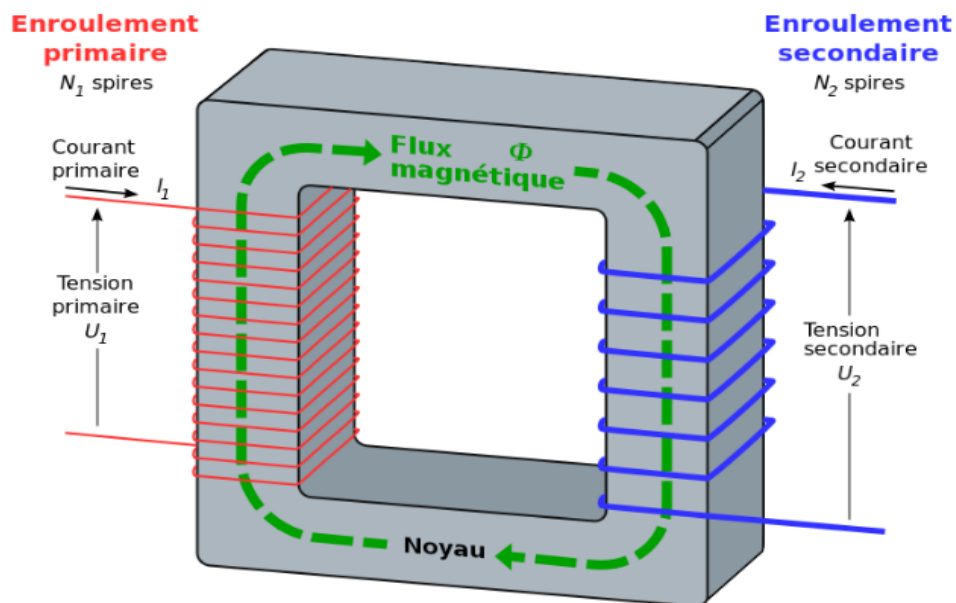


# Polycopié de Cours Electrotechnique appliquée avec Exercices résolus



Proposé par :Dr. Dib Zahera  
Enseignante au département de Génie Electrique et Electronique  
Membre du laboratoire de productique  
Université de Tlemcen.

dib.zahiza@gmail.com



**Avant-propos:**

# Sommaire

<b>Avant-propos :</b> .....	3
<b>Sommaire</b> .....	4
<b>Introduction</b> .....	11
<b>Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé :</b> .....	12
<b>Introduction :</b> .....	12
<b>Régime Continu (DC ou =)</b> .....	12
<b>Puissance électrique en régime continu</b> .....	12
<b>Système monophasé :</b> .....	13
Régime alternatif sinusoïdales ( AC ou ~ ).....	13
Démonstration.....	13
- Nombres complexes rappel .....	13
<b>Spécificité de l'électrotechnique, convention</b> .....	14
Application aux récepteurs électriques .....	14
<b>Règles d'association d'impédances</b> .....	15
<b>Puissance électrique en alternatif sinusoïdal</b> .....	16
<b>Relations entre P, Q est S</b> .....	17
<b>Puissance apparente complexe</b> .....	18
<b>Théorème de Boucherot</b> .....	19
<b>Problème du facteur de puissance et compensation de la puissance réactive</b> .....	20
<b>Amélioration du facteur de puissance</b> .....	21
<b>Systèmes triphasés</b> .....	22
Courant monophasé .....	22
Système triphasé .....	22
Définitions .....	22
• Représentation temporelle :.....	22
• Représentation de Fresnel : .....	22
Démonstration de la valeur de la tension composée (voir la 2eme page ).....	23
Récepteurs triphasés équilibrés.....	23
Couplage étoile (Y) d'un récepteur triphasé :.....	24
Démonstration de la valeur du courant du neutre).....	24

• Représentation de Fresnel.....	24
Couplage triangle (D ou $\Delta$ ) d'un récepteur triphasé :.....	25
<b>TD chapitre N°1 : Exercices sur le régime monophasé.....</b>	<b>27</b>
<b>Exercice 1 .....</b>	<b>27</b>
<b>Exercice 2 .....</b>	<b>27</b>
<b>Exercice 3 .....</b>	<b>27</b>
<b>Exercice 4 : .....</b>	<b>28</b>
<b>Exercice 5.....</b>	<b>28</b>
<b>Exercices sur le régime monophasé .....</b>	<b>28</b>
<b>Exercice 6 .....</b>	<b>28</b>
<b>Exercice 7 .....</b>	<b>29</b>
<b>Exercice 8 .....</b>	<b>29</b>
<b>Exercice 9 .....</b>	<b>29</b>
<b>Exercice 10 .....</b>	<b>29</b>
<b>Exercices sur le régime triphasé.....</b>	<b>30</b>
<b>Exercice 1 .....</b>	<b>30</b>
<b>Exercice 2 .....</b>	<b>30</b>
<b>Exercice 3 .....</b>	<b>31</b>
<b>Exercice 4 .....</b>	<b>31</b>
<b>Exercice 5 .....</b>	<b>31</b>
<b>Corrigé des exercices sur le régime monophasé .....</b>	<b>32</b>
<b>Corrigé 1.....</b>	<b>32</b>
<b>Corrigé 2.....</b>	<b>32</b>
<b>Corrigé 3.....</b>	<b>32</b>
<b>Corrigé 4.....</b>	<b>33</b>
<b>Corrigé 5.....</b>	<b>33</b>
<b>Corrigé 6.....</b>	<b>34</b>
<b>Corrigé 7.....</b>	<b>34</b>
<b>Corrigé 8.....</b>	<b>34</b>
<b>Corrigé 9: .....</b>	<b>35</b>
<b>Corrigé 10.....</b>	<b>35</b>
<b>Corrigés des Exercices sur le régime triphasé .....</b>	<b>36</b>
<b>Corrigé 1.....</b>	<b>36</b>
<b>Corrigé 2.....</b>	<b>36</b>
<b>Corrigé 3.....</b>	<b>36</b>

<b>Corrigé 4</b> .....	36
<b>Corrigé 5</b> .....	37
<b>Chapitre 2 : Transformateur</b> .....	38
<b>Introduction :</b> .....	38
<b>Circuits magnétiques</b> .....	38
<b>Définition du flux magnétique</b> .....	38
Principe .....	39
<b>Circuits homogènes linéaires</b> .....	39
<b>Circuits hétérogènes linéaires</b> .....	40
<b>Inductance</b> .....	41
<b>Phénomène d'hystérésis</b> .....	42
Inductance mutuelle.....	43
<b>Transformateurs</b> .....	45
Introduction .....	45
Constitution .....	45
<b>Impédance équivalente :</b> .....	49
<b>Modèle vu du primaire :</b> .....	50
<b>Modèle vu du secondaire :</b> .....	50
<b>Régulation d'un transformateur :</b> .....	51
Grandeurs par unité (pu).....	51
<b>Rendement d'un transformateur :</b> .....	52
<b>Les transformateurs triphasés:</b> .....	52
1. Montage étoile-étoile : .....	52
2. Montage triangle-triangle : .....	52
<b>TD chapitre N°2 : Exercices sur le transformateur</b> .....	54
<b>Exercice 1</b> .....	54
<b>Exercice 2</b> .....	54
<b>Exercice 3</b> .....	54
<b>Exercice 4</b> .....	54
<b>Exercice 5</b> .....	55
<b>Exercice 6</b> .....	55
<b>Exercice 7</b> .....	55
<b>Exercice 8</b> .....	56
<b>Exercice 9</b> .....	56
<b>Exercice 10</b> .....	57

<b>Corrigé des Exercices sur le transformateur</b> .....	58
<b>Corrigé 1</b> .....	58
<b>Corrigé 2</b> .....	58
<b>Corrigé 3</b> .....	58
<b>Corrigé 4</b> .....	58
<b>Corrigé 5</b> .....	58
<b>Corrigé 6</b> .....	59
<b>Corrigé 7</b> .....	59
<b>Corrigé 8</b> .....	60
<b>Corrigé 9</b> .....	60
<b>Corrigé 10</b> .....	61
<b>Chapitre N°3 : Machine Synchrone</b> .....	62
<b>Introduction :</b> .....	62
<b>Définition du Champ magnétique tournant</b> .....	63
Expériences 1 .....	63
<b>Principe de la machine synchrone</b> .....	64
Expériences 2 .....	64
<b>Principe de la machine asynchrone</b> .....	64
<b>Générateur synchrone ou alternateur</b> .....	64
<b>Etude de l'alternateur</b> .....	66
<b>Bilan de Puissance</b> .....	67
<b>Exemple d'alternateur monophasé = dynamo vélo</b> .....	68
Le moteur synchrone.....	68
<b>Utilisation d'une machine synchrone en compensateur synchrone</b> .....	68
<b>TD chapitre N°3 : Exercices sur l'alternateur</b> .....	69
<b>Exercice 1</b> .....	69
<b>Exercice 2</b> .....	69
<b>Exercice 3</b> .....	69
<b>Exercice 4</b> .....	69
<b>Exercice 5</b> .....	69
<b>Exercice 6</b> .....	70
<b>Exercice 7</b> .....	70
<b>Exercice 8</b> .....	71
<b>Corrigé des Exercices sur l'alternateur</b> .....	72
<b>Corrigé 1</b> .....	72

Corrigé 2 .....	72
Corrigé 3 .....	72
Corrigé 4 .....	72
Corrigé 5 .....	72
Corrigé 6 .....	73
Corrigé 7 .....	73
Corrigé 8 .....	74
<b>Chapitre 4 : machine asynchrone</b> .....	<b>75</b>
<b>Introduction :</b> .....	<b>75</b>
<b>I) Constitution</b> .....	<b>75</b>
<b>II) Principe de glissement.</b> .....	<b>76</b>
<b>III ) Modèle de la machine asynchrone :</b> .....	<b>77</b>
<b>IV / Puissance de la M.A.S</b> .....	<b>80</b>
<b>Bilan de puissance du moteur asynchrone :</b> .....	<b>81</b>
<b>Calcul des performances à partir du schéma équivalent :</b> .....	<b>83</b>
Caractéristique pour couple vitesse : .....	87
<b>Loi de la puissance maximale :</b> .....	<b>89</b>
<b>Détermination des grandeurs du circuit équivalent :</b> .....	<b>89</b>
1.Test à vide : .....	89
2 Test à courant continu :.....	90
3) - Test à rotor bloqué : .....	90
2-Test à courant continu :.....	93
3- test vide.....	93
<b>TD Chapitre N°4 : Exercices sur le moteur asynchrone</b> .....	<b>96</b>
<b>Exercice 1</b> .....	<b>96</b>
<b>Exercice 2</b> .....	<b>96</b>
<b>Exercice 3</b> .....	<b>96</b>
<b>Exercice 4</b> .....	<b>96</b>
<b>Exercice 5</b> .....	<b>96</b>
<b>Exercice 6</b> .....	<b>97</b>
<b>Exercice 7</b> .....	<b>97</b>
<b>Exercice 8</b> .....	<b>98</b>
<b>Exercice 9</b> .....	<b>98</b>
<b>Exercice 10</b> .....	<b>99</b>
<b>Corrigé des Exercices sur le moteur asynchrone</b> .....	<b>100</b>



<b>Corrigé 1.....</b>	<b>100</b>
<b>Corrigé 2.....</b>	<b>100</b>
<b>Corrigé 3.....</b>	<b>100</b>
<b>Corrigé 4.....</b>	<b>100</b>
<b>Corrigé 5.....</b>	<b>100</b>
<b>Corrigé 6.....</b>	<b>101</b>
<b>Corrigé 7.....</b>	<b>101</b>
<b>Corrigé 8.....</b>	<b>102</b>
<b>Corrigé 9.....</b>	<b>103</b>
<b>Conclusion : .....</b>	<b>105</b>
<b>Remercîments : .....</b>	<b>106</b>
<b>Référence bibliographiques .....</b>	<b>107</b>



## **Introduction**

### **Introduction**

L'électrotechnique est une matière assez vaste qui possède ses particularités, son langage propre, ses outils incontournables, et nécessite des bases solides en manipulation des circuits et des puissances. Ce document présente en six chapitre des généralités sur système alternatif et l'électromagnétisme que l'étudiant des filières technologiques telle que la productique et le génie industriel doit maîtriser désirant préparer correctement sa formation.

Les différents thèmes sont abordés dans une certaine idée de progression et il est vivement conseillé de respecter cet ordre afin de profiter d'une vision cohérente de la matière.

Le document est divisé en deux parties. La première partie est destinée pour les systèmes alternatifs surtout le système triphasé et des rappels sur l'électromagnétisme qui peuvent aider l'étudiant à la compréhension de la deuxième partie qui concerne les transformateurs, les machines tournantes telle que la machine synchrone, la machine Asynchrone et la machine à courant continu.

Ce polycopié propose, pour chaque thème abordé une progression identique : une synthèse de cours qui présente les notions « incontournables » des exercices permettant de gagner en confiance et de cerner facilement les points à éclaircir et, pour finir, un ou plusieurs problèmes plus ardu. On peut citer d'autre application à cet ouvrage comme la compréhension des réseaux électrique qui représente un domaine très complexe et nécessite de bonnes bases surtout dans le domaine de la machine synchrone.

