine en tenant compte de l'aspect sécurité et les critères visant à éviter un entretien fréquent (difficile et coûteux) se résument en trois points connus sous la notion **F.M.D.** que le concepteur devrait tenir compte lors des études d'engineering [3], [6]:



**Figure I. 3.** Sûreté de fonctionnement FMD [3]

On peut définir trois grandeurs:

1. la fiabilité « reliability » qui mesure la continuité de service;
2. la maintenabilité « maintainability » qui est l'aptitude aux réparations et aux évolutions;
3. la disponibilité « availability » qui est le fait d'être prêt à l'utilisation ;

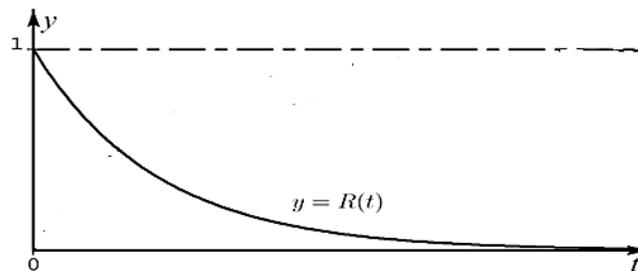
### I.6.1. Concept de fiabilité

#### I.6.1.1. Définition

La fiabilité est une des composantes de la sûreté de fonctionnement. Elle peut être définie comme "la science des défaillances". C'est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise ou à satisfaire les besoins des utilisateurs, dans des conditions données, pendant une durée donnée [4], [5].

La fiabilité s'applique à des systèmes réparable tels que les équipements industriels ou domestiques et aussi à des systèmes non réparables (lampes, composants donc jetables).

Elle se caractérise par sa courbe  $R(t)$  appelée également « loi de survie » ( $R$  : reliability).



**Figure I.4.** Fonction de fiabilité [3]

La fiabilité est caractérisée aussi par son le **taux défaillance**  $\lambda$ , elle est définit comme suit :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (\text{I-1})$$

Le taux de défaillance d'un composant est une fonction du temps. Il donne une fréquence d'occurrence instantanée de défaillance pour un intervalle de temps très court. Cette fréquence d'occurrence instantanée augmente généralement avec le temps [3], [6].

Le taux défaillance  $\lambda$  est définit comme étant l'inverse de temps moyen de bon fonctionnement (MTBF) :

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \quad (I-2)$$

**MTBF** (Mean Time Between Failure) :

Est souvent traduit comme étant la moyenne des temps de bon fonctionnement mais représente la moyenne des temps entre deux défaillances.

Physiquement le MTBF peut être exprimé par le rapport des temps

$$MTBF = \frac{\sum \text{Temps bon fonctionnement entre les (n) pannes}}{\text{nombre de pannes(n)}} \quad (I-3)$$

La durée de bon fonctionnement(TBF) = la durée totale en service - la durée des défaillances

**MTTF** (Mean Time to Failure):

C'est le temps moyen de fonctionnement jusqu'à l'occurrence de la première défaillance :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (I-4)$$

**MUT** (Mean Up Time) :

Il mesure la moyenne des temps de bon fonctionnement après réparation. Supposons que la réparation soit **parfaite**, telle que la condition du système après la réparation est la même que l'état initial ; nous avons alors:  $MUT \approx MTTF$  .

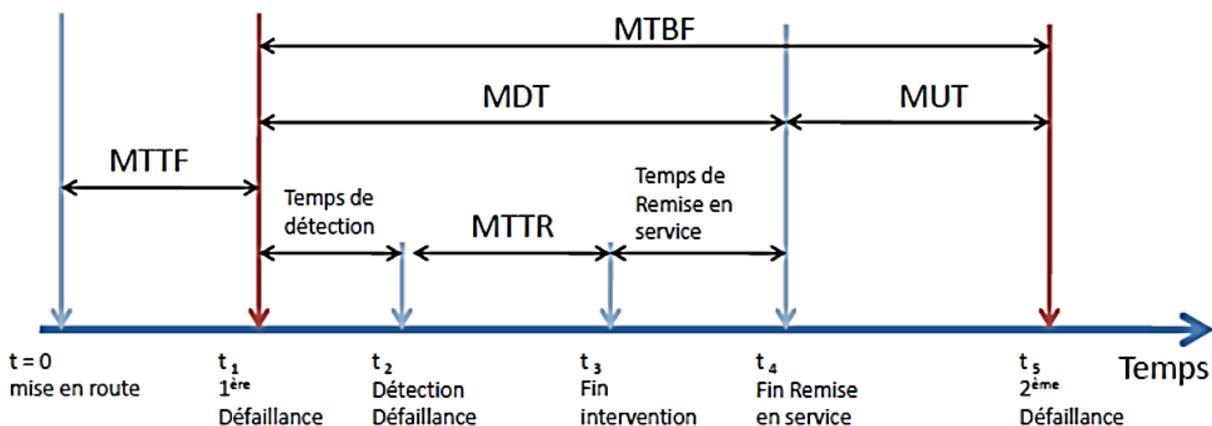
**MDT** (Mean Down Time) ou **TMI** :

C'est le temps moyen d'indisponibilité. La durée d'indisponibilité est la somme des durées de réparation, de détection et de mise en service. Dans certains cas, le temps de détection et le temps de remise en service sont considérés comme négligeables, donc nous avons :  $MDT \approx MTTR$ .

On note que :

$$MTBF = MDT + MUT \approx MTTR + MTTF \quad (I-5)$$

La figure I.3 schématise les états successifs que peut prendre un système réparable.



**Figure I.5.** Les durées caractéristiques de FM [6]

### Remarques

- La MTTF est utilisée dans les systèmes non réparables. Dans ce cas :  $MTTF = MTBF$
- Dans les systèmes réparables, MTTF est un indicateur de qualité.

**Exemple :** un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7 ; 22 ; 8,5 ; 3,5 et 9 heures. Déterminer son MTBF

$$MTBF = \frac{8000 - (22 + 7 + 8.5 + 3.5 + 9)}{5}$$

#### I.6.1.2. Calcul de fiabilité

Le calcul de la fiabilité se fait après l'observation statistique d'une population de biens mis en fonctionnement simultanément. On note alors le nombre de biens défectueux pendant une période donnée, sans remise en état.

La fiabilité se calcule ainsi :

$$R(t) = \frac{\text{Nombre d'équipements encore en fonctionnement normal en fin de période}}{\text{Nombre d'équipement mis en service}} = \frac{N(t)}{N(0)} \quad (\text{I-6})$$

#### I.6.2. Concept de maintenabilité

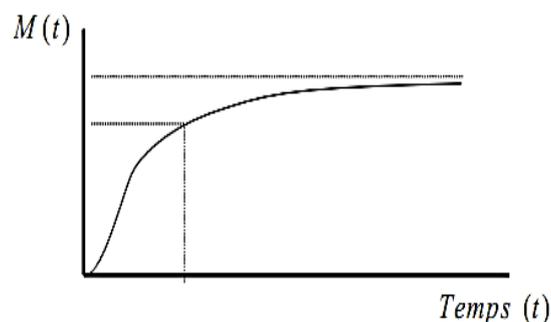
C'est l'aptitude d'un système à être maintenu ou rétabli dans la fonction prévue dans des conditions données. La maintenabilité caractérise la facilité à remettre ou de maintenir un bien en bon état de fonctionnement. Cette notion ne peut s'appliquer qu'à du matériel maintenable, donc réparable.

La maintenabilité d'un équipement dépend de nombreux facteurs :

- ✓ Facteurs liés à l'équipement: documentation, aptitude au démontage, facilité d'utilisation
- ✓ Facteurs liés au constructeur : conception, qualité du service après-vente, facilité d'obtention des pièces de rechange, coût des pièces de rechange
- ✓ Facteurs liés à la maintenance : préparation et formation des personnels moyens adéquats, études d'améliorations

La maintenabilité se caractérise par sa courbe  $M(t)$ . C'est une fonction asymptotique non-décroissante. Elle est définie comme suit [6]:

$$M(t) = 1 - e^{-\mu t} \quad (\text{I-7})$$



**Figure I.6.** Fonction de maintenabilité [6]

$\mu$  est le taux de réparation. Il indique l'aptitude d'un bien à être dépanné et/ou réparé. Il s'obtient par la relation suivante :

$$\mu = \frac{1}{MTTR} \quad (\text{I-8})$$

MTTR : (Mean Time To Repair) ou encore Moyenne des Temps Techniques de Réparation mesure le temps moyen de réparation .Il est donné par :

$$MTTR = \frac{\sum \text{Temps d'intervention pour (n) pannes}}{\text{nombre de pannes(n)}} \quad (\text{I-9})$$

### I.6.3. Concept de disponibilité

C'est la probabilité de bon fonctionnement d'un dispositif à l'instant t. Elle représente le pourcentage de temps pendant lequel une machine est en mesure d'accomplir sa tâche. L'étude de la disponibilité D(t) permet d'optimiser le stock de pièces de rechange, le nombre de réparateurs et l'organisation du service de maintenance.

Pour des systèmes réparables, une quantité fondamentale est la disponibilité. La disponibilité dépend de la combinaison de la fiabilité, de la maintenabilité et de la logistique de maintenance. Elle est définie comme suit:

$$D(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (\text{I-10})$$

La maintenabilité se caractérise par sa courbe D(t). C'est une fonction asymptotique décroissante.

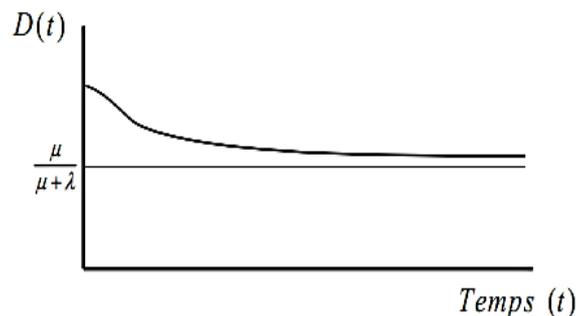


Figure1.7. Fonction de disponibilité [2]

A l'infini, la disponibilité tend vers une valeur fixe tel que :

$$D(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad (\text{I-11})$$

## I.7. Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur (GMAO)

La GMAO est un progiciel de la Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur facilitant la réalisation des missions d'un service maintenance. Ce dernier, cherche à maintenir ou à rétablir un bien (équipement) dans un état spécifié afin que celui-ci soit en mesure d'assurer un service déterminé [1].

Par son intégration au système d'informations de l'entreprise, cet outil est idéal pour toute entreprise qui souhaite gérer de façon optimale son matériel et les activités de maintenance qui en découlent, en utilisant les fonctionnalités de Gestion des équipements, Gestion des stocks, Gestion des achats, ... etc.

La GMAO est indispensable pour:

- Une meilleure gestion de l'ensemble des données.
- L'information saisie est immédiatement consultable sur le réseau.
- Centraliser le stockage de l'information.
- Décentraliser la consultation de l'information.
- Faciliter la gestion des achats de pièces et leur connaissance (caractéristiques techniques) .
- Suivre les dépenses du service.
- Améliorer la communication inter Service.
- Diminuer les valeurs de stocks.
- Réduire les temps d'arrêt de production.
- Meilleure organisation donc moins de stress, donc meilleure efficacité.

### I.7.1. Caractéristiques Techniques

- Langage de programmation:
  - JAVA
    - Système de gestion de base de données relationnelle (SGBDR) :
  - ORACLE.
    - Systèmes d'exploitation (OS):
  - Toutes les plateformes qui intègrent un navigateur Web
    - Plate-forme:
  - JAVA EE

### I.7.2. Principaux éditeurs spécialistes en GMAO

Nom éditeur	Principaux logiciels distribués
<b>Alteva</b>	Mission
<b>Apisoft International</b>	OptiMaint
<b>BCS</b>	AQ Manager
<b>CARL Software</b>	CARL Master, CARL Source
<b>Corim Solutions</b>	Corim
<b>Dimo Maint</b>	AxelMaint, MiniMaint...
<b>DSD System</b>	Altaïr
<b>ITM</b>	MisterMaint
<b>Planon</b>	Sam, SysBio, SamFM
<b>(Site Alpha)</b>	
<b>Siveco Group</b>	Coswin 7i, Coswin Light

Tableau I.2. Quelques éditeurs en GMAO [1]

## **CHAPITRE II :**

### **MODELE DE BASE DE PROBABILITE**

La connaissance de ses méthodes de dénombrement est indispensable au calcul des probabilités qui constituent le fondement des statistiques. On dit qu'un ensemble est dénombrable si on peut numéroter ses éléments pour les compter.

Avant tout dénombrement, il faut s'assurer si, dans la manière de ranger les objets, l'ordre compte ou non, si certains objets sont répétés ou non, si tous les objets sont pris ou non.

Selon les cas, la manière de compter change complètement. Les questions des dénombrements constituent une branche des mathématiques qu'on appelle « **Analyse combinatoire** ».

## II.1. Analyse combinatoire

L'analyse combinatoire comprend un ensemble de méthode qui permet de déterminer le nombre de tous les résultats possible d'une expérience particulière. Ce n'est pas l'énumération de toutes les possibilités (souvent long et fastidieux) mais bien le **dénombrement** de celle-ci par un calcul. Les méthodes de dénombrement se classeront selon 3 catégories [7]:

- les permutations
- les arrangements
- les combinaisons

### II.1.1. Arrangements

On dispose de  $n$  objets :

On appelle arrangement sans répétition une disposition ordonnée de  $p$  éléments distincts choisis parmi les  $n$ . ( $1 \leq p \leq n$ )

On note  $A_p^n$  le nombre d'arrangements possibles.

• Un élément quelconque ne figurant qu'une seule fois dans cette disposition. On parle de tirage **sans remise**.

$n$  le nombre d'arrangements possibles.

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!} \quad 1 \leq p \leq n \quad (\text{II-1})$$

Avec :

$n!$  ( $n$  factorielle) =  $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

De plus, on posera par convention  $0! = 1$

#### Exemple

Combien de mots de 2 lettres peut-on former avec les 3 lettres A, B et C si on utilise chaque lettre une seule fois ?

Solution:

A, B, C  $\longrightarrow$  AB, AC, BA, BC, CA, CB

C'est un arrangement d'ordre 2 ( $p=2$ ) des 3 lettres ( $n=3$ ): A, B, C

$$A_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$$

**Remarque :**

- Si  $n < p$ , alors  $A_p^n = 0$
- $A_n^n = n!$
- Deux arrangements de  $p$  objets sont **distincts** s'ils diffèrent par la nature des objets qui les composent ou par leur ordre dans la suite.
  
- **Arrangements avec répétition**

Un arrangement de  $n$  objets  $p$  à  $p$  avec répétition est un arrangement où chaque objet peut être répété jusqu'à  $p$  de fois. On parle de tirage avec remise

$$A_p^n = n^p \quad (\text{II-2})$$

**Exemple**

Combien de mots de 10 lettres peut-on former avec les 26 lettres de l'alphabet si on peut réutiliser les lettres ?

**Solution :**

A chaque position (1 à 10) on peut mettre 26 lettres différentes

$26 \cdot 26 = 26^{10}$ , donc c'est un arrangement de 26 lettres 10 à 10 avec répétition.

### II.1.2. Permutations

Une permutation de  $n$  objets est un ensemble ordonné de ces  $n$  objets.

Les permutations de  $n$  objets constituent un cas particulier des arrangements (c'est-à-dire, où  $n=p$ )

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n! \quad (\text{II-3})$$

**Exemple**

Dans un groupe il y a 10 hommes, 8 femmes et 7 enfants. De combien de manières différentes peut-on les placer sur une ligne s'ils peuvent se placer librement ?

**Solution :**

On considère les individus comme étant tous discernables, nous sommes dans le cas d'une permutation de  $10+8+7=25$  éléments, le résultat est :

$$P_{25} = 25!$$

- **Permutation avec répétition**

Il arrive que parmi les  $n$  objets dont on cherche le nombre de permutation, certains d'entre eux, au nombre de  $r$  par exemple soient tous semblables. Auquel cas, rien ne distingue les permutations de ces  $r$  objets entre eux.

$$P_{n(r)} = \frac{P_n}{P_r} = \frac{n!}{r!} \quad (\text{II-4})$$

**Exemple**

Combien de permutations distinctes peut-on former avec toutes les lettres du mot : sociologique ?

Solution :

$$P_{12(3,2)} = \frac{P_n}{P_r} = \frac{12!}{3! \cdot 2!} = 39916800$$

### II.1.3. Combinaisons

On appelle combinaison de  $p$  éléments parmi ( $n \geq p$ ), tous ensemble que l'on peut former en choisissant  $p$  de ces éléments, **sans considération d'ordre**.

-Deux combinaisons distinctes diffèrent donc par la nature d'au moins un élément.

On note  $C_p^n$  le nombre de combinaison possible

$$C_p^n = \frac{A_p^n}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (\text{II-5})$$

**Exemple**

De combien de manières peut-on réaliser un circuit électronique composé de 3 résistances si l'on dispose de 7 résistance.

Solution :

On choisit dans le désordre 3 résistances parmi 7 :

$$C_3^7 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35$$

**Remarques:**

- Une combinaison est caractérisée uniquement par le choix des objets.
- Une combinaison n'est pas caractérisée par l'ordre des objets. L'équipe {1 ; 2} ne diffère pas de l'équipe {2 ; 1}

- **Combinaisons avec répétitions**

Un tel type de combinaison se ramène à un choix non ordonné ou un élément peut apparaître plusieurs fois. Le nombre de combinaisons de  $r$  objets choisis parmi  $n$ , le même objet pouvant être répété, est

$$C_r^m = C_r^{n+r-1} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!} \quad (\text{II-6})$$

Dans ce cas, le nombre d'objets choisis peut très bien être plus grand que  $n$ , il n'y a pas de limite pour  $r$ .

**Exemple**

Le nombre de groupes de 3 lettres, avec répétition que l'on peut former avec les 4 lettres A,B ,C et D est :

$$C_r^m = C_3^{4+3-1} = C_3^6 = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

**II.1.4. Principe de multiplication**

Il permet de compter le nombre de résultats d'expériences qui peuvent se décomposer en une succession de sous-expériences.

Le principe de multiplication suppose qu'une expérience est la succession de  $m$  succession de sous-expériences. Si la  $i$  ème expérience a  $n_i$  résultats possibles pour  $i=1, \dots, m$ , alors le nombre total de résultats possibles de l'expérience globale est :

$$n = \prod_{i=1}^m n_i = n_1 n_2 \dots n_m \quad (\text{II-7})$$

**Exemple**

De combien de manières peut-on réaliser un circuit électronique composé de 3 résistances et 2 condensateurs si l'on dispose de 7 résistance et de 5 condensateurs.

**Solution :**

Il y a  $C_3^7$  combinaisons possibles de choisir trois résistances et  $C_2^5$  combinaisons possibles de choisir deux condensateurs.

En appliquant le principe fondamental de dénombrement (principe de de multiplication), on a :

$$C_3^7 \cdot C_2^5 = 350 \text{ possibilités.}$$

## II.2. Théorie des probabilités

La théorie des probabilités fournit des modèles mathématiques permettant l'étude d'expériences ou de phénomènes dont le résultat **ne peut** être prévu avec une **totale certitude** (soumis au hasard). Elle permet de modéliser la fréquence de réalisation d'« évènements » aléatoires [8],[9].

### II.2.1. Quelques exemples

Expérience	Résultat observable
Lancer d'un dé	Un entier $k \in \{1, \dots, 6\}$
Prélèvement de $n$ objets en sortie d'une chaîne de production	Nombre d'objets défectueux dans l'échantillon
Lancer d'une pièce jusqu'à la première obtention de pile	Un entier $k \in \mathbb{N}$ : le temps d'attente du premier succès
Mise en service d'une ampoule	Durée de vie $T \in \mathbb{R}$

**Tableau II.1.** Exemples de phénomènes aléatoires [8]

### II.2.2. Ensembles et évènements

- **Définitions**

- Une expérience aléatoire  $\varepsilon$  est une expérience qui répétée dans des conditions apparemment identiques peut conduire à des résultats différents.

- L'ensemble des résultats possibles ou *événements élémentaires* issus d'une expérience aléatoire s'appelle l'ensemble fondamental (ou référentiel, univers des possibles) et sera noté  $\Omega$

- Un événement est une partie  $A$  (sous ensemble) de l'ensemble fondamental  $\Omega$ . C'est un ensemble de réalisations (par exemple, celles qui vérifient une certaine condition).

L'ensemble des événements est donc l'ensemble  $\mathcal{P}(\Omega)$  des parties (ou sous-ensembles) de  $\Omega$ .

- **Quelques Vocabulaire ensembliste**

- Ensemble  $\mathcal{P}(\Omega)$  des parties de  $\Omega$  : ensemble constitué de tous les sous-ensembles (parties) de  $\Omega$

- Evènement aléatoire : une partie (sous-ensemble) de  $\Omega$  qui peut ou non se réaliser suivant l'issue de l'expérience  $\varepsilon$ .

- Réalisation d'un évènement :

Soit  $A$  un évènement de  $\Omega$ . Soit  $\omega$  le résultat de l'expérience

$A$  se réalise  $\Leftrightarrow \omega \in A$

- $A = \Omega$  se réalise toujours. On l'appelle événement certain
- $A = \emptyset$  ne se réalise jamais. On l'appelle événement impossible
- $A = \{\omega\}$  s'appelle événement élémentaire

### Exemple

Si  $\Omega = \{a, b, c\}$ ,  $\mathcal{P}(\Omega)$  a 8 éléments qui sont

- ✓ L'ensemble vide :  $\emptyset$
- ✓ Les parties à un élément :  $\{a\}, \{b\}, \{c\}$
- ✓ Les parties à deux éléments :  $\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}$
- ✓ Les parties à trois éléments :  $\{a, b, c\} = \Omega$

### • Opérations sur les événements

Les opérations logiques sur les événements : « et », « ou », « négation » se traduisent par des opérations ensemblistes : intersection, réunion, passage au complémentaire [9].

- **Complémentaire de A** : événement constitué des résultats élémentaires de  $\Omega$  qui ne sont pas dans  $A$ . Soit  $\omega$  le résultat de l'expérience :

$$\bar{A} = \{\omega \in \Omega, \omega \notin A\} \quad (\text{II-8})$$

( $\bar{A}$  se réalise ssi  $A$  ne réalise pas: non  $A$ )

- **Réunion de A et B** : événement constitué des résultats élémentaires de  $\Omega$  qui appartiennent à  $A$  ou  $B$  ou aux deux. Soit  $\omega$  le résultat de l'expérience :

$$A \cup B = \{\omega \in \Omega, \omega \in A \text{ ou } \omega \in B\} \quad (\text{II-9})$$

- **Intersection de A et B** : événement constitué des résultats élémentaires de  $\Omega$  qui appartiennent à la fois à  $A$  et à  $B$ . Soit  $\omega$  le résultat de l'expérience :

$$A \cap B = \{\omega \in \Omega, \omega \in A \text{ et } \omega \in B\} \quad (\text{II-10})$$

- **Inclusion** :  $A$  est inclus dans  $B$  ssi tout élément  $A$  appartient à  $B$  :

$$A \subset B \Leftrightarrow \{\omega \in A \Rightarrow \omega \in B\} \quad (\text{II-11})$$

- **Disjonction ou incompatibilité** :  $A$  et  $B$  sont disjoints ssi  $A$  et  $B$  n'ont pas d'éléments communs :

$$A \text{ et } B \text{ disjoints} \Leftrightarrow \{A \cap B = \emptyset\} \quad (\text{II-12})$$

### Exemple

-On lance simultanément deux dés cubiques discernables. L'ensemble des résultats est alors l'ensemble des couples d'entiers compris entre 1 et 6 :

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

-Déterminer la représentation de l'évènement : « la somme des points est supérieure ou égale à 10 »

### Solution

L'évènement  $A$  : « la somme des points est supérieure ou égale à 10 » est représenté par :

$$A = \{(6,4), (5,5), (4,6), (6,5), (5,6), (6,6)\}$$

### Remarque

Les opérations logiques sur les événements peuvent bien sûr faire intervenir plus de deux événements. Ainsi, si  $A_1, \dots, A_n$  sont des événements,

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \dots \cup A_n \quad (\text{II-13})$$

Est l'ensemble des  $\omega$  qui sont dans l'un au moins des  $A_i$ . C'est donc l'événement « réalisation de l'un au moins des  $A_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) »

De même pour :

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n \quad (\text{II-14})$$

C'est l'ensemble des  $\omega$  qui sont dans tous les  $A_i$ . C'est donc l'événement « réalisation de chacun des  $A_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) ».

Ces opérations logiques sur des suites d'événements sont très utiles pour analyser des événements complexes à l'aide d'événements plus simples et ainsi pour calculer plus tard, des probabilités.

### II.2.3. Notions de base de probabilité

La probabilité est une quantité indiquant, sous forme de fraction ou de pourcentage, le nombre de chances qu'à un événement de se produire sur un nombre total d'essais ou de tentatives [1].

#### • Définition

Une **probabilité** sur  $\Omega$  est une application  $P : \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$ , définie sur les événements, telle que :

1.  $P(\Omega) = 1$
2. pour toute suite  $A_n$  d'événements disjoints deux à deux

$$P(\bigcup_n A_n) = \sum_n P(A_n) \quad (\text{II-15})$$

Si un événement  $A$  vérifié  $P(A) = 0$ , on dit que  $A$  est **négligeable** ; et si  $P(A) = 1$ , on dit que  $A$  est **presque sûr**, ou que  $A$  a lieu presque sûrement.

#### • Propriétés

- $P(\emptyset) = 0$
- Pour tout événement  $A$ ,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Si  $A \subset B$ , alors  $P(A) \leq P(B)$
- Pour tous événements  $A$  et  $B$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

### II.2.4. Equiprobabilité

On suppose que  $\text{Card } \Omega = n$ , avec  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$

#### Définition

La probabilité uniforme sur  $\Omega$  (ou distribution équiprobable) est la probabilité  $P$  définie par : pour tout  $A = \{\omega_{i_1}, \omega_{i_2}, \dots, \omega_{i_k}\} \subset \Omega$  [10].

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{Card } A}{\text{Card } \Omega} \quad (\text{II-16})$$

Autrement dit, 
$$P(\text{événement}) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} \quad (\text{II-17})$$

#### Exemple 1

Soit l'expérience  $\varepsilon$  : "jet de deux pièces monnaie distinguables"

$\Omega = \{(P, P), (P, F), (F, P), (F, F)\}$  est équiprobable. Soit  $A =$  "On obtient au moins une fois P (pile)

$A = \{(P, P), (P, F), (F, P)\}$

Donc 
$$P(A) = \frac{3}{4}$$

#### Exemple 2

De 25 calculatrices, 5 ont un défaut. On en choisit 4 de manière aléatoire. Quelle est la probabilité qu'aucune des 4 calculatrices ne soit défectueuse ?

L'ensemble fondamental compte  $C_4^{25} = 12650$  possibilités de choisir 4 machines parmi 25. La cardinalité de l'événement "tirer 4 calculatrices non défectueuses" est de  $C_4^{20} = 4845$

$$P(\text{machines non défectueuses}) = \frac{C_4^{20}}{C_4^{25}} = \frac{4845}{12650} = 0,3830$$

#### Exemple 3

Une télé fabriquée en très grande série peut être défectueuse à cause de deux défauts différents désignés par A et B, 10% des appareils ont le défaut A, 8% ont le défaut B et 4% les deux défauts simultanément.

Un client achète l'un des appareils produits.

- Quelle est la probabilité que l'appareil soit sans défaut ?
- Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut A ?
- Quelle est la probabilité que l'appareil ne présente que le défaut B ?

#### Solution

$$P(A) = 0.1 ; P(B) = 0.08 ; P(A \cap B) = 0.04$$

- La probabilité de n'avoir "aucune télévision défectueuse" est l'événement complémentaire de  $P(A \cup B)$  qui est : "Une télévision a au moins un défaut",

$$1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - (0.1 + 0.08 - 0.04) = 0.86$$

b) La probabilité de ne présenter que le défaut  $A$  est :

$$P(A) - P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(B) = 0.1 - 0.04 = 0.06$$

c) La probabilité de ne présenter que le défaut  $B$  est :

$$P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A) = 0.08 - 0.04 = 0.04$$

### II.2.5. Probabilités conditionnelles

C'est parmi les concepts les plus importants de la théorie des probabilités. La probabilité conditionnelle permet de prendre en compte l'information dont on dispose (à savoir qu'un évènement  $B$  est réalisé) pour actualiser la probabilité que l'on donne à un évènement  $A$ .

#### • Définition

Soit  $\Omega$  muni d'une probabilité  $P$  et  $A, B \subset \Omega$ . La probabilité conditionnelle de l'évènement  $A$  sachant l'évènement  $B$  est notée  $P(A/B)$  et définie par [10]:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{II-18})$$

Dans certains problèmes, ce sont les probabilités conditionnelles que l'on connaît naturellement et on est amené à utiliser la définition sous la forme :

$$P(A \cap B) = P(A/B)P(B) \quad (\text{II-19})$$

#### Exemple

Pour entretenir en bon état de fonctionnement ses installations de chauffage, une société immobilière fait contrôler les chaudières de son parc de logements pendant l'été.