Enfin une bibliographie sommaire aidera le lecteur désireux d'en savoir plus à trouver les ouvrages qui ont contribué à l'élaboration de ce recueil de sujets et aux synthèses de cours.

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique et Electronique

Chapitre N°1

triphasé

Courant monophasé et

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé :

### *Introduction :*

L'**électrotechnique** est la partie de la physique qui regroupe les technologies de : Production, Transport, Transformation, et Exploitation (ou Consommation) de L'**Energie Electrique** (en **Joules**). L'énergie existe sous plusieurs formes : chaleur (thermique), chimique, lumineuse (hv), potentielle (mgh), nucléaire, mécanique..... elle se **transforme**, d'une forme à une autre.

L'énergie dépend du temps : La quantité d'énergie par unité de temps s'appelle la **Puissance (Watts)** =  $P = W / t$

La puissance utile est la puissance fournie par le système pour utilisation.

Une puissance **électrique** est toujours le produit d'un **Courant I** (en Ampères) avec une **Tension U** (en Volts), le tout multiplié par un **facteur de puissance k** (sans dimension,  $0 < k < 1$ ).

$$P_{elec} = U.I.k$$

Chaque transformation est source de pertes qui s'exprime par un **rendement** énergétique:

$$\eta = \frac{\text{puissance utile}}{\text{puissance totale consommée}} = \frac{P_u}{P_t = P_u + \text{Pertes}} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1 - \text{Pertes}}{P_1} = \frac{P_{out}}{P_{in}} < 1$$

### *Régime Continu (DC ou =)*

C'est lorsqu'on utilise des générateurs de tension ou de courant continus :

les piles, accumulateurs, batteries, génératrices à CC, dynamos...

Les tensions et courants ne dépendent pas du temps, la seule chose qui les caractérise est leur **valeur moyenne**.

### *Puissance électrique en régime continu*

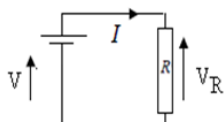
En régime continu le facteur de puissance k vaut 1.

Le seul effet conséquent de l'action d'une tension continu sur un récepteur est la résistance au courant. Le récepteur (passif) existant est alors la résistance, dont le fonctionnement est régi par la **loi d'Ohm** :

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Générateur

$$P_{\text{produite}} = VI$$



Récepteur

R en Ohm ( $\Omega$ )

Loi d'Ohm

$$V_R = RI$$

$$\rightarrow V_R = V_R I = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Comme l'énergie (et donc la puissance) ne se perdent pas (on dit qu'elles sont conservatives), l'énergie produite est égale à l'énergie consommée :  $P = V \cdot I = V_R \cdot I = R \cdot I^2$  puisque  $V_R = RI$  aux bornes de la résistance.

La puissance électrique produite par la source est consommée par la résistance sous forme de **chaleur** (dissipation chaleur = **effet Joule**).

### Système monophasé :

Régime alternatif sinusoïdales (AC ou ~)

L'énergie électrique est produite par des machines en alternatif sinusoïdale. C'est en régime sinusoïdal qu'on peut transporter l'énergie électrique sous très haute tension **HT** grâce à l'utilisation des transformateurs. Pour la même énergie transportée, en HT (donc faible courant) les pertes joules (proportionnelle à  $I^2$ ) sont minimisées.

**Nature des tensions et courants = en électrotechnique elles sont sinusoïdales**

Une grandeur sinusoïdale (tension, courant....., signal) est périodique :

$$s(t) = S_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = s(t + n \cdot T), \quad n \text{ entier qq}$$

$T$  = période en secondes (s),  $f = 1 / T$  = fréquence en Hertz (Hz),  $S_{\max}$  = amplitude du signal,  $\omega = 2\pi f$

$\omega t + \varphi$  = phase instantanée,  $\varphi$  = phase à l'origine des temps = la phase = déphasage

La valeur moyenne est définie par  $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$  et représente la composante continue du signal, mais on exprime en général un signal par sa valeur efficace :

$$S_{\text{eff}} = S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T S^2(t) dt} = \frac{S_{\max}}{\sqrt{2}}$$

### Démonstration

(Car la valeur moyenne d'un signal sinusoïdal pur est nulle)

**NB** : La valeur efficace d'un courant alternatif est celle qui produit la même puissance consommée par effet Joule qu'un courant continu de même valeur. Donc, la formulation des puissances sera la même en alternatif et en continu sous réserve **d'utiliser la valeur efficace** (vraie) dans tous les cas.

- attention cette valeur efficace remarquable est limitée au cas particulier des signaux sinusoïdaux.

- Nombres complexes rappel

Soit  $\bar{z} \in \mathbb{C}$ ,  $\mathbb{C}$  étant l'espace en deux dimensions des nombres complexes, on peut écrire :

$$\bar{z} = x + i y \quad \text{Avec } i \text{ le nombre complexe unité tel que } i^2 = -1$$

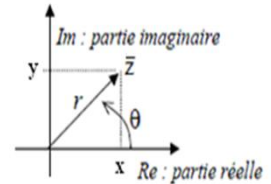
On préfère, en électricité, et pour ne pas confondre  $i$  avec un courant, écrire

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

$\bar{z} = x + j y$  Avec  $j$  le nombre complexe unité.

On représente les nombres complexes dans un plan complexe :

- La norme (ou module) du complexe  $\bar{z}$  s'écrit :  $r = |\bar{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- la projection du module sur les axes donne :  $x = r \cdot \cos\theta$  et  $y = r \cdot \sin\theta$
- d'où l'écriture polaire du nombre complexe :



$\bar{z} = x + j y = r(\cos\theta + j \cdot \sin\theta) = r \cdot e^{j\theta}$  -  $\theta$  est appelé l'argument de  $\bar{z} = \arg\bar{z} = \arctg y/x$

### Remarque :

**Les analogues des amplitudes et phase (écriture réelle) sont module et argument (écriture complexe)**

### Spécificité de l'électrotechnique, convention

En alternatif sinusoïdal, les grandeurs dépendent du temps. En électrotechnique on considère la **tension** d'alimentation  $u(t)$  (ou  $v(t)$ ) **comme** étant à l'origine des phases (**référence**) c'est à dire que  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$  et donc le courant  $i(t)$  correspondant traversant un dipôle  $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$  avec  $\varphi > 0$

Il faut bien comprendre que pour représenter une grandeur sinusoïdale, il suffit, à **fréquence constante**, de **connaître son amplitude et sa phase**. En électrotechnique, l'écriture sous **forme complexe** des courants et des tensions permet de ne les caractériser que par ces deux grandeurs (**modul et argument**) et non plus en fonction du temps :

### Grandeurs réelles (temporelles)

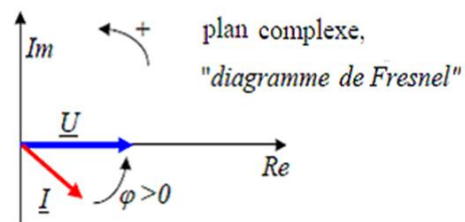
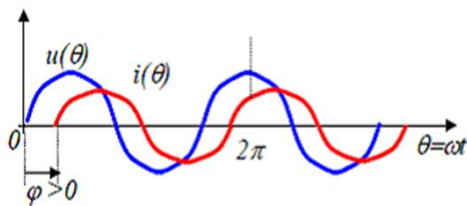
$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = U\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi) = I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

### Écriture complexe des grandeurs tension et courant

$$\bar{u} = U\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U}\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \text{ avec } \bar{U} = U$$

$$\bar{i} = I\sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t - \varphi)} = I \cdot e^{-j\varphi} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{I}\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \text{ avec } \bar{I} = I \cdot e^{-j\varphi}$$

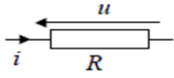


### Application aux récepteurs électriques

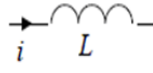
Les effets conséquents de l'action d'une tension sinusoïdale sur un récepteur sont de 3 natures : résistif, inductif et capacitif. Il existe alors 3 types de dipôle (récepteurs) correspondant. A chacun de ces dipôles correspond une relation liant la tension à ses bornes et le courant qui le traverse.

Les relations générales courant tension sont définis par:

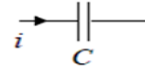
## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé



Résistance :  $u(t) = R \cdot i(t)$



Inductance :  $u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$  L en Henry (H)



Condensateur :  $u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

En utilisant l'écriture complexe, ces relations deviennent :

$$\text{Résistance : } \bar{u} = R \cdot \bar{i} = R \cdot \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \rightarrow \bar{U} = R \cdot \bar{I} \left\{ \begin{array}{l} \text{module } U = RI \\ \text{argument } \varphi = 0 \end{array} \right.$$

Avec  $U = U$  et  $I = I \cdot e^{-j\varphi}$

$$\text{Inductance : } = L \cdot \frac{d}{dt} \bar{i} = L \cdot \frac{d}{dt} \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = j \cdot L \cdot \omega \cdot \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \left\{ \begin{array}{l} \text{modul } U = L \cdot \omega I \\ \text{argument } \varphi = +90^\circ \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \bar{U} = j \cdot L \cdot \omega \cdot \bar{I}$$

Condensateur:

$$u = \frac{1}{C} \int \bar{i} dt = \frac{1}{C} \int \bar{I} \sqrt{2} e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j \cdot C \omega} \bar{I} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \bar{U} \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \left\{ \begin{array}{l} \text{modul } U = \frac{-I}{C \cdot \omega} \\ \text{argument } \varphi = -90^\circ \end{array} \right.$$

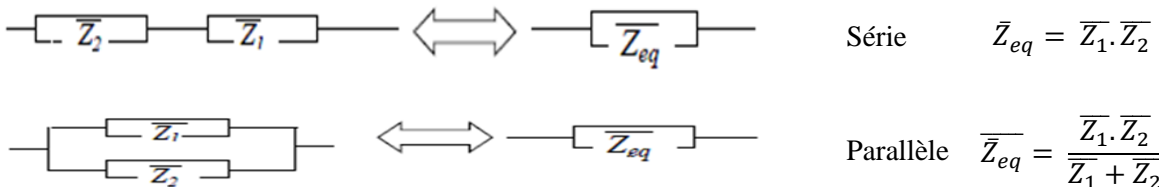
$$\rightarrow \bar{U} = \frac{1}{j \cdot C \omega} \bar{I}$$

La grandeur notée  $\bar{Z} = \frac{\bar{u}}{\bar{i}}$  est appelée impédance  $\rightarrow \bar{Z}_R = R$  ;  $\bar{Z}_L = jL\omega$  ;  $\bar{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega}$

### Règles d'association d'impédances

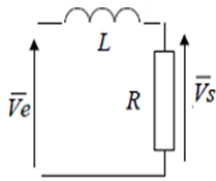
C'est le grand intérêt de l'écriture complexe, elles sont les mêmes que celles des résistances.

On retiendra de façon générale :



## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Exemple 1 : connaissant la tension d'entrée, déterminer les autres grandeurs :



L'équation de maille, en notation complexe, qui lie  $\underline{V_s}$  à  $\underline{V_e}$  est:

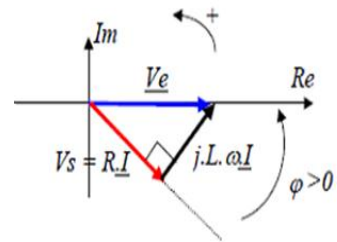
$$\begin{aligned}\bar{V}_e &= jL\omega \cdot \bar{I} + R \cdot \bar{I} \\ \bar{V}_s &= R \cdot \bar{I}\end{aligned}$$

D'où  $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} = \frac{R}{1+L\omega/R}$  donc :  $V_s = R \frac{V_e}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}$  et  $\varphi = \text{Arg}(V_s) = -\text{Arctan}(L\omega/R)$

On peut également représenter le diagramme de Fresnel associé à cette maille :

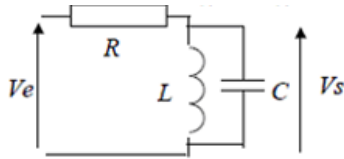
L'application du théorème de Pythagore donne directement :

$$V_e^2 = (RI)^2 + (L\omega I)^2 \text{ d'où } I = \frac{V_e}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} \text{ et } V_s = R \frac{V_e}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}$$



On remarque aussi que  $\tan(\varphi) = L\omega/R$  d'où  $\varphi = \text{Arctan}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$

• Exemple 2 : Déterminer la relation liant  $V_s(t)$  à  $V_e(t)$  dans le circuit suivant :



Pour cela, on va calculer  $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} = \frac{(L//C)}{(L//C)+R}$

Sachant que l'impédance de  $L//C$  est  $(L//C) = \frac{j.L\omega}{1+LC.(j\omega)^2} = \frac{j.L\omega}{(1+LC.(j\omega)^2)R+j.L\omega} = \frac{j.L\omega}{1+j.\frac{L}{R}\omega+LC(j\omega)^2}$

En calculant le module de  $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e}$  on obtient le rapport des modules de  $V_s(t)$  et de  $V_e(t)$  ; ainsi :

$$V_s = V_e \frac{L\omega}{\sqrt{(1-LC\omega^2)^2 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}}$$

Pour la phase, il suffit de calculer l'argument de  $\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e}$  :  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}\left(\frac{L\omega}{R.(1-LC\omega^2)}\right)$

### *Puissance électrique en alternatif sinusoïdal*

En convention récepteur:

$P > 0$  correspond à une **puissance consommée** par le dipôle

$P < 0$  correspond à une **puissance fournie** par le dipôle

NB : en convention générateur c'est l'inverse



## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

La Puissance instantanée est définie par  $p(t) = v(t).i(t)$

C'est à dire :  $p(t) = V_{\max} \cdot \sin(\omega t) \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = V_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

Or :  $\sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \sin \omega t \cdot [\sin \omega t \cos \varphi + \sin \varphi \cos \omega t] = \sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi$

Mais  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \rightarrow \sin^2 x = (1 - \cos 2x) / 2$

Et  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

D'où  $\sin^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin 2\omega t \sin \varphi$

$= \frac{1}{2} [\cos \varphi - (\cos 2\omega t \cos \varphi + \sin 2\omega t \sin \varphi)] = \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos (2\omega t - \varphi)]$

Ainsi :  $p(t) = V_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos (2\omega t - \varphi)]$  d'où en utilisant les tensions et courants efficaces :

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos(\varphi) + V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

### Puissance active

C'est la **valeur moyenne** de la puissance instantanée, c'est à dire :  $P = \langle p(t) \rangle = V \cdot I \cdot \cos \varphi$  (en W)

= produit scalaire de  $\underline{V}$  et de  $\underline{I}$  = projection de  $\underline{I}$  sur  $\underline{V}$  = la partie "active" du courant.

### Facteur de puissance

En alternatif sinusoïdal, le facteur de puissance est défini par  $k = \cos \varphi$  ; NB :  $\cos \varphi \in [0,1]$

**Puissance fluctuante** : C'est la partie variable de  $p(t)$  :  $P_f(t) = V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$

### Puissance réactive

Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal. On définit la puissance réactive comme celle due à la partie "réactive" du courant, c'est à dire à  $I \cdot \sin \varphi$ . Son unité est le Volt ampère Réactif (VAR). On retiendra la formule de cette puissance qu'on nomme classiquement  $Q$  :  $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$  (en VAR)

### Puissance apparente

Les grandeurs  $v(t)$  et  $i(t)$  étant périodiques, on les caractérise par leurs valeurs efficaces  $V$  et  $I$ .

On définit alors la puissance apparente comme la grandeur nommée  $S$  :  $S = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = V \cdot I$  (en VA)

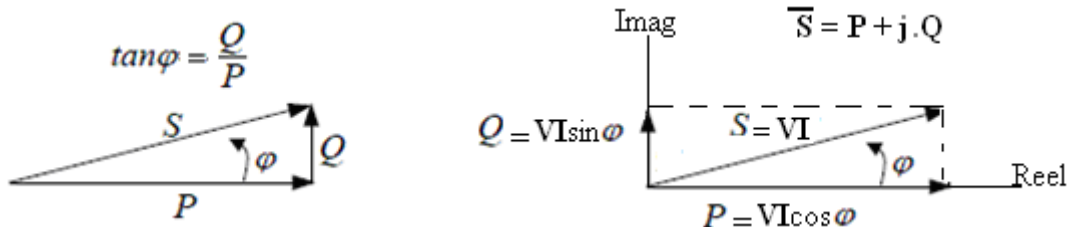
NB : Cette puissance est souvent appelée "puissance de dimensionnement", elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est à dire des dimensions des appareillages.

D'où  $k = P/S = \cos \varphi$

### Relations entre P, Q et S

Notons que :  $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$ ,  $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$  et  $S = V \cdot I$  d'où :  $P^2 + Q^2 = S^2$

Cette formulation fait apparaître une relation graphique qu'on appelle **triangle des puissances** :



Résumé valable uniquement en régime sinusoïdal :

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

$$P = V.I. \cos\varphi \quad S = V.I = P^2 + Q^2$$

$$Q = V.I. \sin\varphi \quad k = \frac{P}{S} = \cos\varphi \quad \tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

$$\text{Où } V = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad \text{et } I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

NB : - Il faut bien comprendre que ces formules, bien que très souvent rencontrées en électrotechnique, représentent un cas particulier de calcul de puissances en régime sinusoïdal pur. Le facteur de puissance, par exemple, souvent appelé directement «  $\cos\varphi$  » n'est plus du tout égal à cette valeur dès lors que les tensions ou les courants ne sont pas sinusoïdaux.

### *Puissance apparente complexe*

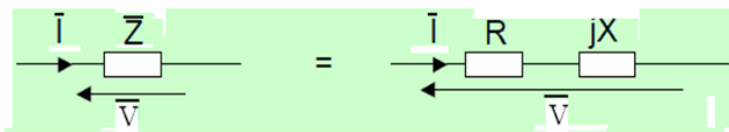
Pour relier toutes ces grandeurs en régime sinusoïdal, on fait apparaître la **puissance apparente complexe** :

$$\bar{S} = P + j.Q = VI.V = \cos\varphi + j.VI. \sin\varphi = V.I. e^{j\varphi} = \bar{V}.\bar{I}$$

Résumé des puissances fournies par les différents récepteurs en régime alternatif sinusoïdal

• application : puissance des dipôles passifs linéaires

En régime sinusoïdal, un dipôle passif linéaire est caractérisé par son impédance complexe



$$\text{Loi d'Ohm} \\ V = \bar{Z}\bar{I}$$

$$Z = R + jX \quad \text{Avec : } R \text{ la résistance (en } \Omega) \quad X \text{ la réactance (en } \Omega)$$

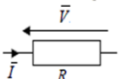
$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I} = \bar{Z}\bar{I}^2 = RI^2 + jXI^2 \rightarrow P = RI^2 : \text{loi de Jule} \quad Q = XI^2$$

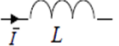
Remarque : Q et X ont le même signe. On peut donc classer les dipôles en trois catégories :

- $X = 0 \quad Q = 0 \quad \text{Dipôle résistif } (\varphi = 0^\circ)$
- $X > 0 \quad Q > 0 \quad \text{Dipôle inductif } (0^\circ < \varphi < +90^\circ)$
- $X < 0 \quad Q < 0 \quad \text{Dipôle capacitif } (-90^\circ < \varphi < 0^\circ)$


NB : On observe que les résistances sont les seuls récepteurs passifs à consommer de la puissance active, les inductances sont les seules à consommer de la puissance réactive et les capacités les seules à en produire.

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Résistance   $\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I} = R \cdot I^2 = V^2/R$      $\varphi = 0$      $P = R \cdot I^2 = V^2/R$   
 $Q = 0$  une résistance ne consomme pas de puissance réactive

Inductance   $\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I} = j \cdot L\omega \cdot I^2 = jV^2/L\omega$      $\varphi = +90^\circ$   
 $P=0$  la bobine ne consomme pas de puissance active.

$Q = L\omega \cdot I^2 = V^2/L\omega$  la bobine ne consomme pas de puissance active.

Condensateur   $\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I} = \bar{V} \cdot (-j \cdot C\omega\bar{V}) = -jC\omega V^2 = -j \cdot \frac{I^2}{C\omega}$      $\varphi = -90^\circ$   
 $P=0$  le condensateur ne consomme pas de puissance active.

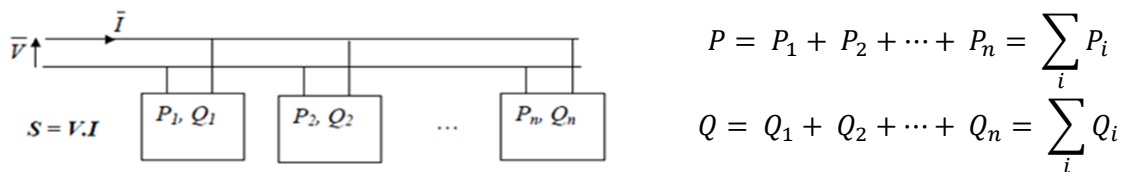
$Q = -C\omega\bar{V} = -VI^2/C\omega < 0$  le condensateur est un générateur de puissance réactive.

### Théorème de Boucherot

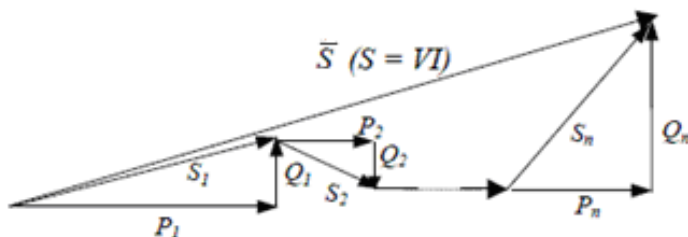
Ce théorème s'écrit : « **La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive. Cependant, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente** »

NB : Ce théorème traduit le principe de la conservation de l'énergie électrique

On représente le théorème de Boucherot par le schéma qui fait apparaître n charges consommant chacune sa puissance active et sa puissance réactive :



Ces relations apparaissent également dans la composition des n triangles des puissances :



## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

On constate bien sur cette construction que les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement sur les axes alors que la puissance apparente  $S$  n'est pas égale, en valeur, à la somme des hypoténuses des triangles.

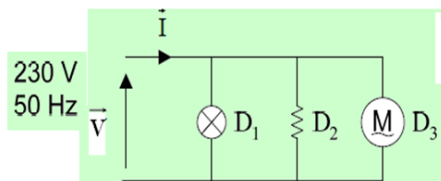
En revanche, la puissance apparente complexe, représentée par le vecteur  $S$  est bien la somme vectorielle des puissances apparentes complexes des diverses charges.

On peut donc écrire :  $S \neq S_1 + S_2 + \dots + S_n$  alors que  $\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \dots + \underline{S}_n$

NB : Attention ! Le théorème de Boucherot est valable à fréquence constante

Par ailleurs, en général :  $S \neq V_1 \cdot I_1 + V_2 \cdot I_2 + \dots + V_n I_n$

### Exemple



Ampoule :	$P_1=100W$	$Q_1 \approx 0$ (dipôle résistif)
Radiateur :	$P_2= 1500W$	$Q_2 \approx 0$ (dipôle résistif)
Aspirateur (moteur universel) :	$P_3 = 1250 W$	$Q_3 = +900$ vars
	(dipôle inductif)	

L'installation consomme donc :  $P = 2.85 KW$   $Q = +0,9 Kvar$

Attention : le théorème de Boucherot ne s'applique pas à la puissance apparente.

$S \neq \sum_i S_i$  Il faut utiliser la relation :  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Facteur de puissance

A.N.  $S = 2.99 KVA$  d'où :  $I = S/V = 13.0 A$   $\cos\varphi = \frac{P}{S} = 0.95$

Pour l'aspirateur précédent :  $\cos\varphi = \frac{P_3}{S_3} = \frac{1250}{\sqrt{1250^2 + 900^2}} = 0.81$

0,8 est l'ordre de grandeur du facteur de puissance d'un moteur alternatif en charge.

### *Problème du facteur de puissance et compensation de la puissance réactive*

La présence d'un facteur de puissance très petit devant 1 dans une installation a une conséquence très négative : Le courant fourni pour produire cette puissance est surélevé par rapport au cas où le facteur de puissance est égal à 1.

La tarification de l'énergie comptabilise uniquement la puissance active consommée.

De ce fait, les sociétés de production d'énergie électrique surtaxent les utilisateurs dont le  $\cos\varphi$  est  $< 0.8$ , de manière à pénaliser le surdimensionnement du réseau qu'implique la nécessité d'un courant trop grand.

Quand une installation, ou un réseau électrique présente un  $\cos\varphi < 0.8$ , il est nécessaire de modifier l'installation de manière à élever ce facteur. Etant donné que la grande majorité des installations sont plutôt inductives, c'est-à-dire que le  **$\cos\varphi < 1$  est dû à la présence d'inductances** dans les circuits, la manière la plus simple d'élever le  $\cos\varphi$  est de placer une batterie de condensateurs en tête de l'installation.

On appelle ça la compensation de l'énergie réactive.

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Considérons l'impédance  $Z = r \cdot e^{j\varphi} = R + jX$ , représentant un charge inductive ( $X > 0$ )

La puissance réactive correspondante est  $Q = X \cdot I^2$

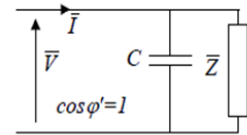
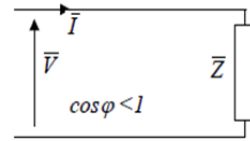
L'ajout d'un condensateur  $C$  en tête du circuit ne modifie pas la charge et ne rajoute aucune puissance active. En revanche,  $C$  produit de la puissance réactive et va donc donner un nouveau facteur de puissance :  $\cos\varphi'$

On sait que  $Q_C = -C\omega V^2$ . Le théorème de Boucherot apporte :  
 $Q_{tot} = Q + Q_C = Q'$

La compensation de puissance réactive consiste à assurer  $Q_{tot} = 0$

C'est-à-dire à  $Q_{tot} = Q$  et  $\cos\varphi' = 1$

Le Condensateur à choisir a alors la valeur :  $C = X \cdot I^2 / \omega V^2 = Q / \omega V^2$



### Amélioration du facteur de puissance

Détermination des capacités des condensateurs pour relever le facteur de puissance de  $\cos\varphi$  à  $\cos\varphi'$   
 (ou bien  $\text{tg}\varphi$  à  $\text{tg}\varphi'$ )

$$\begin{array}{l} Q \\ P \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} Q' = Q + Q_C \\ P' = P \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} Q_C = Q' - Q = C\omega U^2 \\ Q = P \text{tg}\varphi \\ Q' = P \text{tg}\varphi' \end{array} \rightarrow C = \frac{P(\text{tg}\varphi' - \text{tg}\varphi)}{2\pi f U^2}$$

Cette façon de compenser l'énergie réactive s'appelle "compensation statique". Il existe une autre manière: la compensation par compensateur synchrone, c'est-à-dire par un alternateur sur ou sous excité synchronisé sur la tension réseau. NB: Il est impossible, par ces procédés de compenser de la puissance déformante.