On sait que 20 % des chaudières sont sous garantie

- Parmi les chaudières sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de 1/100.
- Parmi les chaudières qui ne sont plus sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de 1/10

On appelle  $G$  l'évènement : « la chaudière est sous garantie » ;

On appelle  $D$  l'évènement : « la chaudière est défectueuse ».

1) Calculer la probabilité des évènements suivants :

$A$  : « la chaudière est garantie et est défectueuse » ;

$B$  : « la chaudière est défectueuse ».

2) Dans un logement la chaudière est défectueuse. Montrer que la probabilité qu'elle soit sous garantie est de  $1/41$

Solution

1) Le texte donne :  $P(G)=0.2$     $P(D/G)=0.01$     $P(D/\bar{G})=0.1$

$$P(A)=P(G \cap D) = P(G) \times P(D/G) = 0,2 \times 0,01 = 0,002$$

$$P(B)=P(D) = P(G \cap D) + P(\bar{G} \cap D) = P(G) \times P(D/G) + P(\bar{G}) \times P(D/\bar{G}) = 0,002 + 0,8 \times 0,1 = 0,082$$

Avec  $P(\bar{G}) = 1 - P(G)$

2) On cherche  $P(G/D) = \frac{P(G \cap D)}{P(D)} = \frac{0,002}{0,082} = \frac{1}{41}$

• **Théorème des probabilités totales**

Considérons une partition  $A_1, A_2, \dots, A_n$  de l'ensemble des événements  $\Omega$ , c'est-à-dire  $P(\Omega) = 1$  et  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ ,  $A_i \cap A_j = \emptyset$  pour  $i \neq j$ . Alors :

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n) \quad (\text{II-20})$$

Démonstration

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B \cap \Omega) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_n) \\ &= P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n) \end{aligned}$$

• **Formule de Bayes**

Comme

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ , on a  $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)}$ , la formule de Bayes est :

$$P(A/B) = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)} \quad (\text{II-21})$$

Plus généralement si une partition  $A_1, A_2, \dots, A_n$  de l'ensemble des événements  $\Omega$ , et

$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$     $A_i \cap A_j = \emptyset$  pour  $i \neq j$ . Alors :

$$P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{\sum_j P(B/A_j)P(A_j)} \quad (\text{II-22})$$

- **Événements indépendants**

Soient 2 événements  $A$  et  $B$ . Ils sont indépendants si la réalisation de  $A$  n'affecte pas la réalisation de  $B$ , et inversement. On peut alors écrire [10] :

$$P(A/B) = P(A) \quad (\text{II-23})$$

$$P(B/A) = P(B) \quad (\text{II-24})$$

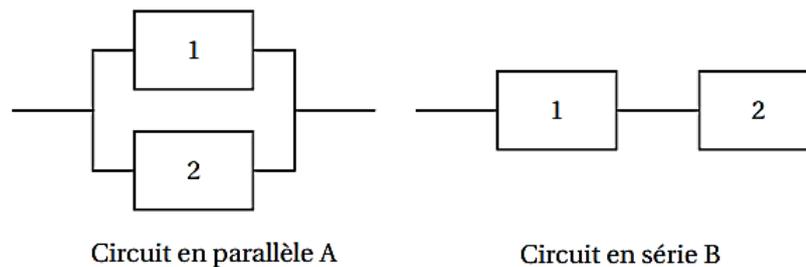
On dit encore que  $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si la probabilité de réalisation simultanée de ces événements est égale au produit de leurs probabilités individuelles :

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (\text{II-25})$$

**Exemple**

Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note  $D_1$  l'évènement « le composant 1 est défaillant avant un an » et on note  $D_2$  l'évènement « le composant 2 est défaillant avant un an ».

On suppose que les deux événements  $D_1$  et  $D_2$  sont indépendants et que  $P(D_1) = P(D_2) = 0,39$ . Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



**Figure II.1.** Circuit électronique à deux composants

1. Lorsque les deux composants sont montés « en parallèle », le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
2. Lorsque les deux composants sont montés « en série », le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

Solution

1. Les événements  $D_1$  et  $D_2$  sont indépendants, donc :

$$P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) \times P(D_2) = 0,39 \times 0,39 = 0,152$$

2. Ici la probabilité est égale à :

$$P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2) = 0,39 + 0,39 - 0,152 = 0,627$$

## **CHAPITRE III :**

### **APPLICATION A LA FIABILITE DES THEOREMES DE PROBABILITES**

Selon la définition de la **commission électrotechnique internationale** (CEI 50191), la fiabilité est la « caractéristique d'un dispositif exprimée par la **probabilité** qu'il accomplisse une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée ». D'un point de vue **probabiliste**, la fiabilité est la probabilité qu'un système soit non défaillant de manière continue pendant l'intervalle de temps  $[0, t]$ . Pour calculer la fiabilité d'un système on doit en premier lieu définir un modèle. Les modèles les plus utilisés dans la littérature sont : les modèles combinatoires, les modèles basés sur les chaînes de Markov, les modèles basés sur les réseaux de Pétri.

On s'intéresse dans cette partie aux modèles combinatoires qui utilisent le diagramme de blocs ou l'arbre de fautes pour le calcul de fiabilité totale du système. Ce calcul sera réalisé à partir d'une analyse quantitative par évaluation des probabilités d'occurrence de défaillances élémentaires.

### III.1. Variable aléatoire

On appelle variable  $X$ , une variable telle qu'à chacune valeur  $x$  de  $X$  on puisse associer une probabilité  $F(x)$ .

$$X : \{x_1, x_2, \dots, \dots, x_i, \dots, x_n\} \Rightarrow F(x_i)$$

Une variable aléatoire peut être :

- **Continu** : Peut prendre n'importe quelle valeur réelle (ensemble des nombres réels) appartenant à un intervalle donnée.

Exemple : intervalle de temps entre deux défaillances consécutives  $(t_1, t_2)$ .

- **Discrète (discontinu)** : Peut prendre n'importe quelle valeur entière (ensemble des nombres naturels).

Exemple : nombre de défaillances d'un composant.

### III.2. Fonction défaillance et Fonction de Fiabilité

#### III.2.1. Fonction de densité $f(t)$

Soit une loi de probabilité relative à une variable aléatoire continue  $t$ . elle est caractérisée par fonction de densité  $f(t)$  (densité de probabilité). Cette fonction peut être obtenue à partir de données de durées de vie du système observées depuis le début de son exploitation [11]. La fonction de densité  $f(t)$  a les propriétés suivantes :

- $f(t) > 0$
- $\int_0^{\infty} f(t). dt = 1$
- $f(t). dt$  exprime la probabilité que le système tombe en panne entre  $t$  et  $t+dt$  :

$$f(t). dt = \text{Prob}\{t < \text{durée de vie} < t + dt\} \quad (\text{III-1})$$

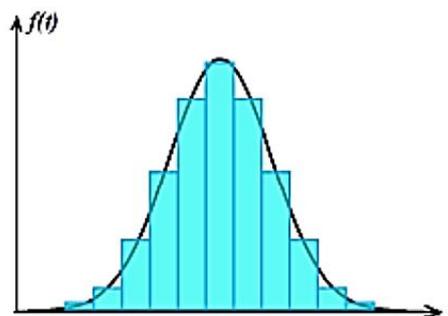
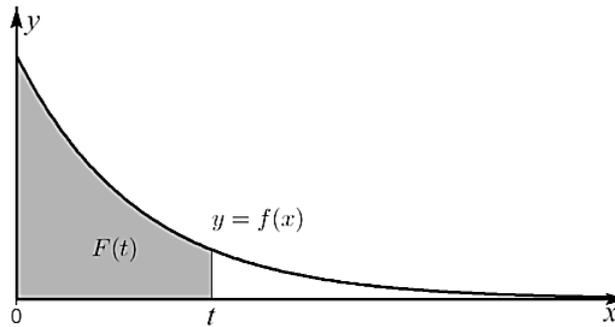


Figure III.1. Densité de probabilité [11]

### III.2.2. Fonction de distribution « $F(t)$ »

Soit  $F(t)$  la fonction de distribution (répartition) associée à la variable aléatoire  $t$  :

$$F(t) = \int_0^t f(t). dt \quad (\text{III-2})$$



**Figure III.2.** Fonction de répartition [6]

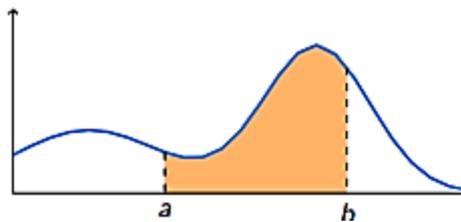
$F(t)$  représente la probabilité qu'un dispositif choisi au hasard ait une défaillance avant l'instant  $t$  :

$$F(t) = \text{Prob}\{0 < \text{durée de vie} < t\} \quad (\text{III-3})$$

#### Propriétés de la Fonction de répartition

- $F(t) \in [0, 1]$  pour tout  $t \in \mathbb{R}$
- $F$  est une fonction croissante.
- $\lim_{t \rightarrow -\infty} F(t) = 0$  et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) = 1$
- Pour tout  $a < b$  dans  $\mathbb{R}$ ,  $F(b) - F(a) = \text{Prob}[a \leq t \leq b] = \int_a^b f(t). dt$

La probabilité  $P(a \leq X \leq b)$  correspond à l'aire du domaine situé sous le graphe de  $f$  entre les abscisses  $a$  et  $b$ .



**Figure III.3.** Probabilité  $P(a \leq X \leq b)$  [11]

### III.2.3. Fonction de distribution « $R(t)$ »

Soit  $R(t)$  la fonction de fiabilité du système

$R(t)$  exprime la probabilité que le système survive jusqu'à l'instant  $t$ .

$$R(t) = \text{Prob}\{\text{durée de vie} \geq t\} \quad (\text{III-4})$$

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(x) \cdot dx = 1 - F(t) \quad (\text{III-5})$$

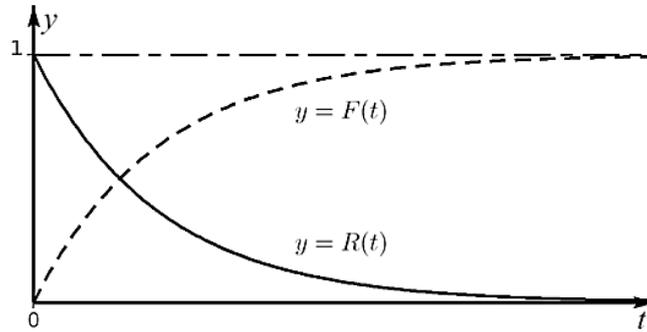


Figure III.4. Fonction de distribution  $R(t)$  [12]

### III.2.4. Taux de défaillance instantané

Pour évaluer la fiabilité d'un système, il est nécessaire de savoir comment il devient défaillant dans le temps : la loi de survie le précise. Le taux de défaillance indique le comportement d'un dispositif d'un âge donné dans le futur immédiat.

Considérons un matériel dont on étudie la fiabilité. Soit  $Z$  la variable aléatoire qui à chaque matériel associe son temps de bon fonctionnement. On choisit un de ces matériels au hasard. Soit les événements[6] :

A : « Le matériel est en état de bon fonctionnement à l'instant  $t$  »

B : « Le matériel est défaillant à l'instant  $t + \Delta t$  » On a alors :

$$p(A) = p(T > t) \quad \text{et} \quad p(B) = p(T \leq t + \Delta t)$$

$$p(A \cap B) = p(t < T < t + \Delta t)$$

$$= F(t + \Delta t) - F(t)$$

$$= (1 - R(t + \Delta t)) - (1 - R(t))$$

$$= R(t) - R(t + \Delta t) \quad (\text{III-6})$$

On en déduit que

$$p(B / A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} \quad (\text{III-7})$$

L'écriture mathématique du taux de défaillance à l'instant  $t$ , noté  $\lambda(t)$  défini sur  $\mathbb{R}$  est la suivante :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} \right) \quad (\text{III-8})$$

Physiquement le terme  $\lambda(t) \cdot \Delta t$  mesure la probabilité qu'une défaillance d'un dispositif se produise dans l'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$  **sachant que** ce dispositif a bien fonctionné jusqu'à l'instant  $t$  :

$$\lambda(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \quad (\text{III-9})$$

La fonction  $\lambda(t)$  est la proportion de pièces défaillantes par unité de temps

Si on veut trouver  $R(t)$ , on est amené à résoudre une équation différentielle du 1er ordre (en supposant  $\lambda$  connu) :

$$\frac{dR(t)}{dt} + \lambda(t)R(t) = 0 \quad (\text{III-10})$$

On alors :

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (\text{III-11})$$

Si  $\lambda(t) = \lambda = \text{constant}$ , alors :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (\text{III-12})$$

### III.2.5. Temps moyen de bon fonctionnement

Le MTBF (Mean Time Between Failure) est souvent traduit comme étant la moyenne des temps de bon fonctionnement mais représente la moyenne des temps entre deux défaillances. En d'autres termes, Il correspond à l'espérance de la durée de vie  $t$

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (\text{III-13})$$

Physiquement le MTBF peut être exprimé par le rapport des temps :

$$MTBF = \frac{\text{Somme des temps de fonctionnement entre les(n) défaillances}}{\text{nombre d'intervention ou nombre de pannes}} \quad (\text{III-14})$$

Si  $\lambda$  est constant :

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{III-15})$$

Par définition le MTBF est la durée de vie moyenne du système.

### III.3. Lois de probabilité utilisées en fiabilité

Une loi de probabilité est un modèle représentant "au mieux", une distribution de **fréquences** d'une variable aléatoire. On distingue deux types : les lois continues et les lois discrètes [6], [11]. Le choix de la loi utilisée pour modéliser la fiabilité dépend de la vitesse de défaillance (constant, accéléré, etc.). Ici, nous vous présentons quelques principales lois de fiabilité.

### III.3.1. Loïs de probabilité continues

Le tableau III.1 résume quelques loïs de probabilités continues :

Loi et Symbole	Densité
Loi Uniforme $U[a,b]$	$f_X(x) = \frac{1}{b-a}$
loi normale $N(\mu, \sigma^2)$	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Loi exponentielle $Exp(\lambda)$	$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$
loi de Weibull $W(\eta, \beta)$	$f_X(x) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$

**Tableau II.1.** Exemples de loïs de probabilités continues [6]

D'autres loïs de probabilité continue peuvent être rajoutées telles que la loi du Khi deux, la loi Gamma, la loi logistique, la loi de Cauch, la loi Bêta, la loi de Fisher ...