### Exercice

Une installation alimentée par un réseau 230V 50Hz absorbe une puissance active de 80 kW et une puissance réactive de 60 kVars. Déterminer le  $\cos\varphi$  de cette installation.

$$P = 80\text{kW} = UI \cos\varphi = S \cos\varphi ; Q = 60\text{kVars} ; S = (P^2 + Q^2)^{1/2} = 100 \text{ kVA} \rightarrow \cos\varphi = 0,8$$

$$I = S/V = \sqrt{(P^2 + Q^2)} / V = 43,47 \text{ A}$$

Nous désirons ramener le  $\cos\varphi$  à 0,85 ; calculer la capacité du condensateur à brancher sur ce réseau.

$$\cos\varphi = 0,8 \rightarrow \text{tg}\varphi = 0,75 ; \cos\varphi' = 0,85 \rightarrow \text{tg}\varphi' = 0,61 \rightarrow C = \frac{P(\text{tg}\varphi' - \text{tg}\varphi)}{\omega V^2} = 674 \mu\text{F}$$

$$Q' = P \text{tg}\varphi' = 48,8 \text{ kVars}$$

$$\text{Le nouveau courant de ligne} = I' = S' / V = \sqrt{(P^2 + Q'^2)} / V = 40,74 \text{ A} < I.$$

# Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

## Systèmes triphasés

### Courant monophasé

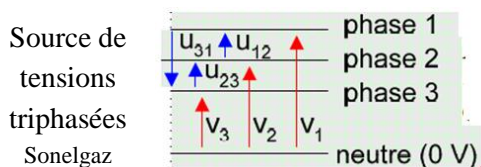
- Le système monophasé concerne les installations domestiques
- Le système triphasé est utilisé dans les installations industrielles et dans la production, le transport et la distribution de l'énergie électrique.

Les systèmes de tensions et courants triphasés forment la réalité des unités de production et de distribution de l'énergie électrique. Le réseau triphasé nécessite beaucoup moins de cuivre pour fournir la même puissance à une charge que le réseau monophasé. Plusieurs autres raisons s'ajoutent à ces considérations technologiques et économiques et font du réseau triphasé l'incontournable acteur de la distribution électrique.

### Système triphasé

#### Définitions

On appelle **tensions [courants] triphasées**, trois tensions [courants] sinusoïdales alternatives, de même fréquence, de même valeur efficace et régulièrement déphasées de 120°.



Les tensions  $U_{ij}$  sont appelées tensions **entre phases** (ou tensions **composées**).  
On note  $U$  la valeur efficace des tensions entre phases.

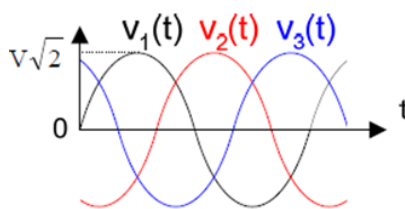
Les tensions  $v_i$  sont appelées tensions **entre phase et neutre** (ou tensions **simples**).

#### • Représentation temporelle :

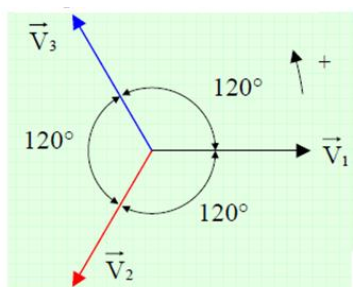
$$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

$$v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

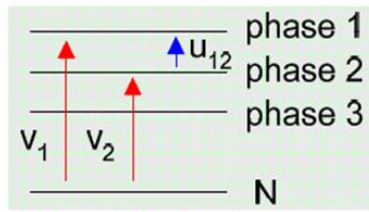
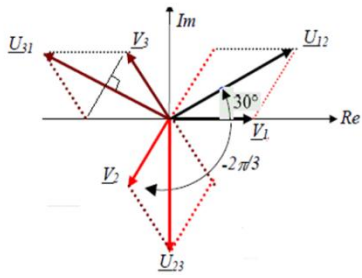
$$v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$



#### • Représentation de Fresnel :



# Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé



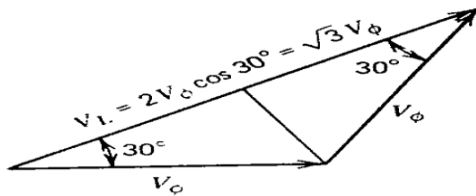
Relation entre U et V  
 Loi des branches :  
 $U_{12} = V_1 - V_2$   
 $U_{23} = V_2 - V_3$   
 $U_{31} = V_3 - V_1$

Un système triphasé à basse tension sur le réseau est intitulé : **230V/400V**, 230V représentant la tension simple efficace et 400V la tension composée efficace.

La relation qui existe entre l'amplitude V et U se calcule facilement par projection :

$$2 \cdot V \cos(\pi/6) = U \text{ c'est-à-dire : } U = \sqrt{3} \cdot V \quad (U/2 = V \cos 30)$$

Démonstration de la valeur de la tension composée (voir la 2eme page )



Remarque :

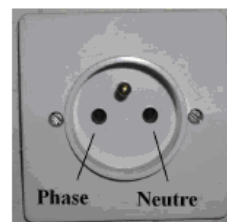
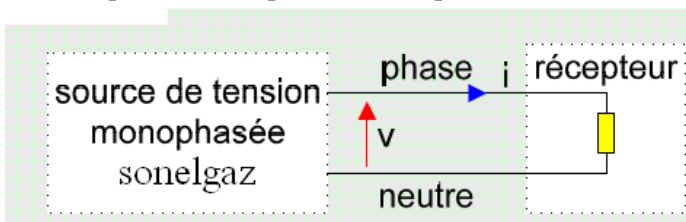
Sonelgaz distribue un réseau triphasé • 400 V (valeur efficace entre phases) • 50 Hz

Valeur efficace des tensions simples :  $V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \approx 230 \text{ V}$

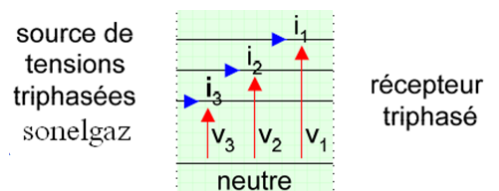
Chez vous, la tension monophasée (le « secteur ») provient d'un réseau triphasé où l'on utilise le neutre avec une des trois phases.

## Récepteurs triphasés équilibrés

En monophasé, le récepteur est un dipôle. Une des bornes est reliée au neutre et l'autre à la phase :

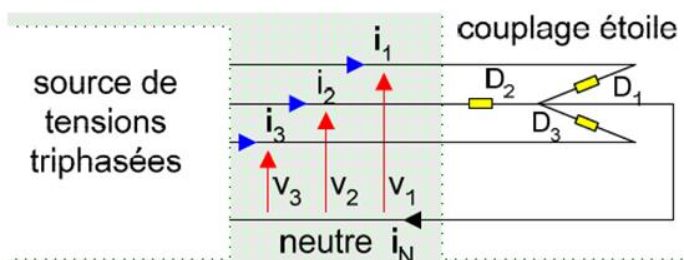


En triphasé, le récepteur possède trois bornes (une par phase) Et éventuellement une quatrième pour le neutre Les courants  $i_1, i_2$  et  $i_3$  sont appelés courants de ligne



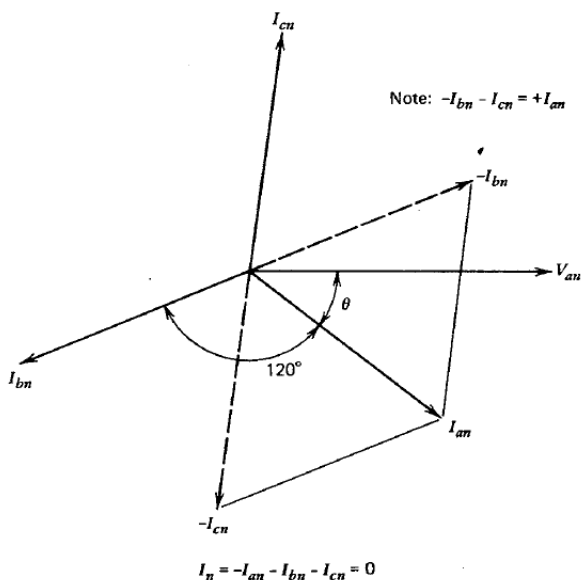
# Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Couplage étoile (Y) d'un récepteur triphasé :

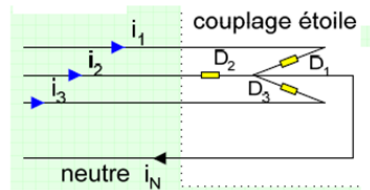
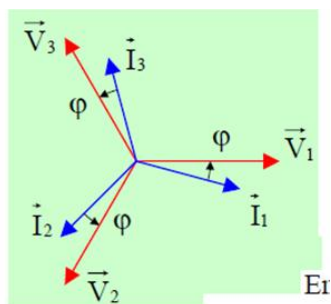


- Définition : un récepteur triphasé est **équilibré** s'il est constitué de trois dipôles identiques. Autrement, on parle de récepteur triphasé déséquilibré.
- Conséquence : dans un récepteur **linéaire et équilibré**, les courants de ligne forment un système de courants triphasés (même valeurs efficaces **I** et déphasages de 120°)

Démonstration de la valeur du courant du neutre)



• Représentation de Fresnel



La loi des nœuds indique que le courant neutre est nul :

$$i_N(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

En pratique : non linéarité, déséquilibre  $\Rightarrow i_N \neq 0$



# Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

- Puissances

Le récepteur triphasé est constitué de trois dipôles consommant les mêmes puissances :

$$P_1 = P_2 + P_3 = VI\cos\varphi$$

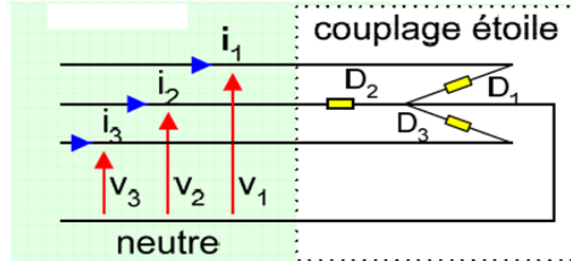
$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = VI\cos\varphi$$

Théorème de Boucherot :

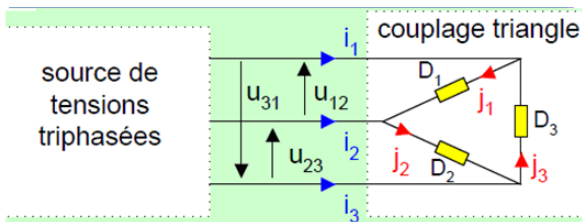
$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3VI\cos\varphi$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3VI\cos\varphi$$

$$S = 3VI$$



Couplage triangle (D ou Δ) d'un récepteur triphasé :



Pour ce couplage : pas de neutre.

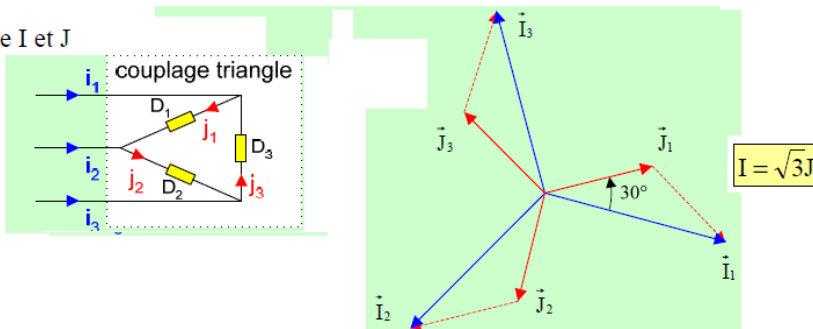
Les courants  $j_1, j_2$  et  $j_3$  sont appelés courants de *phase*.

Si le récepteur est linéaire et équilibré, les courants de phase forment un système de courants triphasés, de valeurs efficaces  $\mathbf{J}$ .

Ce montage ne possède ni neutre ni tensions simples. Par contre, il présente deux types de courants : les courants  $I$  qu'on appelle les courants de ligne et les courants  $J$  : qu'on appelle les courants de phase.

- Relation entre  $I$  et  $J$

$$\begin{aligned} i_1 &= j_1 - j_3 \\ i_2 &= j_2 - j_1 \\ i_3 &= j_3 - j_2 \end{aligned}$$



On montre également, comme on l'a fait avec  $U$  et  $V$  du montage étoile que la relation qu'il existe entre les amplitudes  $I$  et  $J$  est :  $\mathbf{I} = \sqrt{3}\mathbf{J}$  ( $\mathbf{J}_{12} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 ; \dots$ )

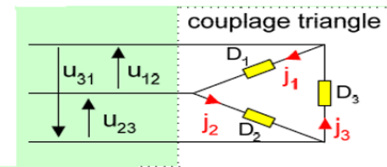
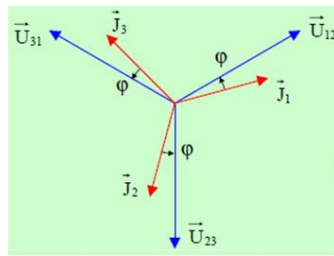
NB : le montage en triangle est possible puisqu'il n'existe pas de courant de circulation interne dans les enroulements de phase. En effet, à tout moment,  $U_1(t) + U_2(t) + U_3(t) = 0$

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

- Puissances :

$$P_1 = P_2 + P_3 = 3UJ\cos\varphi$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 3UJ\sin\varphi$$



Puissances consommées par le récepteur triphasé :

$$P = 3UJ\cos\varphi$$

$$Q = 3UJ\sin\varphi$$

$$S = 3UJ$$

- Puissance en régime triphasé équilibré :

- Couplage Y

$$P = 3VI\cos\varphi_{v/i}$$

$$U = \sqrt{3}V$$

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi_{v/i}$$

- Couplage  $\Delta$

$$P = 3UI\cos\varphi_{u/j}$$

$$I = \sqrt{3}J$$

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi_{u/j} \\ = \sqrt{3}UI\cos\varphi_{v/j}$$

- Quel que soit le couplage :

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$$

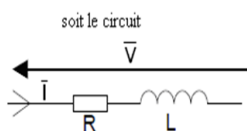
$$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$$

$$S = \sqrt{3}UI$$

$$K = \cos\varphi$$

**TD chapitre N°1 : Exercices sur le régime monophasé**

**Exercice 1**



Donner l'expression

déduire l'expression

- de la puissance active consommée par la résistance
- de la puissance réactive consommée par la bobine
- de la puissance apparente du circuit.
- du facteur de puissance du circuit.

A.N. On donne  $R = 10\Omega$  ;  $L = 200\text{mH}$ ,  $f = 50\text{Hz}$  et  $I = 3.6\text{A}$

Calculer  $V$  et le déphasage de  $v$  par rapport à  $i$ .

**Exercice 2**

L'emballage d'une ampoule « basse consommation » indique :

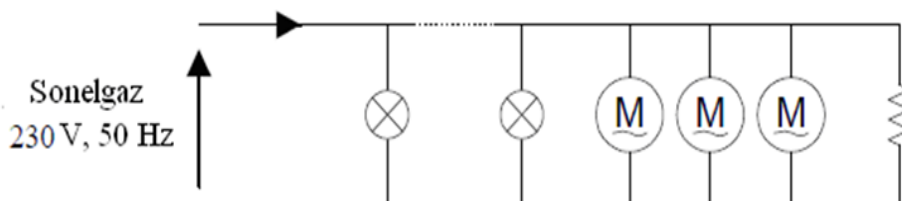
230 V	50 Hz	1200
150mA	20 W	lumen

- 1- Calculer le facteur de puissance de l'ampoule.
- 2- l'ampoule peut fonctionner pendant 6 ans à raison de 3 heures par jour.  
Calculer l'énergie électrique (en kWh) consommée.
- 3 – Une ampoule classique de 100 W donne le même flux lumineux qu'une ampoule de basse consommation de 20 W.  
Calculer l'économie d'énergie que procure l'utilisation d'une ampoule basse consommation.

**Exercice 3**

Une installation électrique monophasé 230V/50 Hz comporte :

- dix ampoules de 75 W chacune ;
- un radiateur électrique de 1.875 kW ;
- trois moteurs électriques identiques absorbent chacun une puissance de 1.5kW avec un facteur de puissance de 0,80.



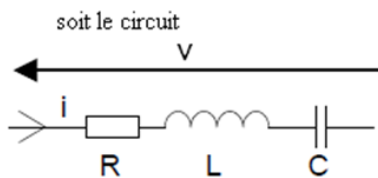
Ces différents appareils fonctionnent simultanément.

- 1- Quelle est la puissance active consommée par les ampoules ?
- 2- Quelle est la puissance réactive consommée par un moteur ?
- 3- quelles sont les puissances active et réactive consommées par l'installation ?

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

- 4- quel est son facteur de puissance ?
- 5- Quelle est l'intensité efficace du courant dans le câble de ligne ?
- On ajoute un condensateur en parallèle avec l'installation.
- 6- Quelle doit être la capacité du condensateur pour relever le facteur de puissance à 0,93 ?
- 7- Quel est l'intérêt ?

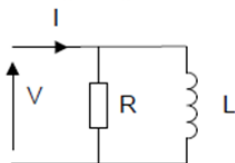
### Exercice 4 :



- 1- Déterminer l'impédance complexe  $\bar{Z}$  du circuit.
- 2- En déduire la réactance X du circuit.
- 3- Exprimer P, Q et S en fonction de I.
- 4- A la résonance u et i sont en phase. Que vaut alors Q ?
- 5- En déduire la fréquence de résonance.

### Exercice 5

#### Schéma électrique équivalent d'un transformateur monophasé à vide



On donne

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}} &= 230 \text{ V,} \\ F &= 50 \text{ Hz} \\ R &= 1.6 \text{ k}\Omega \\ \text{Et } L &= 1,25 \text{ H.} \end{aligned}$$

- 1- Calculer la puissance active PR consommée par la résistance.
- 2- Calculer la puissance réactive QL consommée par la bobine.
- 3- Utiliser le théorème de Boucherot pour calculer la puissance apparente S du circuit.
- 5- Que vaut le déphasage de i par rapport à v ?

6 – Montrer que :  $Z = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}}$ ,  $\cos\varphi_{i/v} = \frac{\frac{1}{R}}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}}$  avec  $X = L\omega$

### Exercices sur le régime monophasé

#### Exercice 6

Le moteur monophasé d'une machine à laver consomme 5 A sous une tension de 230 V ; 50 Hz. Son facteur de puissance est  $\cos \varphi = 0,75$ .

1. Calculer les puissances apparente, active et réactive absorbées par le moteur.
2. Calculer l'énergie électrique consommée pour un fonctionnement ininterrompu de 2 h.
3. Le prix du kWh étant à 9,55 DA, calculer le coût de ce fonctionnement.

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

### Exercice 7

Une installation monophasée, 230 V AC, 50 Hz, comporte 30 lampes à incandescence de 75 W chacune et un moteur monophasé de puissance utile de 2,25 kW, de rendement  $\eta = 0,75$  et de facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,6$ .

Représenter le schéma de l'installation et noter les grandeurs ci-dessus

1. Calculer l'intensité  $I_1$  du courant dans les lampes
2. Calculer la puissance active absorbée par le moteur
3. Calculer l'intensité  $I_2$  du courant dans le moteur
4. Calculer la puissance active totale  $P_t$  de l'installation, la puissance réactive totale  $Q_t$  de l'installation et la puissance apparente totale  $S_t$  de l'installation.
5. Calculer l'intensité totale  $I_t$  en ligne de l'installation, et le facteur de puissance de l'installation

### Exercice 8

Une installation d'éclairage comprend : 100 tubes fluorescents de 40 W chacun,  $\cos \varphi_1 = 0,4$  (non compensé).

1. Calculer la puissance totale de l'installation, l'intensité en ligne
2. On veut passer d'un  $\cos \varphi_1$  de 0,4 à un  $\cos \varphi_2$  de 0,9. Calculer la valeur de la puissance réactive du condensateur à installer. Calculer la valeur du condensateur
3. Calculer la nouvelle valeur du courant en ligne. Indiquer, d'après les résultats des questions précédentes l'avantage d'avoir un  $\cos \varphi$  le plus proche de 1.

### Exercice 9

On considère la charge monophasée représentée sur la figure 9. ( $V=230$  V et fréquence 50 Hz)

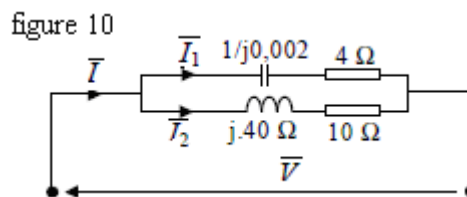
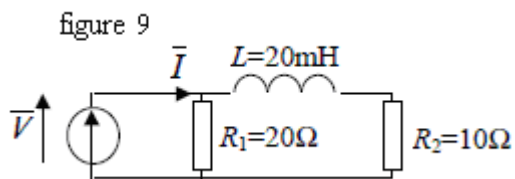
- 1) Calculer la valeur efficace  $I_1$  du courant circulant dans la résistance  $R_1$ .
- 2) Calculer la valeur efficace  $I_2$  du courant circulant dans la résistance  $R_2$ .
- 3) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
- 4) Calculer la valeur des puissances active  $P$ , réactive  $Q$  et apparente  $S$  relatives à ce circuit.
- 5) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

### Exercice 10

On considère le circuit représenté sur la figure 10 ou on ne connaît que la valeur du courant total absorbé  $I = 2,5$  A.

- 1) Calculer la valeur de la tension efficace  $V$  appliquée à cette charge.
- 2) En déduire les valeurs de  $I_1$  et  $I_2$ .
- 3) Retrouver ces valeurs par l'application de la formule du diviseur de courant (les admittances seront directement calculées à la calculatrice en calcul complexe).
- 4) Représenter l'intégralité des grandeurs sur un diagramme de Fresnel.
- 5) Ecrire l'expression littérale de la puissance active  $P$  et de la puissance réactive  $Q$  consommées par cette charge.  
Faire l'application numérique.
- 6) Calculer les éléments du circuit le plus simple équivalent à cette charge.

# Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé



## Exercices sur le régime triphasé

### Exercice 1

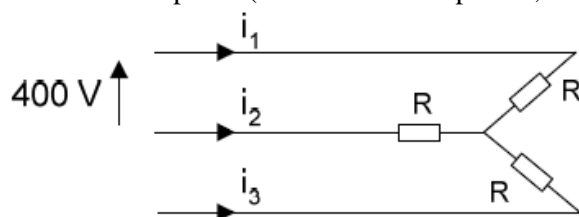
Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs  $R = 100 \Omega$ .

Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé 230 V / 400 V à 50 Hz.

- 1- Calculer la valeur efficace  $I$  du courant de ligne et la puissance active  $P$  consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.
- 2- Reprendre la question avec un couplage en triangle.
- 3- Conclure.

### Exercice 2

1- Un réseau triphasé ( $U = 400$  V entre phases, 50 Hz) alimente un récepteur résistif

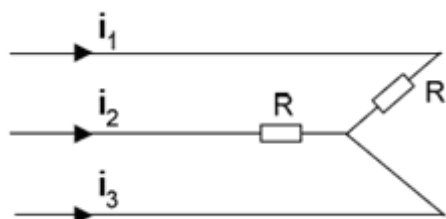


(Couplage étoile sans neutre) :  $R = 50 \Omega$

Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne  $I_1$ ,  $I_2$ , et  $I_3$ .

Calculer la puissance active  $P$  consommée par les trois résistances.

2- Un court-circuit a lieu sur la phase 3

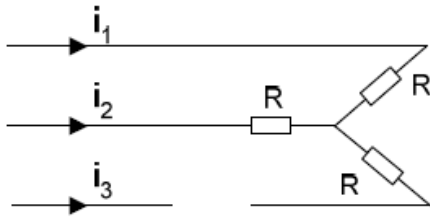


Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne

$I_1$  et  $I_2$ .

3- La phase 3 est coupée

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé



Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne  $I_1$ ,  $I_2$ , et  $I_3$ .

### Exercice 3

Sur un réseau (230 V / 400 V, 50 Hz) sans neutre, on branche en étoile un récepteur composé de trois dipôles capacitifs identiques de résistance  $R = 20 \Omega$  en série avec une capacité  $C = 20 \mu\text{F}$ .

- 1- Déterminer l'impédance complexe de chaque dipôle. Calculer son module et son argument.
- 2- Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions simples.
- 3- Calculer les puissances active et réactive consommées par le récepteur triphasé, ainsi que la puissance apparente.

### Exercice 4

On monte en triangle sur un réseau 127/220 un récepteur composé de trois dipôles identiques dont l'impédance est  $35 \Omega$  et le  $\cos \varphi = 0,7$ . Calculer :

- 1) Le courant dans un dipôle et son déphasage sur la tension correspondante
- 2) Le courant dans un fil de ligne

### Exercice 5

Soit un récepteur triphasé équilibré inductif. Il est caractérisé par une puissance active  $P$  de 20 kW et une puissance apparente  $S$  de 30 kVA. La tension d'alimentation  $U$  est de 500 V, à 50 Hz.

Déterminer l'impédance de phase correspondante, pour un couplage étoile, puis pour un couplage triangle.