### III.3.2. Loïs de probabilité discrètes

Une loi est dite discrète si elle prend ses valeurs dans  $\mathbf{N}$  c'est à dire des valeurs entières comme par exemple celle qui compte le nombre de pannes.

Une liste de loïs discrètes peut être présentée dans le tableau II.2 [1], [6] :

Loi de X	Fonction de probabilité de X
Bernoulli $B(p)$	$P_r(X = k) = p^k(1-p)^{1-k}$
Binomiale $B(n,p)$	$P(k) = P(X = k) = C_k^n p^k(1-p)^{n-k}$
Géométrique $G(p)$	$P_r(X = k) = p^k(1-p)^{1-k}$
Poisson $P(\lambda)$	$p(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

**Tableau II.2.** Exemples de loïs de probabilités discrètes [6]

En raison de la complexité des loïs citées précédemment, nous nous étudierons que celles qui sont largement employées dans le calcul de la fiabilité des systèmes

### III.3.3. Loi exponentielle

Une variable aléatoire  $T$  suit une loi exponentielle de paramètre  $t$  si sa densité de probabilité  $f(t)$  est donnée par :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (\text{III-16})$$

D'où

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (\text{III-17})$$

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t} \quad (\text{III-18})$$

La moyenne des temps de fonctionnement (MTTF) ou de bon fonctionnement (MTBF) un important estimateur de la fiabilité et de la disponibilité des systèmes et se calcul par l'expression :

$$\text{--- } MTTF == MTBF = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{--- } \text{La Variance : } \sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\text{--- } \text{L'espérance : } E(t) = MTBF = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{--- } \text{L'écart type : } \sigma = 1/\lambda.$$

--- La durée de vie associée à un seuil de fiabilité : tirons t de la loi exponentielle :

$$-\lambda \cdot t = \ln R(t) \text{ soit } t = \ln \lambda R(t) \text{ soit } t = (1/\lambda) \ln 1/R(t).$$

La distribution exponentielle s'applique aux systèmes opérants en continu (systèmes électroniques) c'est ce qu'on appelle distribution sans mémoire. Les systèmes complexes ont aussi un  $\lambda(t)$  constant.

### III.3.4. Loi de Weibull

En fiabilité, c'est la plus répandue des lois, utilisées dans plusieurs domaines (électronique, mécanique,...). L'expression loi de Weibull recouvre en fait toute une famille de lois, certaines d'entre elles apparaissant en physique comme conséquence de certaines hypothèses. C'est en particulier, le cas de la loi exponentielle ( $\beta = 1$ ) et de la loi normale ( $\beta = 3$ ) [4], [12].

Sa fonction de fiabilité est :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (\text{III-14})$$

Cette fonction dépend des trois paramètres  $\beta$ ,  $\eta$  et  $\gamma$

- **$\beta$  : paramètre de forme** ( $\beta > 0$ ) : contrôle l'allure globale de la courbe de  $f(t)$ .

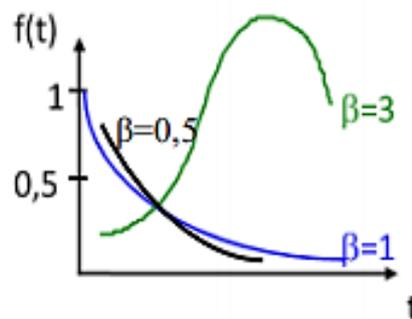


Figure III.5. Densité de Weibull en fonction de  $\beta$  [12]

On distingue trois cas :

**$\beta < 1$**  : phase de jeunesse avec défaillances (généralement des défauts de fabrication ou de montage), le taux de défaillances est décroissant;

$\beta = 1$  : phase de maturité avec défaillances aléatoires. Ce cas particulier correspond au taux de défaillance constant, c'est-à-dire on retrouve la distribution exponentielle,

$\beta > 1$  phase de vieillesse avec apparition d'un mode de défaillance prédominant caractérisé par  $\beta$ . Le taux de défaillance est croissant

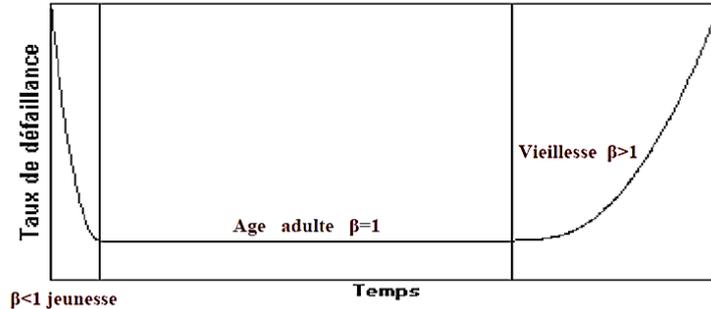


Figure III.6. Taux de défaillances en fonction de  $\beta$  [3]

- **$\eta$  : paramètre d'échelle** ( $\eta > 0$ ), contrôle l'étirement de la distribution sur l'axe des temps. Il correspond à MTBF si  $\beta=1$  et  $\gamma=0$

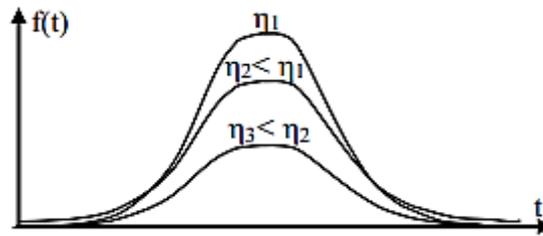


Figure III.7. Densité de Weibull en fonction de  $\eta$  [12]

- **$\gamma$  : paramètre de localisation** : Également nommé paramètre de décalage ou de position, il s'exprime en unité de temps. Il indique une période sans défaillance possible ou la date de l'apparition de défaillance

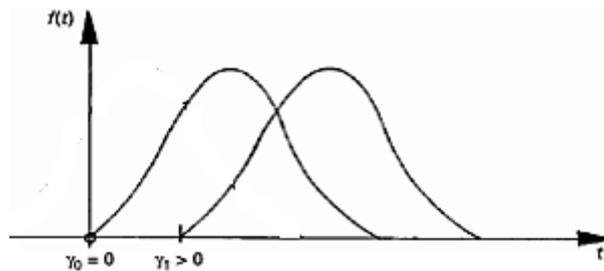


Figure III.8. Densité de Weibull en fonction de  $\gamma$  [12]

La densité de probabilité est exprimée :

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \tag{III-15}$$

Le taux de défaillance est donnée par :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (\text{III-16})$$

La distribution de Weibull est souvent utilisée dans le domaine de l'analyse de la durée de vie car elle caractérise le comportement du système dans les trois phases de vie. Grâce à sa **flexibilité**, elle permet de représenter au moins approximativement une infinité de lois de probabilité.

### III.3.5. Loi binomiale

Si une défaillance a une probabilité ( $P$ ) de survenir, la probabilité de la voir apparaître  $k$  fois en ( $n$ ) essais est [6] :

$$P(k) = P(X = k) = C_k^n p^k (1 - p)^{n-k} \quad (\text{III-17})$$

$P(X = k)$  : Probabilité pour que la défaillance se produise ( $k$ ) fois

$p$  : probabilité pour que la défaillance se produise au cours d'un seul essai.

$C_k^n$  : nombre de combinaisons de ( $k$ ) défaillances pris parmi ( $n$ ) essais

#### Remarques :

1. Un dispositif a une probabilité ( $P$ ) d'être défaillant donc ( $1-P$ ) d'être au bon fonctionnement.
2. Nous sommes en présence d'une loi discrète puisque la variable aléatoire ( $k$ ) ne peut prendre que des valeurs entières.
3. L'espérance mathématique est  $= n \cdot p$
4. La variance  $V(x) = n \cdot p \cdot (1-p)$
5. L'écart type  $E(x) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$

#### Exercice

Huit composants électroniques identiques et indépendants sont mis en service simultanément. La probabilité pour qu'un composant soit encore en fonctionnement au bout d'un an est de 0.7.

Quelle est la probabilité pour qu'au bout d'un an il y ait encore quatre composants en fonctionnement? au moins quatre ?

#### Solution :

Soit la variable aléatoire  $X$  :

$X$  : nombre de composants électroniques encore en service au bout d'un an.

$X$  suit une loi binomiale  $B(8 ; 0.7)$

- 1) On demande  $P(X=4) = C_4^8 0.7^4 (1 - 0.7)^{8-4} = 0.136$
- 2) On demande  $P(X \geq 4) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)]$   
 $= 1 - [0.3^8 + C_1^8 * 0.7 * 0.3^7 + C_2^8 * 0.7^2 * 0.3^6 + C_3^8 * 0.7^3 * 0.3^5] = 0.942$

### III.3.6. Loi de Poisson

Si le nombre moyen d'occurrences dans un intervalle de temps fixé est  $\lambda$ , alors la probabilité qu'il existe exactement  $k$  occurrences ( $k$  étant **un entier naturel**,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) est [6] :

$$p(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (\text{III-18})$$

- $e$  est la base de l'exponentielle ( $e \approx 2,718\dots$ ) ;
- $k!$  est la factorielle de  $k$  ;
- $\lambda$  est un nombre réel strictement positif<sup>1</sup>.

On dit alors que  $X$  suit la loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ , noté  $X \sim \text{Pois}(\lambda)$

Actuellement, on utilise la loi de Poisson beaucoup dans les télécommunications (pour compter le nombre de communications dans un intervalle de temps donné), le contrôle de qualité statistique (nombre de défauts en SPC), la description de certains phénomènes liés à la désintégration radioactive, etc. ...

### III.3.7. Fiabilité des systèmes multi composants

Dans la partie précédente, nous avons étudié la **fiabilité d'un système** à composant unique. Mais lorsque nous travaillons avec des systèmes réels **non réparables** (mécaniques, électroniques ou autres) composés de **plusieurs** composants (**multi composants**), nous sommes confrontés à des contraintes différentes suivant le type de montage que nous avons.

Au contraire du cas d'un système à composant unique, la défaillance du système est la conséquence d'une suite de **défaillance de sous-ensembles** de composants bien définis. Deux méthodes sont utilisées pour évaluer la fiabilité des systèmes multi composants. Les plus fréquemment utilisés sont le diagramme de blocs (**RBD**) et l'arbre de fautes.

#### III.3.7.1. Méthode « Reliability Block Diagram RBD »

La méthode du diagramme de fiabilité est une **représentation graphique** du système et de la fiabilité. Elle a été créée en 1960 dans le domaine de la sécurité. Elle est aussi appelée **méthode du diagramme de succès** (Reliability Block Diagram). Cette méthode s'adapte bien aux systèmes non réparables (simples ou complexes). Mais pour des systèmes réparables, les conditions applicables sont très restrictives [12], [13].

Le système est représenté sous forme d'un **diagramme de blocs**. Chaque bloc représente un composant. Les blocs sont vus comme un switch qui est :

- **fermé** quand le composant est en bon état ;
- **ouvert** quand il est défaillant.

Il y a une entrée et une sortie dans chaque diagramme.

Le système est considéré en bon fonctionnement si un circuit réussit à **traverser le diagramme** de l'entrée à la sortie.

Cette méthode permet la **qualification** de la fiabilité et la disponibilité du système, mais sans signification physique du système.

- **Calcul de fiabilité**

Les deux hypothèses principales de l'étude des systèmes **multi composants** (réels **non réparables**) sont:

- H1. La panne d'un composant est indépendante des autres.
- H2. Pas de pannes arrivant conjointement.

Nous reconnaissons 5 topologies principales dont chaque composant est représenté par un bloc:

— **Topologie série:**

On dit qu'un système est un système série si le bon fonctionnement du système **nécessite** le bon fonctionnement des **tous ses composants** simultanément. C'est-à-dire : un seul des composants est en panne, le système est en panne. La représentation d'un système série en BDC est alors comme son nom : tous les composants sont liés successivement de l'entrée vers la sortie [12], [13].



**Figure III.9.** *Système série [13]*

La **fiabilité du système** est calculée à travers la probabilité  $P(S)$  de la non défaillance des sous systèmes  $S_i$  tel que :

$$P(S) = P(S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_i \cap S_n) \quad (\text{III-19})$$

En supposant que les composants soient indépendants ( $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ), cette probabilité est transférée au produit de fiabilité de tous les composants :

$$P(S) = P(S_1) \cdot P(S_2) \dots P(S_i) \dots P(S_n) \quad (\text{III-20})$$

En temps réel, nous obtenons :

$$R_S = R_1 * R_2 * R_3 * \dots * R_n$$

$$R_S = \prod_{i=1}^n R_i \quad (\text{III-21})$$

Avec

$R_S$  la fiabilité du système,  $R_i$  la fiabilité du composant  $i$ .