**Corrigé des exercices sur le régime monophasé****Corrigé 1**

La puissance active consommée par la résistance  $P_R = RI^2$

La puissance réactive consommée par la bobine  $Q_L = L\omega I^2$

La puissance apparente du circuit Théorème de Boucherot :  $S = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \cdot I^2$

Facteur de puissance du circuit  $k = \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$

$$V = \frac{S}{I} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \cdot I = 229V \quad \cos\varphi = 0,157 \quad \text{d'où} \quad \varphi = +81 \text{ (circuit inductif)}$$

**Corrigé 2**

Le facteur de puissance de l'ampoule  $\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{20}{230 \times 0,15} = 0,58$

L'ampoule peut fonctionner pendant 6 ans à raison de 3 heures par jour.

L'énergie électrique (en kWh) consommée est  $0,020\text{kW} \times (6 \times 365 \times 3\text{h}) = 131,4 \text{ kWh}$

Une ampoule classique de 100 W donne le même flux lumineux qu'une ampoule basse consommation de 20 W

Pour une ampoule classique :  $0,100\text{kW} \times (6 \times 365 \times 3\text{h}) = 675 \text{ kWh}$

Le tarif du kWh électrique est actuellement de 10 DA

Différence de consommation :  $675 - 131,4 = 525,6 \quad 525,6 \times 10 = 5256 \text{ DA d'économie.}$

**Corrigé 3**

$$P = 750 + 1875 + 3 \times 1500 = 7,125 \text{ kW}$$

$Q = 0 + 0 + 3 \times 1125 = +3,375 \text{ kvar}$  (on suppose que les ampoules et le radiateur sont purement résistifs)

$$\text{Puissance apparente de l'installation : } S = (7,125^2 + 3,375^2)^{1/2} = 7,884 \text{ kVA}$$

$$\text{Facteur de puissance : } \cos\varphi = 7,125/7,884 = 0,904$$

L'intensité efficace du courant dans le câble de ligne  $I = S/V = 7887/230 = 34,3 \text{ ampères.}$

On ajoute un condensateur en parallèle avec l'installation.

Un condensateur ne consomme pas de puissance active donc l'installation consomme toujours  $P' = P = 7,125 \text{ kW.}$

$$\text{Facteur de puissance} = \cos\varphi' = 0,93 \quad \text{d'où} \quad \tan\varphi' = 0,4 \quad Q' = P' \tan\varphi' = 7,125 \times 0,4 = 02,85 \text{ kvar}$$

Le condensateur consomme la puissance réactive :  $Q_C = Q' - Q = 2850 - 3375 = -525 \text{ vars}$

( $Q_C < 0$  : un condensateur est un générateur de puissance réactive).  $Q_C = -V^2 C \omega$  d'où  $C = 32 \mu\text{F}$



## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

Le condensateur permet à l'installation, de consommer moins de puissance réactive pour une même puissance active.

La puissance apparente est donc plus faible, le courant de ligne également :

$$S' = (P'^2 + Q'^2)^{1/2} = (7,125^2 + 2,85^2)^{1/2} = 7,674 \text{ kVA (au lieu de 7,884 kVA)}$$

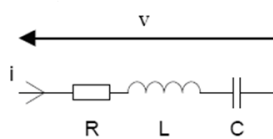
$$I' = S'/V = 7674/230 = 33,4 \text{ A (au lieu de 34,3 A sans condensateurs)}$$

Le courant de ligne étant moins important, les chutes de tension et les pertes par effet Joule dans les lignes de distribution sont réduites, ce que EDF apprécie grandement.

C'est pour cette raison que Sonelgaz surtaxe les industriels qui consomment trop de puissance réactive.

L'industriel a alors tout intérêt à installer, à ses frais, un système de compensation d'énergie réactive (par condensateurs par exemple).

### Corrigé 4



L'impédance complexe  $\bar{Z}$  du circuit :  $\bar{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})$

La réactance X du circuit :  $X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

$$P = RI^2 \quad Q = XI^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I^2 \quad S = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}I^2$$

A la résonance u et i sont en phase  $\rightarrow \varphi = 0 \rightarrow Q = 0$

$$\rightarrow \text{La fréquence de résonance } X = L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

### Corrigé 5

La puissance active  $P_R$  consommée par la résistance. Loi de Joule :  $P_R = V_{\text{eff}}^2/R = 230^2/1600 = 33 \text{ W}$  (cette puissance électrique est dégradée sous forme thermique : ceci se traduit par un échauffement du circuit magnétique du transformateur).

La puissance réactives  $Q_L$  consommée par la bobine.  $Q_L = V_{\text{eff}}^2/(L\omega) = +134,7 \text{ vars}$ .

Le circuit consomme la puissance active :  $P = P_R + P_L = P_R$  (la bobine ne consomme pas de puissance active).

Le circuit consomme la puissance réactive :  $Q = Q_R + Q_T = Q_L$  (la résistance ne consomme pas de puissance réactive).

$$S = \sqrt{P_R^2 + Q_L^2} = V_{\text{eff}}^2 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(L\omega)^2}} = 138,7 \text{ VA} \quad I_{\text{eff}} = \frac{S}{V_{\text{eff}}} = V_{\text{eff}} \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(L\omega)^2}} = 0,60 \text{ A}$$

Facteur de puissance :  $k = P_R/S = 0,238 = \cos \varphi$  d'où  $\varphi = +76,2^\circ$

Le déphasage est positif car le circuit est inductif ( $Q > 0$ )

On remarque qu'un transformateur à vide consomme beaucoup de puissance réactive : il est fortement inductif.

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

$$Z = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}} \quad \cos\varphi_{i/v} = \frac{P}{S} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}} \quad \text{avec: } X = L\omega$$

### Corrigé 6

1.  $S = V.I = 230.5 = 1,15.10^3 = 1,15 \text{ kVA}$

$P = V.I.\cos\varphi = 230.5.0,75 = 862,5 = 862,5 \text{ W}$

$Q = V.I.\sin\varphi$  ;  $\cos\varphi = 0,75 \rightarrow \sin\varphi = 0,661$  ;  $Q = 230.5.0,661 = 760 \text{ Vars}$

Ou bien méthode de Boucherot :

$S^2 = P^2 + Q^2 \rightarrow Q = (1150^2 - 862,5^2)^{1/2} = 760 \text{ VAR}$

2.  $W = P \times t = 862,5 \times 2 = 1,725.10^3 = 1,725 \text{ kWh}$

3. coût = quantité  $\times$  prix =  $1,725 \times 9,55 = 16,5 \text{ DA}$

### Corrigé 7

1.  $P = VI \cos \varphi$

pour les lampes :  $\cos \varphi = 1$  ;  $I = P / V = (30 \times 75) / 230 = I_1 = 9,78 \text{ A}$

2.  $\eta = P_u / P_a \rightarrow P_a = P_u / \eta = 2,25.10^3 / 0,75 = 3 \text{ kW}$

3.  $P = V \times I \times \cos \varphi \rightarrow I = P / (V.\cos\varphi) = 3.10^3 / 230.0,6 = I_2 = 21,7 \text{ A}$

4.  $P_t = \Sigma P = P_{\text{lampes}} + P_{\text{moteur}} = 3.10^3 + 30.75 = P_t = 5,25 \text{ kW}$

$Q_t = \Sigma Q = Q_{\text{lampes}} + Q_{\text{moteur}}$

$Q_{\text{lampes}} = V.I.\sin\varphi$  ; mais  $\cos\varphi = 1 \rightarrow \sin\varphi = 0$  donc  $Q_{\text{lampes}} = 0$

$Q_t = Q_{\text{lampes}} = U.I.\sin\varphi$  ; mais  $\cos\varphi = 0,6 \rightarrow \sin\varphi = 0,8$  donc  $Q_t = 230 \times 21,7 \times 0,8 = 3,99.10^3 = 3,99 \text{ kVAR}$

$S_t = (P_t^2 + Q_t^2)^{1/2} = 6,60.10 \text{ kVA}$

5.  $S = VI \rightarrow I = S / V = 6,60.10^3 / 230 = 28,7 \text{ A}$

$\cos\varphi = P / S = 5,25.10^3 / 6,60.10^3 = 0,796$

### Corrigé 8

1.  $P = \text{nombre de tubes fluo} \times \text{puissance par tube fluo} = 100 \times 40 = 4000 = 4 \text{ kW}$

$P = V \times I \times \cos \varphi_1 = P_1 \rightarrow I = 4000 / (230.0,4) = 43,5 \text{ A}$  ;

$\cos \varphi_1 = 0,4 \rightarrow \tan\varphi_1 = 2,29 \rightarrow Q_1 = P_1 \tan \varphi_1 = 9160 \text{ Vars}$

2.  $\cos \varphi_2 = 0,9 \rightarrow \tan \varphi_2 = 0,48$  , un condensateur ne consomme pas de puissance réactive donc  $P_2 = P_1$

Mais la puissance réactive devient  $Q_2 = P_2 \tan \varphi_2 = 1920 \text{ Vars}$  ;

et le condensateur consomme une puissance réactive  $Q_c = Q_2 - Q_1 = -7240 \text{ Vars} < 0$  car un condensateur est un générateur de puissance active

$Q_c = -U^2 C \omega \rightarrow C = 7240 / (230^2.2\pi.50) = 435 \mu\text{F}$

3.  $I_2 = S_2 / V = (P_2^2 + Q_2^2)^{1/2} / V = 19,3 \text{ A} < 43,5 \text{ A}$  donc moins de pertes d'énergie par effet Joule

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

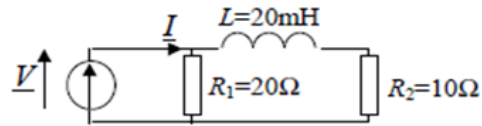
### Corrigé 9:

$$1) I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11,5 \text{ A}$$

$$2) I_1 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L \cdot \omega)^2}}$$

$$= \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}}$$

$$= 19,5 \text{ A}$$



3) impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1 // (R_2 + jL\omega) = \frac{20 \cdot (10 + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi))}{(20 + 10) + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j \cdot 125,6}{30 + j \cdot 6,28}$$

$$4) \text{ On en déduit : } I = \frac{V}{|R_1 // (R_2 + jL\omega)|} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125,6^2}}{\sqrt{30^2 + 6,28^2}}} = 298,85 \text{ A}$$

$$5) P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 20 \times 11,5^2 + 10 \times 19,5^2 = 6,44 \text{ kW}$$

$$6) Q = L\omega I_2^2 = 20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19,5^2 = 2,39 \text{ kVAR d'où } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6,86 \text{ kVA}$$

$$7) \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{6,44}{6,86} = 0,93$$

### Corrigé 10

1) On calcule l'impédance équivalente au circuit :

$$\underline{Z}_{eq} = (4 - j \cdot (1/0,002)) // (10 + j \cdot 40) = 11,8 + j \cdot 43,2. \text{ Ainsi :}$$

$$\sqrt{11,8^2 + 73,2^2} \times 2,5 = 112 \text{ V}$$

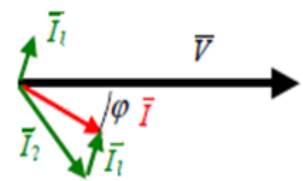
$$V = Z_{eq} \cdot I =$$

$$2) I_1 = \frac{V}{\sqrt{4^2 + 500^2}} = 0,22 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{V}{\sqrt{10^2 + 40^2}} = 2,7 \text{ A}$$

$$3) \vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 \quad \bar{Z}_1 = 4 - j \cdot 500 = \frac{\bar{V}}{I_1} \quad \bar{Z}_2 = 10 + j \cdot 40 = \frac{\bar{V}}{I_2}$$

$$\arg \bar{Z}_1 = -\arctg \frac{500}{4} = -89,5^\circ \quad \arg V - \arg I_1 = 0 - \varphi_{I_1/V} \rightarrow \varphi_{I_1/V} = 89,5^\circ$$

$$\arg \bar{Z}_2 = -\arctg \frac{40}{10} = 75,9^\circ = \arg V - \arg I_2 = 0 - \varphi_{I_2/V} \rightarrow \varphi_{I_2/V} = -75,9^\circ$$



4) Voir schéma

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

$$5) P = 4 \cdot I_1^2 + 10 \cdot I_2^2 = 73 \text{ W}, \quad Q = -500 \cdot I_1^2 + 40 \cdot I_2^2 = 267 \text{ VAR}$$

6) cette charge est équivalente à un circuit R-L ( $Q > 0$ ) dont les valeurs sont :

$$R = P/I^2 = 11,7 \Omega \quad \text{et} \quad X = L \cdot \omega = Q/I^2 = 42,7 \Omega$$

### Corrigés des Exercices sur le régime triphasé

#### Corrigé 1

1) Le courant dans un radiateur est aussi le courant de ligne :  $I$  ; Loi d'Ohm :  $I = V/R = 2,3 \text{ A}$   
Le récepteur triphasé consomme  $3RI^2 = 1,6 \text{ kW}$  (Loi de Joule).

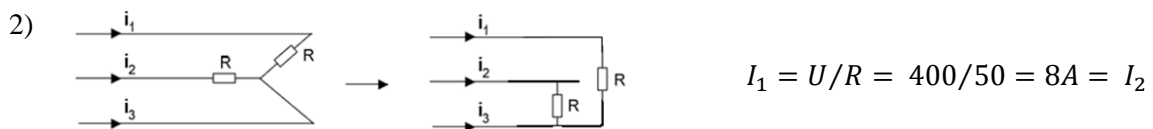
2- Le courant dans un radiateur est le courant de phase  $J$  Loi d'Ohm :  $J = U/R = 4,0 \text{ A}$

D'où le courant de ligne :  $I = J\sqrt{3} = 6,9 \text{ A}$  ; Loi de Joule :  $3RJ^2 = RI^2 = 4,8 \text{ kW}$

3- Conclusion : En couplage triangle, le courant de ligne est trois fois supérieur qu'avec un couplage en étoile, de même pour la puissance active : en triangle, le dispositif fournit trois fois plus de chaleur qu'en étoile.

#### Corrigé 2

$$1) I_1 = \frac{V}{R} = \frac{400}{\sqrt{3} \times 50} = 4,62 \text{ A} = I_2 = I_3 \quad P = \sqrt{3}UI \cos \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 4,62 \times 1 = 3200 \text{ W}$$



$$3) I_1 = \frac{U}{2R} = \frac{400}{2 \times 50} = 4 \text{ A} = I_2 \quad I_3 = 0$$

#### Corrigé 3

$$1) \bar{Z} = R - \frac{j}{C\omega} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} = 160, \Omega \quad \arg(Z) = \arctan\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) = -82,8^\circ$$

$$2) \bar{V} = \bar{Z}\bar{I} \quad I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{160,4} = 1,43 \text{ A} \quad \arg(I) = \arg(V) - \arg(Z) = 82,8^\circ = \varphi_{i/v}$$

$$P = 3RI^2 = 123,3 \text{ W} \quad Q = -3 \frac{I^2}{C\omega} = -3 \frac{I^2}{2\pi f C} = -981,6 \text{ vars} \quad S = 3ZI^2 = 989,3 \text{ VA}$$

#### Corrigé 4

$$\text{Courant } J = U_0/Z = 220/35 = 6,3$$

Déphasage à  $\cos \varphi = 0,7$  correspond  $\varphi = 45^\circ$

$$\text{Courant dans le fil } I = J\sqrt{3} = 6,3 \times 1,73 = 10,9 \text{ A}$$

## Chapitre 1 : Courant monophasé et triphasé

### Corrigé 5

Pour les deux couplages étoile et triangle, on a :  $P = \sqrt{3} U I \cos \varphi = 20 \cdot 10^3 \text{ W}$  ;  $S = \sqrt{3} U I = 30 \cdot 10^3 \text{ VA}$

Courant de ligne  $I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{30 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 500} = 34,65 \text{ [A]}$  Facteur de puissance  $P = S \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 0,66$

Couplage étoile :

- tension de phase = tension simple  $V = \frac{S}{\sqrt{3}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 288,6 \text{ [AV]}$

- courant de phase = courant de ligne  $I = 34,65 \text{ A}$

L'impédance de phase correspondante :  $Z_Y = \frac{V}{I} = \frac{288,6}{34,65} = 8,3 \text{ [\Omega]}$

Et  $\bar{Z}_Y = Z_Y e^{j\varphi} = Z_Y (\cos \varphi + j \sin \varphi) = 8,3(0,66 + j 0,745) = 5,55 + j 6,21 \text{ \Omega}$

**Couplage triangle :**

- tension de phase = tension composée  $U = 500 \text{ V}$

- courant de phase = courant dans les dipôles  $J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{34,65}{\sqrt{3}} = 20 \text{ [A]}$

L'impédance de phase correspondante :  $Z_\Delta = \frac{U}{J} = \frac{500}{20} = 25 \text{ [\Omega]}$

Et  $\bar{Z}_\Delta = Z_\Delta (\cos \varphi + j \sin \varphi) = 25 (0,66 + j 0,745) = 16,6 + j 18,62 \text{ \Omega}$

On constate que :  $\bar{Z}_\Delta = 3 \bar{Z}_Y$

L'impédance équivalente en triangle est 3 fois plus grande qu'en étoile.

## Chapitre 2 : Transformateur

Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique et Electronique

Chapitre N°2

Transformateur

## Chapitre 2 : Transformateur

### *Introduction :*

#### *Circuits magnétiques*

Le magnétique est un phénomène qui joue un rôle fondamental dans la plupart des appareils électriques. Dans ce chapitre, nous étudions les principes fondamentaux du magnétisme, de même que les conventions et les unités associées. Les inductances, transformateurs, alternateurs, machines asynchrones utilisent des "circuits magnétiques" c.à.d. des masses de matériaux magnétiques dans lesquels on instaure une induction on parle alors du "flux" de cette induction.

#### *Définition du flux magnétique*

Le flux magnétique à travers une surface donnée est l'ensemble des lignes de force qui traversent cette surface. Le flux est d'autant plus grand que la surface est plus grande et que les lignes de force sont plus serrées. la valeur du flux dépend également de l'orientation de la surface par rapport à la direction des lignes. si la surface est inclinée par rapport à la direction des lignes (fig.12-10), le flux à travers cette surface est plus faible car elle est traversée par un nombre moindre de lignes de force. le flux est maximal quand la surface est perpendiculaire aux lignes et nul quand elle leur est parallèle.

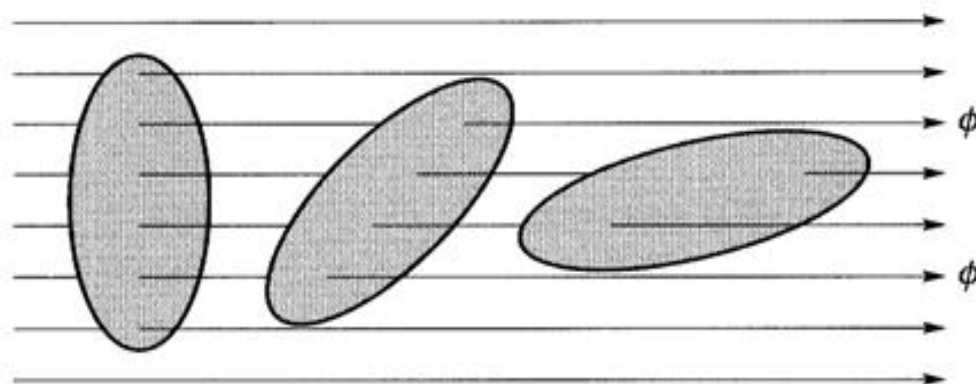


Figure 2.1 : Le flux traversant une surface dépend de son orientation

## Chapitre 2 : Transformateur

L'unité du flux magnétique en SI est le weber (Wb) .il vaut 100 000 000 ou 10 lignes .un milliweber (mWb) équivaut donc à 100 000 lignes et un microweber (...Wb) à 100 lignes.

Cette unité SI (1Wb= 10...lignes) a l'avantage de simplifier les formules de l'électromagnétisme que nous rencontrerons plus loin .

Un Weber représente une quantité de flux considérable ;en effet, pour produire un tel flux, il faudrait utiliser un aimant permanent énorme ayant une hauteur de 1.5 mètres ,un longueur de 1.5 mètres et une épaisseur de 1 mètre (fig.12-11) .sa masse de 2 tonnes environ.

### 12.9 Densité de flux magnétiques \*(B)

Nous avons tous remarqué, par expérience ,une la force d'attraction d'un aimant permanent ,sur un morceau de fer, croît à mesure que l'on approche l'une des extrémités de l'aimant ;d'autres part ,on voit que les lignes de flux sont plus serrés près de ces extrémités ou pôles (fig.12-6) on est amené à la conclusion que la concentration des lignes de force est une mesure densité du champ. Plus le champ sera dense, plus le nombre de lignes dans un espace donné sera grand et plus les lignes seront rapprochées.

La densité de flux en un point est égale au nombre de webers par mètre carré qui traversent une surface orientée perpendiculairement aux lignes de force.la densité de flux en (a) est le double de celle en (b).

L'unité SI de densité de flux magnétique est le tesla (symbole T).elle est égale à un weber par mètre carré ; donc 1 T=1Wb/m<sup>2</sup>.

### Principe

<i>Courant</i>	→	<i>Champ magnétique</i>	→	<i>Induction</i>	→	<i>Flux</i>
<i>spires</i>		<i>H</i>	<i>Nature du matériel</i>	<i>B = μH</i>	<i>Géométrie du circuit</i>	<i>Φ = B.S</i>
<i>Géométrie du circuit</i>						

Avec  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  ;  $\mu_r$  = perméabilité magnétique relative du matériau et  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  (SI)

Quand  $\mu$  est constante, on parle de matériau linéaire,

Mais souvent  $\mu = \mu(H)$  on parle de "saturation magnétique"

Sources de champ magnétique = aimants permanents et circuit électriques parcourus par un courant

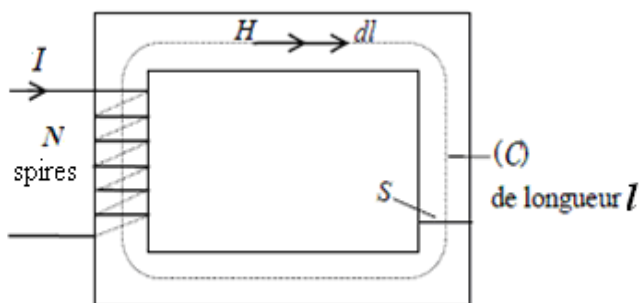
Le flux magnétique  $\Phi$  caractérise l'intensité et la répartition spatiale du champ magnétique (Weber)

### Circuits homogènes linéaires

Pour avoir des flux élevés, les circuits magnétiques sont essentiellement réalisés avec des matériaux ferromagnétiques (en circuit fermé). En effet, dans l'air ou un matériau quelconque, les lignes de champ produites par un bobinage parcouru par un courant ne sont pas canalisées et le flux conséquent (paquet de lignes de champ) produit ne prend que des valeurs très faibles. En revanche, dans le fer, les lignes de champs sont "concentrées" dans la matière ce qui produit de grandes valeurs du flux.

L'allure classique d'un circuit magnétique est donc représentée ci-dessous :

## Chapitre 2 : Transformateur



théorème d'Ampère

$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_C H \cdot dl = Hl = NI$$

Mais  $B = \mu H = \frac{\mu NI}{l}$  et  $\Phi = BS = \frac{\mu SNI}{l}$  d'où la relation d'HopKinso:  $NI = R\Phi$  avec  $R = \frac{l}{\mu S}$

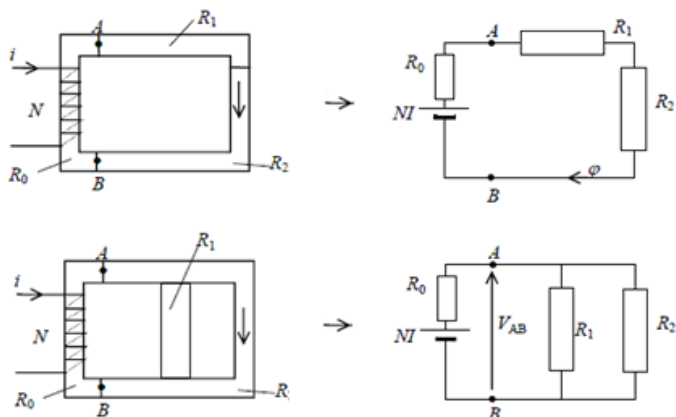
### Circuits hétérogènes linéaires

Un circuit est dit hétérogène dès lors qu'il est constitué de matériaux différents ou de géométries à sections variables.

La méthodologie va consister, comme dans un circuit électrique, à utiliser les associations connues de ré reluctances afin de calculer les différentes grandeurs.