— **Topologie parallèle:**

Contrairement au système précédent, le système continue à fonctionner si au moins un composant fonctionne (typiquement les systèmes de redondance dans les avions, les fusées ou les centrales nucléaires)

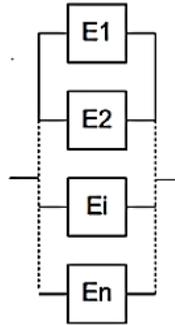


Figure III.10. Système parallèle [13]

Pour calculer la fonction fiabilité d'un système parallèle à n éléments, il est plus aisé de passer par la fonction de défaillance  $F$ .

$$F = 1 - R = 1 - P(S) = P(\bar{S})$$

$$F = P(\bar{S}_1) \cdot P(\bar{S}_2) \dots P(\bar{S}_i) \dots P(\bar{S}_n) = F_1 \cdot F_2 \dots F_i \dots F_n$$

$$F = (1 - R_1) \cdot (1 - R_2) \dots (1 - R_i) \dots (1 - R_n)$$

$$R_s = 1 - [(1 - R_1) \cdot (1 - R_2) \dots (1 - R_i) \dots (1 - R_n)]$$

$$R_s = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i) \tag{III-22}$$

— Topologie série/parallèle et parallèle/série à configuration symétrique

Ce sont simplement des compositions simples de des deux premiers systèmes étudiées précédemment. Nous avons d'abord le système série/parallèle:

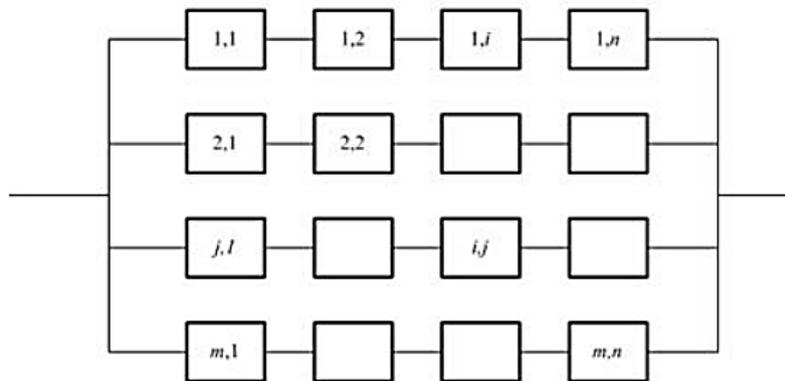


Figure III.11. Système série/parallèle [13]

Or, comme les systèmes séries sont donnés par:  $R_S = \prod_{i=1}^n R_i$  et les parallèles par:

$R_s = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$ , la composition des deux donne trivialement dans notre cas ci-dessus:

$$R_s = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_j) = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - \prod_{i=1}^n R_{i,j}) \tag{III-23}$$

Et nous avons dans la famille aussi le système parallèle/série:

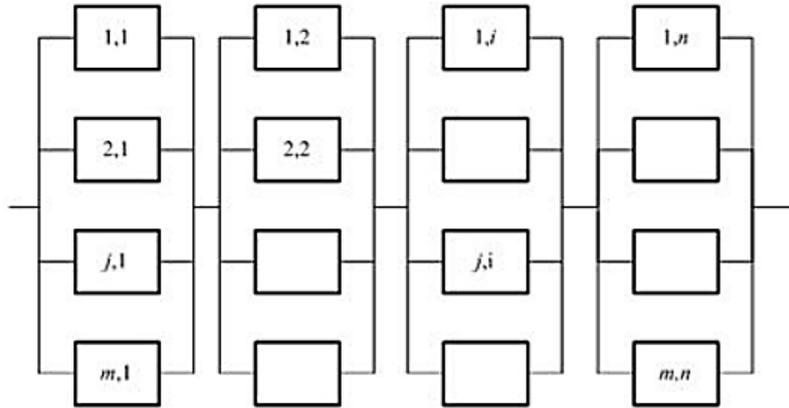


Figure III.12. Système parallèle/série [13]

Où en utilisant exactement la même démarche que précédemment nous avons:

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i = \prod_{i=1}^n (1 - \prod_{j=1}^m (1 - R_{i,j})) \tag{III-24}$$

— Topologie complexe

Il ne s'agit pas vraiment de systèmes complexes mais ils nécessitent simplement une petite maîtrise des axiomes de probabilités. L'exemple particulier qui va nous intéresser est le suivant (typiquement filtre RLC en cascade) dénommé "réseau avec bridge"

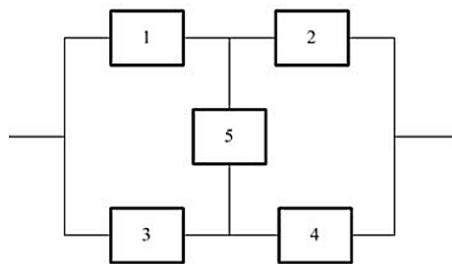
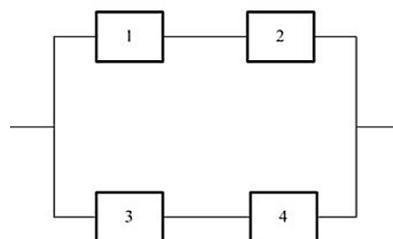


Figure III.13. Système pont [13]

Et nous devinons que ce qui rend le système complexe est le composant 5. Nous pouvons alors considérer une première approche qui est de décomposer le problème. Le système par rapport au composant 5 sera soit dans l'état:



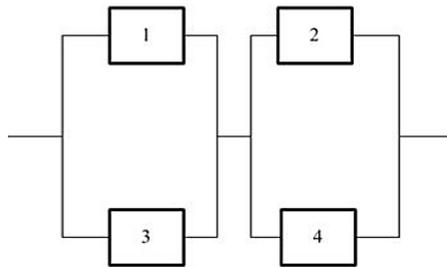
S'il est défectueux avec une loi de densité probabilité:

$$F_5 = 1 - R_5 \quad (\text{III-25})$$

Et ayant lui-même une fiabilité (selon les résultats du système complexe série/parallèle) de:

$$R_{S1} = 1 - \prod_{j=1}^2 (1 - \prod_{i=1}^2 R_{i,j}) = 1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_3 R_4) \quad (\text{III-26})$$

Soit dans l'état suivant s'il est fonctionnel avec une loi de densité probabilité  $R_5$



Et ayant lui-même une fiabilité (selon nos résultats précédents du système complexe parallèle/série) de:

$$R_{S2} = \prod_{j=1}^2 (1 - \prod_{i=1}^2 R_{i,j}) = (1 - (1 - R_1)(1 - R_3))(1 - (1 - R_2)(1 - R_4)) \quad (\text{III-27})$$

Comme le système ne peut pas être dans les deux états en même temps, nous avons affaire à une probabilité disjointe soit la somme des densités auxquelles nous devons associer les autres composants.

Dès lors nous avons :

$$R_5 = (1 - R_5)[1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_3 R_4)] + R_5[1 - (1 - R_1)(1 - R_3)](1 - (1 - R_2)(1 - R_4)) \quad (\text{III-28})$$

### III.3.7.2. Arbre de défaillances (Arbre de Causes ou Arbre de Fautes :Fault Tree Analysis – FTA)

Un arbre de défaillances (aussi appelé arbre de pannes ou arbre de fautes) est une technique d'Ingénierie très utilisée dans les études de sécurité et de fiabilité des systèmes statique.

C'est un diagramme déductif qui va de **l'effet vers la cause** et qui a pour objet de rechercher toutes les combinaisons de défaillances élémentaires (primaires) pouvant déboucher vers une panne.

L'arbre de fautes est constitué de plusieurs niveaux, où chaque nœud d'un niveau supérieur représente une combinaison de deux ou plusieurs événements liés aux nœuds de niveau inférieur. Les feuilles de l'arbre représentent les événements élémentaires qui peuvent causer la défaillance d'un système et la racine de l'arbre représente l'événement de défaillance du système. Donc, la probabilité que le système défaille est la probabilité d'atteindre la racine de l'arbre à partir de ses feuilles. [12], [14].

#### a) Démarche de la méthode

La méthode de l'arbre de défaillance comprend une **partie qualitative**, qui correspond à la construction de l'arbre et la recherche des coupes minimales, et une **partie quantitative** qui vise à

évaluer les probabilités d'occurrence au niveau des événements élémentaires, des coupes minimales et au niveau de la défaillance.

### — Construction de l'arbre

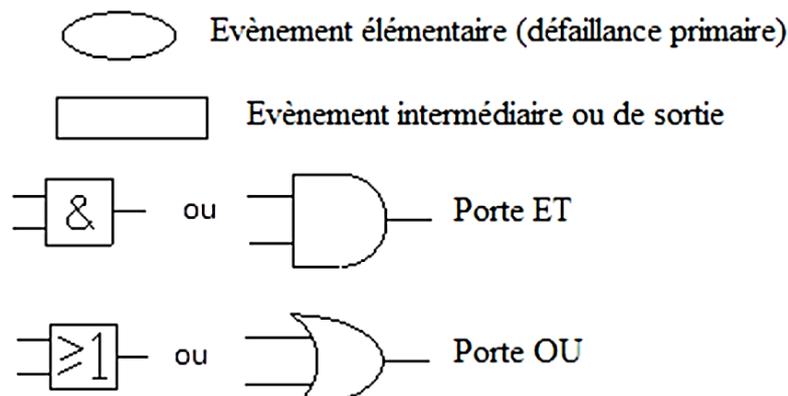
Construire un arbre revient à répondre à la question « comment telle défaillance peut-elle arriver ? », ou « quels sont les scénarios (enchaînements d'événements) possibles qui peuvent aboutir à cette défaillance ? ».

Un arbre de défaillance est généralement présenté de haut en bas

- **Evènement sommet** : Défini dans la ligne la plus haute, il comporte uniquement la défaillance (ou événement redouté ou encore événement non souhaité) que l'on cherche à analyser
- **Evènement intermédiaires** : Il convient de décrire la combinaison d'évènements pouvant conduire à cet évènement sommet. Un évènement intermédiaire peut être, à leur tour, redéfini par d'autres évènements intermédiaires plus détaillés.
- **Evènements de base** : Les évènements de bases sont les évènements les plus fins de l'arbre, il ne sera pas possible de les détailler davantage ; ils concernent la défaillance (électrique, mécanique, logiciel...) d'un élément du système.
- **Connecteurs logiques** : Dans un arbre de défaillance, chaque ligne détaille la ligne supérieure en présentant la combinaison ou les combinaisons susceptibles de produire l'évènement de la ligne supérieure auquel elles sont rattachées. Ces relations sont présentées par des liens logiques **OU** ou **ET**.

### b) Symbolisme

L'arbre de défaillance utilise un symbolisme qu'on utilise également sur les circuits logiques. On parle aussi de logigramme de dépannage [14].



### c) Quantification des probabilités d'occurrence

Une étude probabiliste peut avoir deux objectifs :

1. L'évaluation rigoureuse de la probabilité d'occurrence de l'évènement redouté.
2. Le tri de scénarios critiques (en partant des coupes minimales de plus fortes probabilités).

- La probabilité d'occurrence de l'événement  $E$ , s'il peut résulter de  $A$  **OU**  $B$  (indépendants) est la somme des probabilités d'occurrence de  $A$  et  $B$  diminuée de leur produit ; ce qui peut se formuler ainsi :

$$p(E) = p(A) + p(B) - p(A) * p(B) \quad (\text{III-29})$$

- La probabilité d'occurrence (d'apparition) de l'événement  $E$ , s'il peut résulter de  $A$  **ET**  $B$  (indépendants) est le produit des probabilités d'occurrence de  $A$  et  $B$  ; ce qui peut se formuler ainsi :

—  $p(E) = p(A) * p(B)$

- Quand on combine des probabilités d'occurrence d'événements intermédiaires qui ont dans leur décomposition des éléments de base communs, il faut veiller à ne pas les compter deux fois, par exemple : Si  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont indépendants

$$p[ (A \text{ et } B) \text{ et } (A \text{ et } C) ] = p(A) * p(B) * p(C) \quad (\text{III-30})$$

#### d) Théorème de Poincaré

Soit  $EI = X \cup Y \cup Z$  avec  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  des coupes minimales.

$$P(EI) = P(X \cup Y \cup Z)$$

$$P(EI) = P(X \cup (U))$$

$$P(EI) = P(X) + P(U) - P(X) * P(U)$$

Avec :

$$U = Y \cup Z$$

$$P(U) = P(Y) + P(Z) - P(Y) * P(Z)$$

Remplaçons  $P(U)$  dans l'expression de  $P(EI)$  :

$$P(EI) = P(X) + P(Y) + P(Z) - P(Y) * P(Z) - P(X)[P(Y) + P(Z) - P(Y) * P(Z)]$$

$$P(EI) = P(X) + P(Y) + P(Z) - P(X) * P(Y) - P(X) * P(Z) - P(Y) * P(Z) + P(X) * P(Y) * P(Z)$$

#### Généralisation

$$P(EI) = \sum_i P(X_i) - \sum_{i,j} P(X_i)P(Y_j) + \sum_{i,j,k} P(X_i)P(Y_j)P(Z_k) \quad (\text{III-31})$$

**III.4. Exercice d'application**

Sur la figure ci-dessous, on représente le schéma de la commande d'un moteur électrique

- 1- Compléter l'arbre de défaillance correspondant (définir X,Y,Z,H)
- 2- Calculer la probabilité d'occurrence de l'événement sommet sachant que :  
 $P(Z)=P(X)=0$   
 $P(Y)=P(\text{moteur défaillant})=0,2$   
 $P(\text{protection bloquée})=0,1$   
 $P(\text{fil coupé})=0,01$

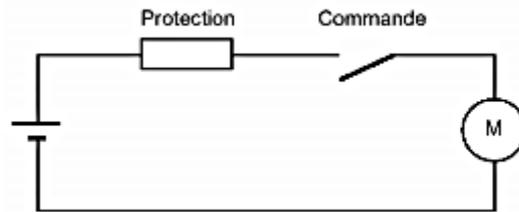


Figure III.14. Schéma de commande d'un moteur électrique

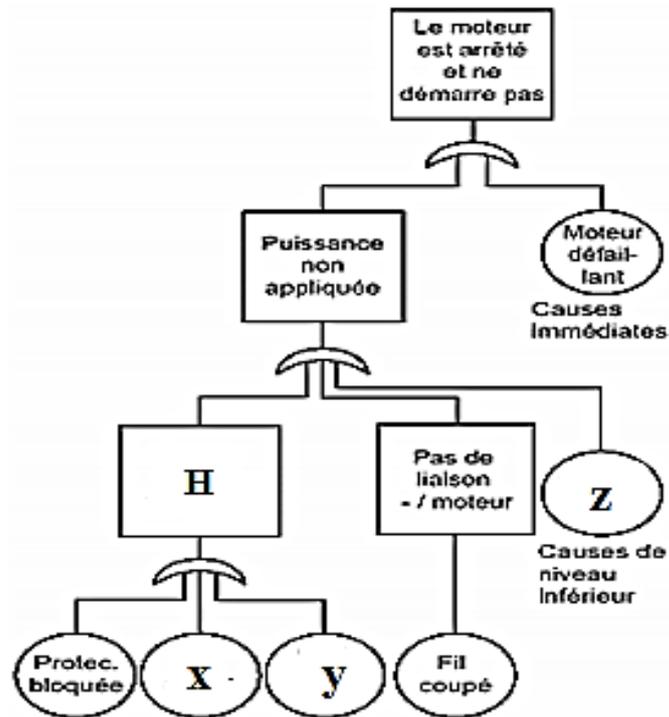


Figure III.15. Arbre de la défaillance 'moteur arrêté'

Solution

1)

X=commande bloquée  
 Y=fil coupé

Z=batterie défailante

H=pas de liaison +moteur

2)

$$P(H) = P(\text{prot}) + [P(X)+P(Y) - P(X)*P(Y)] - P(\text{prot}) * [P(X)+P(Y) - P(X)*P(Y)]$$

$$= 0.1 + [0.2 + 0.2 - 0.2*0.2] - 0.1 * [0.2 + 0.2 - 0.2*0.2] = 0.424$$

$$P(\text{puiss}) = P(H) + P(\text{fil coupé}) - P(H)*P(\text{fil coupé}) = 0.424 + 0.01 - (0.424*0.01) = 0.429$$

Car : fil coupé= pas de liaison (-) moteur

$$P(\text{moteur arrêté}) = P(\text{puiss}) + P(\text{mot déf}) - P(\text{puiss})*P(\text{mot déf}) = 0.429 + 0.2 - (0.429*0.2) = 0.5432$$

## **CHAPITRE IV :**

### **GESTION DE STOCKS EN MAINTENANCE**

Les industrielles cherchent à diminuer les charges de maintenance tout en assurant une continuité du matériel et un niveau de qualité satisfaisant. En effet, ils s'orientent vers le défi zéro panne et zéro stock de pièces de rechange

Même si le stock n'existe plus dans l'entreprise, il existe bien quelque part, évidemment cette prestation n'est pas gratuite, par conséquent le coût de possession existe toujours.

La gestion des stocks demeure un volet indissociable de la fonction maintenance surtout dans les pays à environnement non industriel. Malgré que les techniques et les approches dans ce domaine soient très connues par les gestionnaires, la maîtrise des délais et coûts de gestion des stocks restent aléatoires.

#### **IV.1. Définition de stock en maintenance**

Le stock de maintenance est constitué des biens ou articles stockés appartenant à la nomenclature des biens à maintenir et de matériels ou outils nécessaires à la réalisation optimale des actions de maintenance en termes de délais, de disponibilité, coûts, qualité, sécurité.

On peut classer les biens constituant le stock maintenance en cinq catégories :

- Consommables
- Pièces à remplacement programmé
- Pièces à remplacement non programmé ;
- Pièces à remplacement exceptionnel ;
- Matériels et outillages dédiés à la maintenance.

#### **IV.2. Gestion stock en maintenance**

Parler de gestion des stocks peut s'avérer plus complexe que prévu. Il ne s'agit pas de dresser une simple liste de pièces de rechange, d'outillages ou de consommables.

Définir une politique de gestion des stocks est indispensable afin d'assurer la disponibilité en termes de fiabilité mais aussi en termes de performance industrielle de tous produits nécessaires au bon déroulement des activités de production et de maintenance, et ce, au meilleur prix. La gestion des stocks de pièces de rechange est confiée habituellement au service maintenance

Une mauvaise gestion de vos inventaires peut avoir de lourdes répercussions sur votre budget :

- La rupture de stocks implique généralement un arrêt temporaire, mais imprévu, de la production, et par conséquent, d'éventuels retards de livraisons à vos clients finaux.
- Le surplus de stocks génère, quant à lui, des frais supplémentaires de maintien, mais aussi un risque accru d'obsolescence de vos produits.

##### **IV.2.1. Tâches administratives de la gestion des stocks**

La définition des articles, pièces ou biens nécessaires, leur décision de mise en stocks, l'acquisition et leur gestion dépendent à la fois du service maintenance mais aussi d'autres services tels que : méthodes, comptabilité, achat et de la direction de l'entreprise [15].

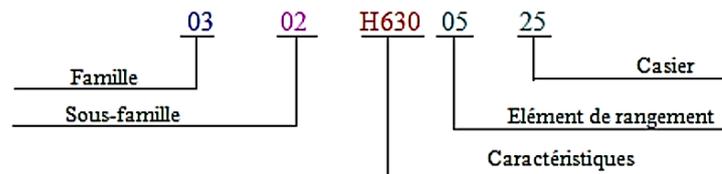
**a) Normalisation des articles**

Il s'agit de rassembler la liste, avec classement des différents articles ou composants constituant le stock selon le degré de leur utilité. Ce classement a pour avantage la réduction du nombre d'articles stockés et par conséquent du niveau général des stocks et de leur coût [17].

**b) Classification des articles**

En règle générale, pour simplifier la gestion du stock, chaque article est identifié par un symbole ou un code. La symbolisation peut être alphanumérique ou numérique.

Exemple : Codification d'une vis H M6 x 30 rangée dans l'élément 05 et le casier 25



**c) Contrôle de stock**

— **Contrôle des entrées** : Il s'agit de contrôler quantitativement et qualitativement les entrées provenues soit des fournisseurs, soit des autres services de l'entreprise (cas des produits finis) :

- Pour les entrées en provenance des fournisseurs, on établit **un bon de réception**.
- Pour les entrées provenant des autres services (les ateliers par exemple), on établit **un bon d'entrée** selon le même principe que le bon de réception, mais dont l'usage est interne.

<b>Bon d'entrée</b>				
N° : .....				
Date : .....				
Service d'origine : .....				
Ordre de fabrication(O.D) : .....				
Code	Désignation	Quantité reçue	Quantité acceptée	observation
Signature du receveur			Signature du magasinier	

**Figure IV.1.** Bon d'entrées [16]

— **Contrôle des sorties** : Il correspond aux sorties sont destinées soit aux services internes de l'entreprise, soit à l'extérieur (vers les clients) .Le contrôle est effectué grâce au bon de sortie doublement signé par le magasinier et le service receveur [16].

<b>Bon de sortie</b>				
N° : .....				
Date : .....				
Origine:.....				
Destination:.....				
Code	Désignation	Quantité reçue	Quantité acceptée	observation
Signature du receveur			Signature du magasinier	

**Figure IV.2.** Bon des sorties [16]

— **Contrôle des retours**

Un retour des articles déjà sortis du magasin peut avoir lieu par annulation de commande ou d'ordres de fabrication. Le contrôle des retours effectué à travers un « bon de retour » rédigé de la même forme que le bon d'entrée.

— **Contrôle du stock existant**

Le contrôle des quantités stockées dans le magasin effectué est à travers **un fichier de stock** qui est une fiche complète des articles existants. Mais parfois les stocks réels ne concordent pas avec les stocks indiqués par les fiches. Pour éviter ces erreurs, le contrôle des existants a lieu à travers le dénombrement effectif des articles stockés ou l'inventaire.

#### IV.2.2. Analyse des stocks

Parmi la multitude de préoccupations qui se posent à un gestionnaire de stock, il lui faut décider comment classer les articles. C'est pour cette raison qu'il faudra appliquer des modes de gestion de selon un critère d'importance des articles. Le classement d'importance des articles peut être effectué selon les critères suivant :

- Difficulté d'approvisionnement (délais, rareté des fournisseurs, ..).
- Place occupée dans les magasins de stockage.
- Quantités consommées annuellement.
- Prix des articles.

• **Méthode ABC pour l'analyse des stocks**

La méthode ABC propose de retenir le critère de la valeur **annuelle consommée** pour classer les articles. Il permet de prendre en compte à la fois **le prix des articles** et **la quantité consommée**.

##### Étapes de la méthode

- 1) Calcul de la consommation annuelle par article (en valeur)
- 2) Classement des articles par ordre décroissant des valeurs
- 3) Calcul du pourcentage par rapport au total, et du pourcentage cumulé
- 4) Définition des tranches A, B, C
- 5) Représentation graphique (éventuellement) selon un critère d'importance par exemple faisant correspondre les pourcentages de **valeur totale consommée cumulée** aux pourcentages de nombre d'articles.

Sur le schéma ci-dessous, on observe trois zones **[1], [17]** :

- **1. Zone A** : 20% des articles occasionnent 80% de la valeur consommée (coûts);
- **2. Zone B** : les 25% des articles supplémentaires ne coûtent que 15% supplémentaires ;
- **3. Zone C** : les 65% des articles restantes ne concernent que 5% du coût global.

**Conclusion** : il est évident que les articles de la zone A sont les articles les plus importants à commander

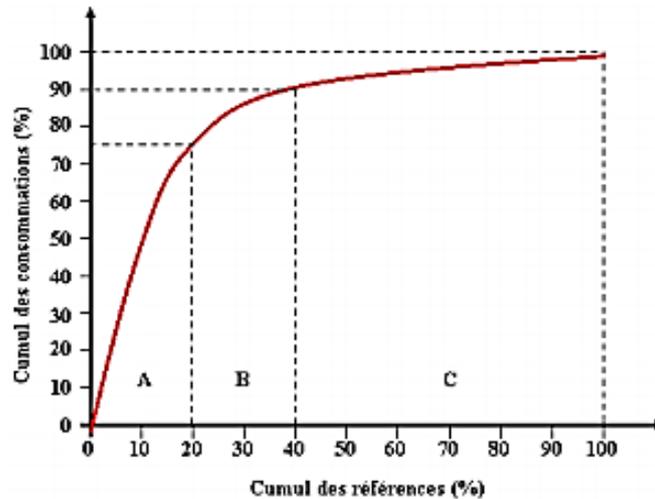


Figure IV.3. Courbe de classification des articles par la méthode ABC [17]

La table suivante récapitule les principales caractéristiques des trois classes :

Classes	A	B	C
% des références	5% à 20%	20% à 40%	40% à 50%
% de consommation totale	55% à 75%	15% à 20%	5% à 10%
Niveau de contrôle	Rigoureux	Normal	Simple
Stock de sécurité	Bas	Modéré	Important
Fréquence des inventaires	Élevée	Modérée	Faible
Inventaire du stock	Soigneuse et précise (Révisions fréquentes)	Normale	Périodique (1 à 2 fois par an)
Modèles du stock	(Q,r) et (R,T)	Wilson et ces variantes	fiches de stock

Table IV.1. Caractéristique des classes A, B et C [17]

### Remarque

Le Stock de sécurité ou de protection est le niveau de stock disponible pour répondre à des situations imprévues telles que retard d'approvisionnement ou commandes exceptionnelles.

### EXEMPLE

Une entreprise fabrique et vend des meubles de luxe à plusieurs grandes chaînes de distribution. Elle utilise dans son processus de fabrication, 10 types d'articles dont les consommations annuelles sont indiquées dans la table ci-après :

Articles	Consommation annuelle (en quantité)	Coût unitaire en \$
A1	1 100	2
A2	600	40
A3	100	4
A4	1 300	1
A5	100	60
A6	10	25
A7	100	2
A8	1 500	2
A9	200	2
A10	500	1
Total	5 510	

**Table IV.2.** *Consommations annuelles de dix articles*

La table suivante résume les étapes de la méthode ABC, ainsi que la composition des trois classes obtenues.

Articles	Consommation annuelle	cumulé Valeur des consommations	% cumulé valeurs	% cumulé du nombre d'articles	Classe
A2	2 4000	24 000	62,75	10	A
A5	6 000	30 000	78,43	20	A
A8	3 000	33 000	86,27	30	B
A1	2 200	35 200	92,03	40	B
A4	1 300	36 500	95,42	50	B
A10	500	37 000	96,73	60	C
A9	400	37 400	97,78	70	C
A3	400	37 800	98,82	80	C
A6	250	38 050	99,48	90	C
A7	200	38 250	100,00	100	C

**Table IV.3.** *Etape de classification par la méthode ABC*

La courbe de la classification ABC est schématisée par la figure suivante :

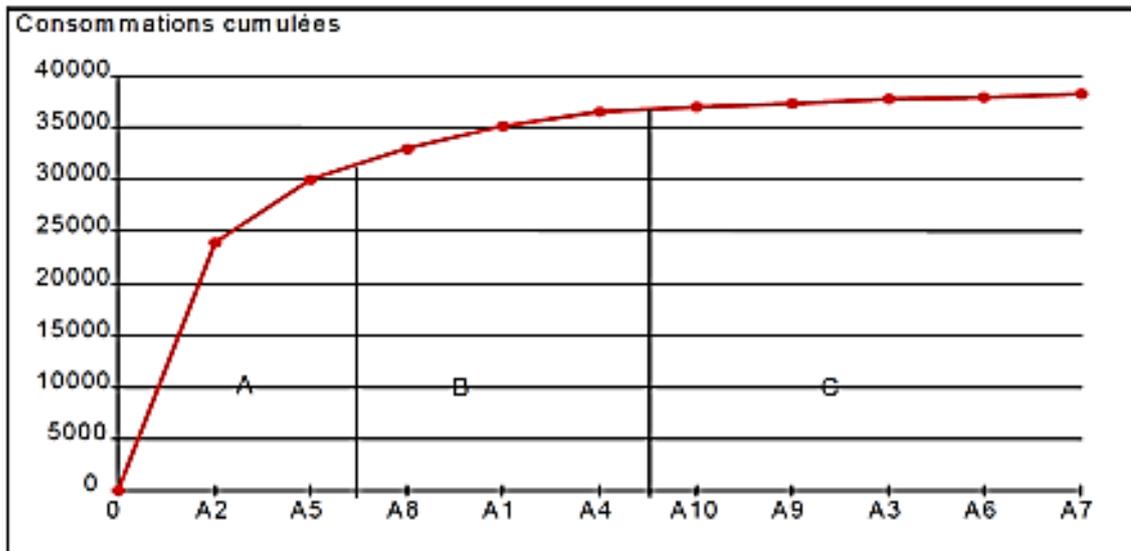


Figure IV.4. Exemple de courbe de la classification ABC

#### IV.2.3. Coût du stock

La maîtrise des coûts de gestion des stocks se révèle complexe et fastidieux à cause du formalisme mathématique qu'il exige et du nombre, en général très élevé d'articles stockés[18].

Le coût d'un équipement qui passe par le magasin des pièces de rechange est constitué de :

- Coûts de passation
- Coûts de commande
- Coûts de stockage.

#### • Coût annuel de passation de commande

Il est lié aux frais administratifs engendrés par la passation d'une commande tels que :

- Approvisionnement, réception et comptabilité fournisseurs.
- Frais de déplacement des acheteurs et contrôleurs itinérants
- Frais de poste, téléphone, télex.
- Prix de l'énergie...

Le coût annuel de passation de commande s'écrit :

$$C_{at} = C_a \cdot N \quad (IV-1)$$

Tel que :

$C_a$  : Coût de passation d'une commande

$N$  : Nombre de commande par an

D'autre part on a Consommation annuelle prévisionnel définit comme suit :

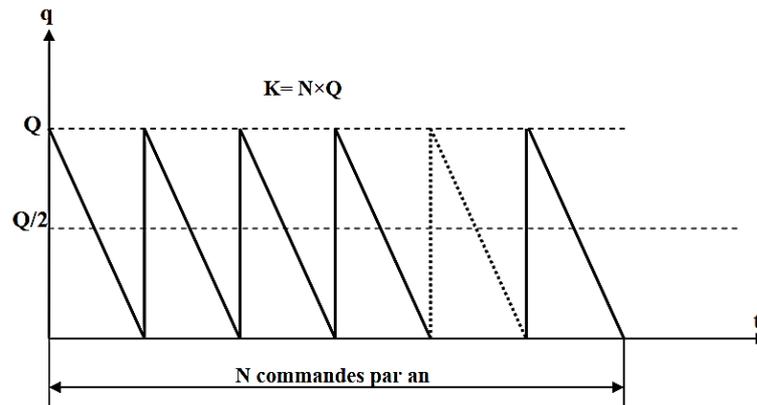
$$K = N \cdot Q \quad (IV-2)$$

Tel que :

$K$  : Consommation annuelle prévisionnelle

Q :Quantité commandée

On remarque d'après la figure IV.5, que coût annuel de passation de command augmente avec la fréquence des commandes passées.



**Figure IV.5.** Consommation annuelle en fonction de nombre de commande [18]

Le coût annuel de passation de command se réécrit comme suit :

$$C_{at} = C_a \cdot N = C_a \cdot \frac{K}{Q} \quad (\text{IV-3})$$

- **Coût de possession ou de stockage:**

Le coût total de stockage est généré par l'existence de stock dans l'entreprise. Il se compose de plusieurs éléments tels que [18], [19] :

- Taux de l'argent immobilisé dans les stocks –
- Location ou amortissement des locaux, machines, matériel et mobilier utilisés –
- Frais d'énergie (manutention, électricité, chauffage, climatisation,...)
- Entretien des stocks et du matériel
- Primes d'assurance - Pertes par détérioration, vol, erreurs,...

Il dépend du coût unitaire de stockage et de la quantité moyenne annuelle du stock.

En sachant que:  $Q = \frac{K}{N}$ , le stock moyen correspond à :  $\frac{Q}{2}$  ou  $\frac{K}{2 \cdot N}$ .

Le coût de possession est donc:

$$C_p = \frac{Q}{2} \cdot P_u \cdot i \quad (\text{IV-4})$$

Avec :

Q : Quantité commandée  
 Pu : Prix unitaire  
 i : Taux de possession

- **Coût total de gestion de stock:**

Le coût total de gestion de stock correspond à la somme des deux coûts précédents. Il s'écrit :

$$C_T = C_{at} + C_P = C_a \cdot \frac{K}{Q} + \frac{Q}{2} \cdot P_u \cdot i \quad (\text{IV-5})$$

Le coût total de gestion de stock représenté par la courbe résultante suivante :

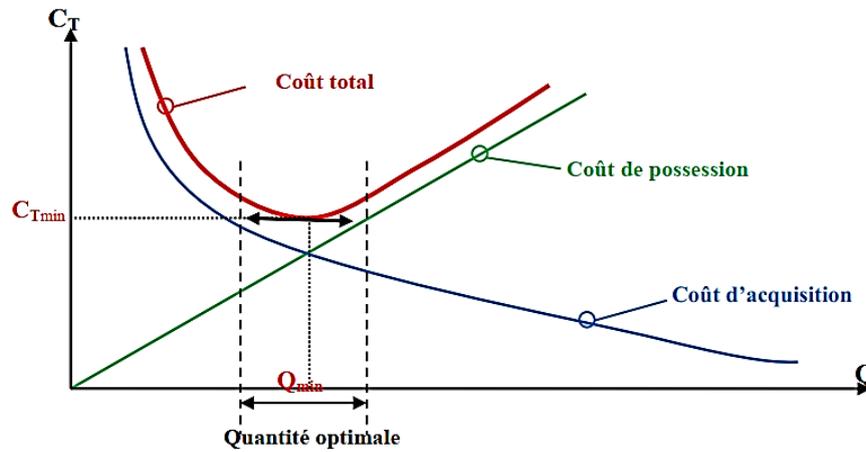


Figure IV.6. Coût total de gestion de stock [19]

- **Quantité économique - Formule de Wilson**

Il s'agit de calculer de la quantité économique à commander tel que ce coût total soit minimum:

$$Q_e = \sqrt{\frac{2 \times C_a \times K}{P_u \cdot i}} \quad (\text{IV-6})$$

### Exemple

Une société nécessite l'article A dont on a des renseignements suivants :

Coût de passation de commande : 500 DZ

Consommation semestrielle prévue : 3700 unités.

Taux de possession annuel : 24%.

Coût par unité : 31 DZ

- 1) Calculer la quantité optimale d'une commande
- 2) Calculer le nombre de commandes par an

### Solution

$$Q_e = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 3700}{31 \times 0.24}} = 705 \text{ articles}$$

$$N = \frac{K}{Q_e} = \frac{3700}{705} = 5.24 \text{ donc il faut passer 5 commandes par an.}$$

## **CHAPITRE V :**

### **POLITIQUES DE MAINTENANCE**

La maintenance a pour fonction de garantir la plus grande disponibilité des équipements au meilleur rendement tout en respectant le budget alloué. Les entreprises mettent en place des méthodes qui ont pour objectif d'atteindre leurs objectifs en termes de compétitivité et de profit. Ces méthodes sont nombreuses, chacune possédant des objectifs et des domaines d'application différents.

### V.1. Définition de la stratégie de maintenance

La stratégie de maintenance est une méthode de management utilisée en vue d'atteindre les objectifs de maintenance.

Le choix entre les méthodes de maintenance dépend de plusieurs facteurs tels que les objectifs de la direction, Le fonctionnement et les caractéristiques du matériel ainsi que le comportement du matériel en exploitation. Il aussi conditionné par les coûts de la méthode de maintenance et les coûts de perte de production.

### V.2. Stratégies (types) de la maintenance :

Les stratégies de maintenance peuvent être répertoriées en deux grandes catégories : la maintenance corrective et la maintenance préventive [20].

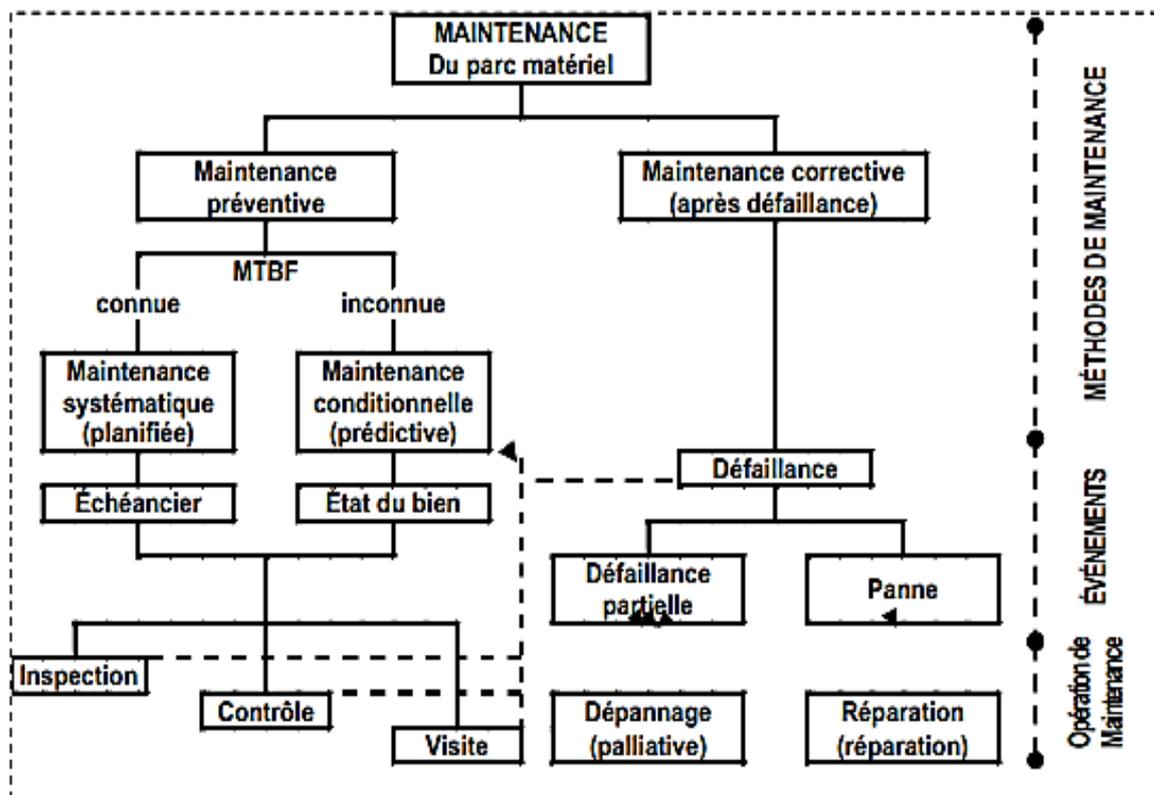


Figure V.1. Stratégies de maintenance[20]

### V.3. Maintenance corrective

La maintenance corrective a longtemps été la principale **stratégie de maintenance** utilisée pour entretenir les machines industrielles. Elle consiste à intervenir sur une machine à la suite d'une défaillance, afin de la réparer et de restaurer son fonctionnement normal.

La maintenance corrective comprend en partie sa défaillance et son **diagnostic**.

**Définition AFNOR (norme X 60-010) :** «Opération de maintenance effectuée après défaillance ».

La maintenance corrective correspond à une attitude de défense (subir) et de rétablir un bien défaillant dans un état d'accomplir une fonction requise, au moins provisoirement et/ou partiellement.

#### V.3.1. Phases de la maintenance corrective

Après occurrence d'une défaillance, un certain nombre d'opérations doivent être mise et effectué par étapes (dans l'ordre) :

- **Test** : c'est à dire la comparaison des mesures avec une référence.
- **Détection** ou action de déceler l'apparition d'une dérive de fonctionnement.
- **Localisation** : il s'agit de rechercher précisément les éléments qui présentent une défaillance
- **Diagnostic** ou identification et analyse des causes de la défaillance.
- **Dépannage, réparation** ou remise en état pour remettre le système en état d'accomplir sa mission.
- **Contrôle** du bon fonctionnement après intervention pour valider la remise à niveau du système
- **Remise en service** pour permettre au système d'atteindre sa cadence nominale.
- **historique** ou mise en mémoire de l'intervention pour une exploitation ultérieure

#### V.3.2. Types de maintenance corrective

La maintenance corrective peut être palliative ou curative

- **Maintenance palliative (dépannage)**

Elle est constituée d'actions destinées à permettre à un bien d'accomplir provisoirement tout ou partie d'une fonction requise. Elle doit être suivie d'actions curatives.

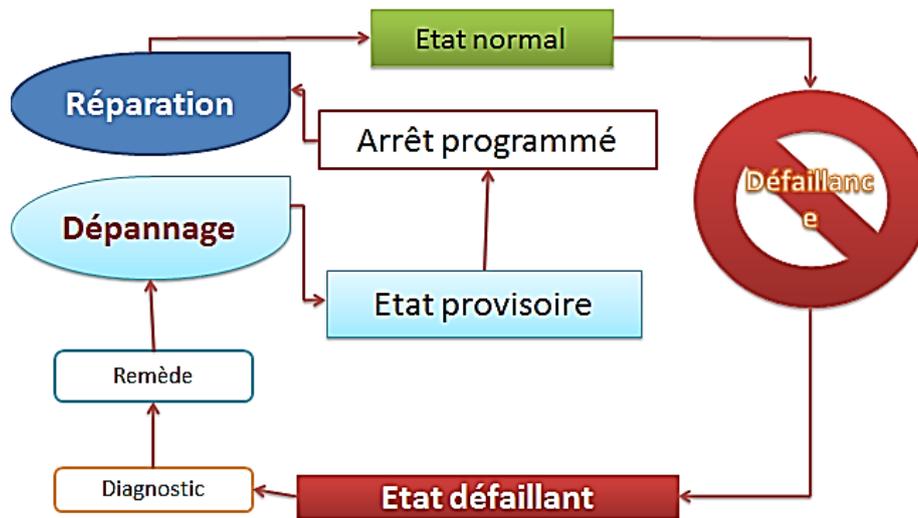


Figure V.2. Maintenance palliative [1],[2]

• **Maintenance curative**

Elle regroupe les activités de maintenance corrective ayant pour objet de rétablir un bien dans un état spécifié ou de lui permettre d'accomplir une fonction requise.

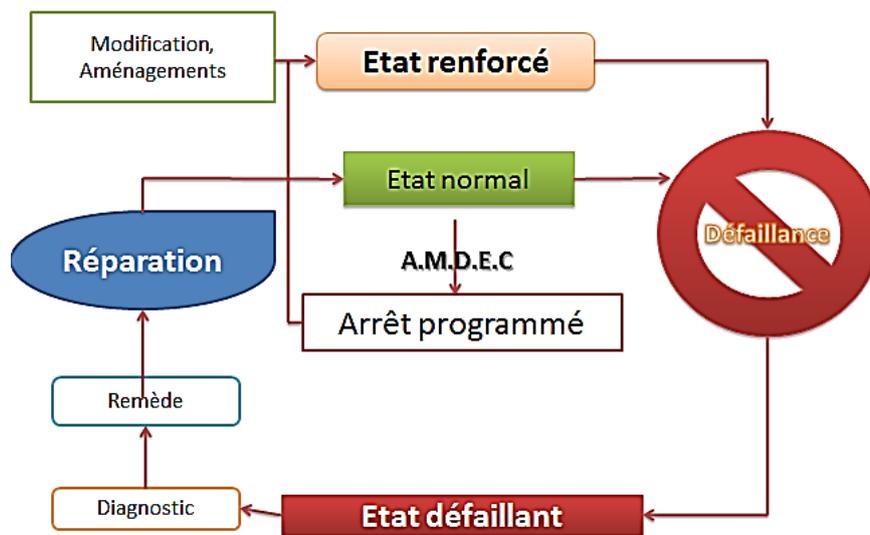


Figure V.3. Maintenance curative [3]

AMDEC: Analyse des Modes de Défaillances de leurs Effets et de leur Criticité

**V.4. Maintenance préventive**

C'est la maintenance exécutée à des intervalles prédéterminés ou selon des critères prescrits. Son objectif premier est de réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un matériel en cours d'utilisation

L'analyse des coûts doit mettre en évidence un gain par rapport aux défaillances qu'elle permet d'éviter.

La maintenance préventive adopte une démarche proactive et prend en compte plusieurs critères pour anticiper les dysfonctionnements d'un équipement. Les activités correspondantes sont déclenchées selon :

- Un calendrier ou une périodicité d'usage.
- la condition de l'équipement, c'est-à-dire son état réel, grâce à un contrôle continu ou à intervalles réguliers.

Les principaux avantages directs d'une **stratégie de maintenance préventive**, notamment par rapport à la maintenance corrective, sont :

- la réduction de la fréquence des pannes ;
- la réduction des périodes d'arrêt des machines,
- une meilleure sécurité ;
- une durée de vie des équipements accrue ;
- une amélioration de la productivité.

#### V.4.1. Types de Maintenance préventive

Il existe deux types de MP : la **maintenance systématique**, la **maintenance conditionnelle**.

- **Maintenance systématique**

C'est la maintenance préventive exécutée à des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage mais sans contrôle préalable de l'état du bien. Cette périodicité d'intervention est déterminée à partir de la mise en service ou après une révision complète ou partielle.

La maintenance systématique concerne les premières étapes de dégradation sur une pièce d'un équipement sans prendre en compte les conditions d'utilisation de la machine. Par exemple : le changement d'une courroie de distribution d'une voiture tous les 150 000 kilomètres, ou le changement d'un néon toutes les 7 000 heures d'utilisation.

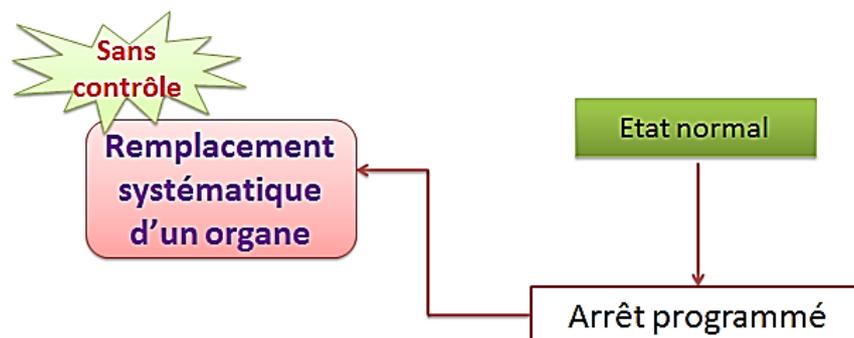


Figure V.4. Maintenance préventive systématique [3]

Cette méthode nécessite de connaître :

- Le comportement du matériel.
- Les modes de dégradation.
- Le temps moyen de bon fonctionnement entre 2 avaries.

Ce **type de maintenance** est réalisé sur des équipements ne nécessitant pas de coûts de changement de pièces élevés. Cela comprend :

1. Le changement d'huile, de roulements, de joints, de ressorts, de contacts, de résistances, de lampes, etc.
2. Le réglage de tension de courroie, de la pression, des potentiomètres, etc.
3. Le contrôle de niveaux, de couple de serrage, etc

- **Maintenance préventive conditionnelle**

C'est la maintenance préventive basée sur une surveillance du fonctionnement du bien et/ou des paramètres significatifs de ce fonctionnement.

Ce type de maintenance permet de pallier les inconvénients d'une maintenance systématique. Celle-ci ne requiert pas de connaissances supplémentaires, si ce n'est la comparaison des contrôles avec les seuils prédéfinis.

Les paramètres mesurés peuvent porter sur :

- Le niveau et la qualité de l'huile.
- Les températures et les pressions.
- La tension et l'intensité du matériel électrique.
- Les vibrations et les jeux mécaniques.

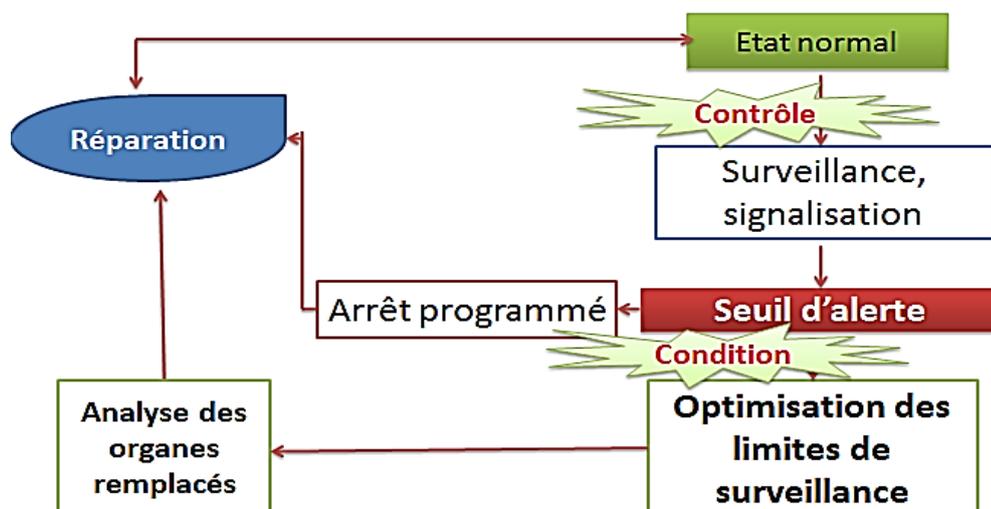


Figure V.5. Maintenance préventive conditionnelle [3]

#### V.4.2. Opérations de la maintenance préventive

Ces opérations trouvent leurs définitions dans la norme **NF X 60-010 et NF EN 13306**.

- **Inspection** : contrôle de conformité réalisé en mesurant, observant, testant ou calibrant les caractéristiques significatives d'un bien (pas de démontage).
- **Contrôle** : vérification de la conformité à des données préétablies, suivie d'un jugement. Ce contrôle peut déboucher sur une action de maintenance corrective ou alors inclure une décision de refus, d'acceptation ou d'ajournement.
- **Visite** : examen détaillé et prédéterminé de tout (visite générale) ou partie (visite limitée) des différents éléments du bien .Il peut également déboucher sur la maintenance Corrective
- **Test** : comparaison des réponses d'un système par rapport à un système de référence ou à un phénomène physique significatif d'une marche correcte.
- **Echange standard** : remplacement d'une pièce ou d'un sous-ensemble défectueux par une pièce identique, neuve ou remise en état préalablement, conformément aux prescriptions du constructeur.
- **Révision** : ensemble complet d'examens et d'actions réalisées afin de maintenir le niveau de disponibilité et de sécurité d'un bien. Une révision demande un démontage total ou partiel du bien.

Les trois premières opérations sont encore appelées « **opérations de surveillance** ».

#### V.5. Choix d'une politique de maintenance

Le choix de la **stratégie de maintenance** est crucial pour toute entreprise industrielle. Elle doit être adaptée à ses besoins et à ses capacités humaines et financières tout en lui permettant d'être la plus compétitive possible.

Le choix du type de maintenance le mieux adapté dans chaque cas dépend généralement de :

- du type de défaillance ;
- de l'aptitude du personnel de maintenance ;
- de la connaissance des coûts de maintenance (coûts directs, coûts indirects, investissements).
- de l'organisation du travail (méthode, préparation, planning, pièces de rechange, moyens d'investigation, etc.).

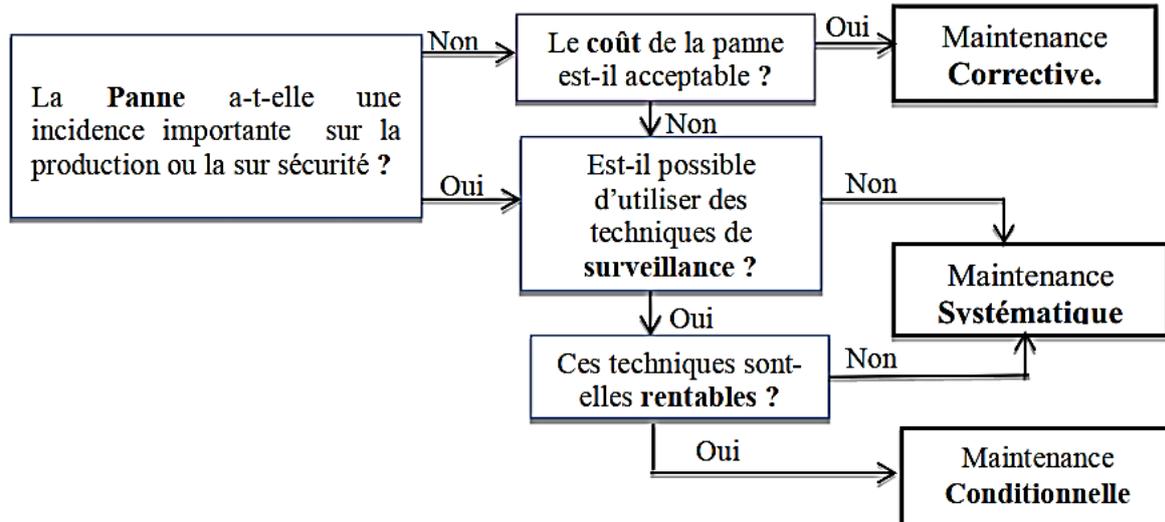


Figure V.6. Choix de la stratégie de maintenance [12]

## V.6. Niveaux de maintenance

La maintenance d'un bien s'exerce à travers de nombreuses opérations, parfois répétitives, parfois occasionnelles, communément définies jusqu'alors en cinq niveaux de maintenance. Un niveau de maintenance se définit par rapport [20] :

- à la nature de l'intervention
- à la qualification de l'intervenant
- aux moyens mis en œuvre

### V.6.1. Niveau 1

Ce niveau concerne des Actions simples nécessaires à l'exploitation et réalisées sur des éléments facilement accessibles en toute sécurité à l'aide d'équipements de soutien intégrés au bien. Ces actions peuvent être effectuées par l'utilisateur du bien car elles ne nécessitent pas le démontage ou l'ouverture de l'équipement.

**Exemples :** Ronde de surveillance d'état ; Graissages journaliers ; Relevés de valeurs d'état ou d'unités d'usage ; Test de lampes sur pupitre ; Purge d'éléments filtrants ; Contrôle d'encrassement des filtres, Remplacement des ampoules; Ajustage, remplacement d'éléments d'usure ou détériorés, sur des éléments ou composants simples et accessibles.

### V.6.2. Niveau 2

Actions qui nécessitent des procédures simples et un personnel est qualifié apte pour l'exécution des travaux qui lui sont confiés compte tenu de ses connaissances et de ses aptitudes. Des opérations mineures de maintenance préventive peuvent être effectués tels que le contrôle de paramètres sur équipements en fonctionnement, à l'aide de moyens de mesure intégrés au bien ; Réglages simples (alignement de poulies, alignement pompe-moteur, etc.) ; Contrôle des organes de coupure (capteurs, disjoncteurs, fusibles), de sécurité, etc. ; Graissage à faible périodicité (hebdomadaire, mensuelle) ; Remplacement de filtres difficiles d'accès.

Exemples en correctif : Remplacement par échange standard de pièces : fusibles, courroies, filtres à air, etc. ; Remplacement de composants individuels d'usure ou détériorés par échange standard (rail, glissière, galet, rouleaux, chaîne, fusible, courroie,...)

### **V.6.3. Niveau 3**

Il contient les opérations qui nécessitent des procédures complexes et un Technicien qualifié. Parmi les tâches en maintenance préventif on peut citer le Contrôle d'allumage et de combustion (chaudières) ; Relevé de paramètres techniques d'état de biens à l'aide de mesures effectuées d'équipements de mesure individuels (prélèvement de fluides ou de matière,...). Exemples en correctif : Diagnostic ; Réparation d'une fuite de fluide frigorigène (groupe de froid) ; Remplacement d'organes et de composants par échange standard (carte automate, vérin, pompe, moteurs, engrenage, roulement,...) ; Dépannage de moyens de production par usage de moyens de mesure et de diagnostics individuels.

### **V.6.4. Niveau 4**

Ce niveau englobe tous les opérations importantes de maintenance préventive ou corrective dont les procédures impliquent la maîtrise d'une technique ou technologie particulière. Les travaux sont effectués par un Technicien ou équipe spécialisée. Exemples en préventif : Révisions partielles ou générales ne nécessitant pas le démontage complet de la machine ; Analyse vibratoire ; Analyse des lubrifiants ; Révision d'une pompe en atelier. Exemples en correctif : Remplacement de clapets de compresseur ; Remplacement de tête de câble en BTA ; Réparation d'une pompe sur site ; Remplacement d'une porte et mise en peinture ; Réparations de fissures et défauts d'étanchéité ; Révision générale d'un compresseur ; Remplacement du coffret d'équipement électrique de démarrage d'une machine-outil

### **V.6.5. Niveau 5**

Ce niveau est spécifique pour les travaux de rénovation et de reconstruction ou de réparation qui impliquent un savoir-faire, faisant appel à des techniques ou technologies particulières, des processus et/ou des équipements de soutien industriels. Ces travaux sont confiés à un atelier central de maintenance ou à une société spécialisée. Exemples : Révisions générales avec le démontage complet de la machine ; Conception d'une machine neuve à partir d'une ancienne ; Réparations importantes réalisées par le constructeur ou le reconditionnement de ses biens.

## *Références bibliographiques*

- [1] F. Monchy J-P. Vernier , Maintenance Méthodes et organisations Dunod, Paris, 2010.
- [2] J.C. Laprie et al., Guide de la sureté de fonctionnement, Cépadues, 1996.
- [3] M. Bouaicha, Cours maintenance industrielle, université internationale de Casablanca, 2013
- [4] C.Pagetti , sureté de fonctionnement, Enseeiht 2012.
- [5] P.Chapouille. Fiabilité. Maintenabilité. Techniques de l'ingénieur, 6 : T4300-T4305, 1980.
- [6] A.Bellaouar ,S.Beleulmi , Cours Fiabilité, maintenabilité et disponibilité (FMD),Université Constantin1, 2014.
- [7] P.DUSART, Cours de Probabilités, Université de Limoge, France, 2013.
  
- [8] L.Tournier, Cours Commun scientifique de Probabilités & Statistiques, Université Paris 13 — Institut Galilée ,France , 2018.
- [9] Ch.Suquet , Cours Introduction au Calcul des Probabilités, Université des Sciences et Technologies de Lille 2008.
- [10] B . Jourdain, Cours Probabilits et statistique pour l'ingénieur, 'Université de Reims Champagne-Ardenne, France, 2018.
- [11] J.Delon , Cours Probabilités continues, Université Paris Descartes. France,2017.
- [12] M.Benzouai, Cours pout TP maintenance et sureté de fonctionnement, univ-batna2.
- [13] El khader . A, Cour Maintenance préventive, 2021.
- [14] A.Demri, A. Charki, F. Guérin, Patrice Kahn et Hervé Christofol, Analyse Qualitative et Quantitative d'un Système Mécatronique. CPI 2007.
- [15] J. Ferrier, La gestion Scientifique des stocks – Dunod – Paris 1971.
- [16] E .SALIN, Gestion des stocks. Edition D'organisation – 1987.
- [17] L.Gavault, A .Lauret , Technique et pratique de la gestion des stocks – Delmas et Cie.
- [18] J.Ph. Gayon. Gestion des stocks : Notes de cours, exercices, projets et annales. Génie industriel, INP Grenoble, 2015.
- [19] B. Brahmi, Cours sur la Gestion des Stocks, Université de Béjaia 2016.
- [20] Eniet-Cameroun, Cours Stratégie de maintenance type de maintenance., . France,2017.