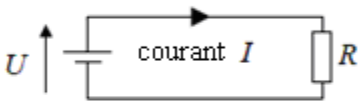
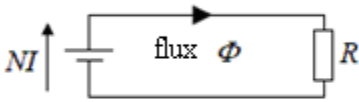
Les 2 cas fréquents sont les circuits hétérogènes série et parallèle :

Pour chaque circuit, on représente l'analogie électrique correspondante :





## Chapitre 2 : Transformateur

analogies	
<i>Circuits électriques</i>	<i>Circuits magnétiques</i>
Champ électrique $F$ Induction électrique $D = \epsilon E$ permittivité diélectrique $\epsilon$	Champ magnétique $H$ Induction magnétique $B = \mu H$ permeabilité magnétique $\mu$
	
$U$ : Force électromotrice fem (V)	$F = NI$ : force magnétomotrice fmm (A)
$R$ : Résistance Loi d'Ohm : $U = R.I$	$R$ : Réluctance Loi d'hopkinson : $NI = R\Phi$
Associations de Résistances Série : $R = R_1 + R_2$ Parallèle : $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$	Associations de Réluctances Série : $R = R_1 + R_2$ Parallèle : $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$

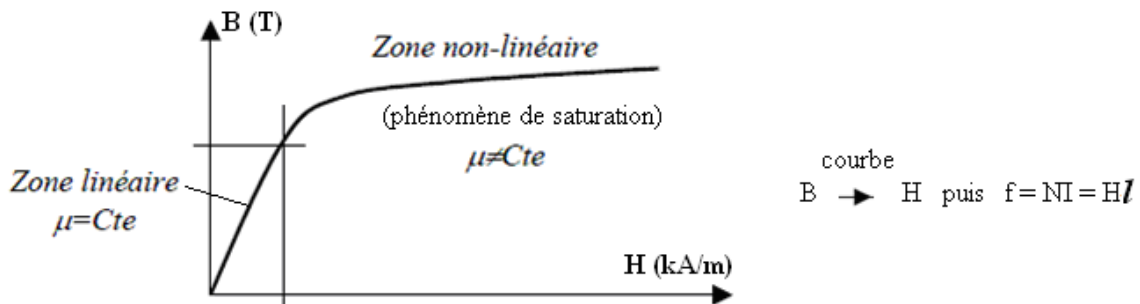
### Inductance

L'inductance est, en régime linéaire, la grandeur de proportionnalité entre le courant dans le bobinage et le flux dit "total", c'est à dire le flux  $N.\Phi$ , On écrit alors :

$$\Phi r = L.I = N.\Phi = N.\frac{NI}{R} \text{ avec } L = \frac{N^2}{R} = \text{inductance magnétique bobiné en Henry}(H)$$

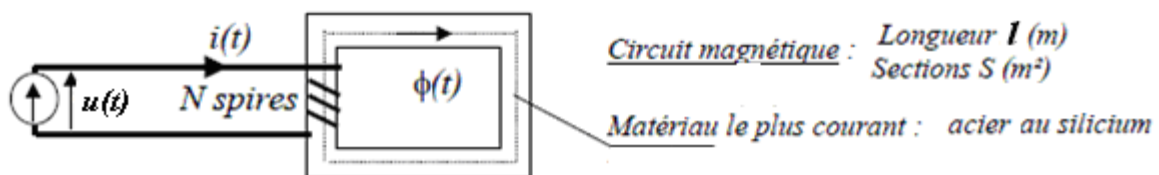
Courbes d'aimantation

La courbe  $B(H)$  expérimentale établit en régime continu présente 2 zones :



Circuits magnétiques en régime alternatif sinusoïdal

Considérons le circuit ci-dessous en régime alternatif sinusoïdal :



La d.d.p.  $u(t)$  variable imposé crée un courant variable  $i(t)$  dans le circuit électrique d'où :

## Chapitre 2 : Transformateur

Variation de flux dans le circuit magnétique selon la Loi de Lenz :  $u(t) = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi r}{dt}$

Si le matériau possède une courbe B(H) linéaire, la perméabilité et l'inductance sont constantes, A partir de là, on écrit :  $u(t) = \frac{d\Phi r}{dt} = L \frac{di}{dt}$  et la bobine est une inductance pure.

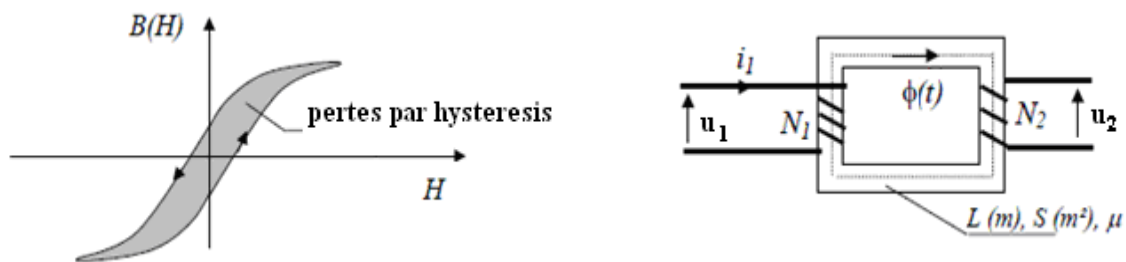
Relation Tension / Induction :

Si  $u(t) = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = U\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$  alors  $\Phi(t) = \frac{\sqrt{2}}{N \cdot \omega} \sin(\omega t) = B(t) \cdot S$

On peut écrire :  $B_{max} = \frac{U\sqrt{2}}{S \cdot N \cdot \omega} = \frac{U\sqrt{2}}{S \cdot N \cdot 2\pi f}$  ou  $U = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot B_{max} \cdot S \cdot f = 4,44 \cdot N \cdot B_{max} \cdot S \cdot f$  : relation de Boucherot

### Phénomène d'hystérésis

En régime basse fréquence la courbe d'aimantation d'un matériau réel se présente sous forme d'un cycle de variations qui fait apparaître un phénomène d'hystérésis.



Ce phénomène étant non-linéaire, il est impossible de parler d'inductance et de perméabilité constantes.

La présence de l'hystérésis engendre une dissipation de puissance active dont la valeur est proportionnelle à la surface de l'hystérésis. Ce sont des pertes magnétiques = Pertes par hystérésis = QH

Dans le cas où le phénomène est périodique les pertes sont calculées par la formule de Steinmetz :

$$QH = KH \cdot V \cdot f \cdot B_{max}^n \quad \text{avec le coefficient K déterminé expérimentalement ;}$$

V = volume de fer en m<sup>3</sup> ; n = 2 pour des tôles et = 1.6 pour un matériau massif

Pertes par courants de Foucault

Le matériau magnétique étant conducteur électrique, le bobinage induit des courants très faibles au sein du matériau qu'on appelle "courants de Foucault". Ces courants impliquent des pertes joules (pertes électriques) :

$$PCF = KCF \cdot V \cdot f^2 \cdot B_{max}^2$$

Pertes fer = pertes dans le circuit magnétique

## Chapitre 2 : Transformateur

Le matériau réel du circuit magnétique, lors de son utilisation, est la source de pertes dans la masse métallique qu'on appelle "pertes fer". On montre alors que :

$$\text{Pertes Fer} = \text{PF} = \text{QH} + \text{PCF}$$

### Inductance mutuelle

Lorsqu'un circuit magnétique est entouré de plusieurs bobinages, chaque courant a une influence sur le flux dans le circuit

Ainsi, une variation du courant  $i_1$  dans le bobinage  $N_1$ , crée un flux  $\Phi = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}}$  dans le circuit magnétique, celui-ci induit une variation de tension aux bornes du bobinage  $N_2$   $u_2(t) = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \cdot \frac{N_1}{\mathcal{R}} \frac{di_1}{dt} = M \cdot \frac{di_1}{dt}$  d'où  $M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}}$  qui représente l'inductance mutuelle (en Henry) entre ces deux bobinages.

$$\text{Remarque : } M^2 = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathcal{R}} \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} = L_1 L_2 \quad (L = \frac{N^2}{\mathcal{R}})$$

En Electricité

$$F = \mu_0 \frac{L}{S}$$

### En analogie avec le magnétisme

$$F = \mu_0 \frac{L}{S}$$

L : Longueur du matériau

$\mu_0$  : perméabilité

S : surface du matériau

Supposons que la perméabilité du fer est négligeable

Sachant que

{	e : longueur de l'air ou du vide
	Se : surface du vide
	u : perméabilité

La densité du flux  $B = \Phi / S = \mu_0 \cdot H$

.....

Où H représente l'intensité magnétique.

.....**Exemple :**

si les grandeurs d'un circuit magnétique sont  $Ae = 10^{-2} \text{ m}^2$ ,  $e = 5 \text{ mm}$ ,  $N = 1000$  spires, quel est

1- le courant nécessaire pour produire un flux  $\Phi = 10^{-2}$  weber dans l'entrefer (on néglige la réluctance du fer).

2- le courant nécessaire pour produire une densité de flux de 1,5 tesla.

## Chapitre 2 : Transformateur

3-on prend en considération la réductance du fer et on note que la section de l'entrefer est égale à la section de l'entrefer et la longueur du fer est égale à 25 cm .calculer les courants pour un flux de  $10^{-2}$  weber et pour deux types de fer.

- 1er cas : acier dont plein 1 tesla 900 A/m
- 2ème cas : feuilles laminée avec un facteur de remplissage de 0,85 sachant que 1,18 tesla -----  
-> 260A/m

4- refaire la même question 3 avec une densité de flux  $B= 1,5$  tesla

- **1er cas : acier doux plein  $H=3000$  A/m**
- **2eme cas : 1,76 tesla → 8000 A/m**

5-determiner le pourcentage d'erreur .

### Solution :

$$A_e = 10^{-2} \text{m}^2$$

$$N = 1000 \text{ spires}$$

$$E = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$A = 10^{-2} \text{ m} \quad L = 0,25 \text{ m}$$

$$1) \phi = 10^{-2} \text{ weber}$$

La reluctance du fer est négligeable

$$F = R \phi = \frac{e}{\mu_0 A_e} \phi$$

$$F = NI$$

$$AN/ :$$

$$0 \text{ v} \quad 5 \times 10^{-3}$$

$$D'ou I = \frac{e}{\mu_0 N A_e} \phi = 3,98 \text{ A}$$

$$2) B = 1,5 \text{ Tesla}$$

$$\phi = B A_e \quad \text{donc} \quad I' = \frac{e}{\mu_0 A_e} \phi$$

$$I' = 5,97 \text{ A}$$

**3)  $\phi = 10^{-2}$  weber et la reluctance du fer est prise en considération.**

$$.F = F_1 + F_e.$$

**a) Pour le fer  $A_f = A_e = 0,01 \text{ m}^2$**

On 1tesla donc l'intensité du champ magnétique .

$$H = 900 \text{ A/m}$$

$$F_1 = H \cdot l = 900 \times 0,25$$

$$F_1 = 225 \text{ A}$$

$$F_e = NI = 3,98 \cdot 1000 = 3980 \text{ A}$$

$$\text{Comme } F = F_1 + F_e = 3980 + 225$$

$$= 4205 \text{ A} = NI$$

$$I = 4205 / 1000 = 4,2 \text{ A}$$

Donc pour l'acier donx plein et pour un flux de  $10^{-2}$  weber le courant  $I = 4,2 \text{ A}$

**b) Pour l'acier laminé (facteur de remplissage  $f = 85\%$ )**

$$B' = \frac{\phi}{A_e f} = 1,18 \text{ Tesla}$$

Donc pour l'acier laminé, on a une intensité du champ magnétique = 260 A/m.

$$F' = F'_1 + F_e \dots \text{et } F_e = NI = 3980 \text{ A} \text{ et } F'_1 = H L = 260 \cdot 0,25 = 65 \text{ A} \dots \dots \dots$$

$$F' = N I' = 65 + 3980$$

$$I' = 4,05 \text{ A}$$

**4)  $B = 1,5$  Tesla**

## Chapitre 2 : Transformateur

### a) Pour le l'acier doux laminé

$$F = F_1 + F_e$$

$$\phi = B \cdot A_e = 1.5 \cdot 0.01 = 0.015 \text{ Weber}$$

$$F_e = N I' = 5,97 \cdot 1000 = 5970 \text{ A}$$

$$\text{Pour } B = 1,5 \text{ tesla } H = 30000 \text{ A/m}$$

$$F_1 = H \cdot L = 3000 \cdot 0,25 = 750 \text{ A}$$

$$\text{Alors } F = F_e + F_1 = 5970 + 750 = 6720 \text{ A} = NI \text{ et } I = 6,72 \text{ A}$$

### b) pour l'acier laminé ( $f = 0,85$ )

$$B = \frac{\phi}{A_{ef}} = 1.76 \text{ Tesla } \text{ donc } H = 8000 \text{ A/m}$$

$$\text{Et } F'_1 = H L = 8000 \cdot 0.25 = 2000 \text{ A} \dots\dots$$

$$F = F'_1 + F_e = 2000 + 5970 = 7970 \text{ A}$$

$$I' = 7.97 \text{ A} \dots\dots\dots$$

### 6) récapitulation :

$$* B = 1 \text{ tesla } * I(R \text{ du fer négligeable}) = 3,98 \text{ A}$$

$$* I(R \text{ du fer est considérée}) = 4,2 \text{ A}$$

$$\text{ERREUR} = \frac{4.2 - 3.98}{4.2} \dots = 5.2\% \dots\dots\dots$$

$$* I(\text{acier laminé}) = 4,05 \text{ A}$$

$$\text{ERREUR} = \frac{4.05 - 3.98}{4.05} \dots = 1.7\% \dots\dots\dots$$

$$* B = 1,5 \text{ tesla} :$$

$$* I(R \text{ du fer négligeable}) = 5,95 \text{ A}$$

$$* I(R \text{ du fer ADP}) = 6,72 \text{ A}$$

$$\text{Erreur} = \frac{6.72 - 5.97}{6.72} = 11.2\% \dots\dots\dots$$

$$* I(\text{fer est l'acier laminé}) = 7,97 \text{ A}$$

$$\text{ERREUR} = \frac{7.97 - 5.97}{7.97} = 26.1\%$$

On remarque que pour  $B = 1,5$  tesla, l'erreur est importante qui provoque une situation à cette valeur de la densité. Comme conclusion pour une fébrile augmentation de  $B$ , il faut une grande quantité de courant.

## Transformateurs

### Introduction

Le transformateur permet d'obtenir un changement de tension alternatif avec un excellent rendement (Jusqu'à 99%). Les pertes dans les câbles (cuivre) par effet Joules ( $P_{EJ} = RI^2$ ), étant proportionnelles au carré du courant, le **transport** de l'énergie électrique ne peut s'effectuer qu'en haute tension (**HT** de l'ordre de 220kV), Il faut élever la tension fournie par les générateurs (5 à 10 kV) avant de les transporter. Sachant que la HT étant dangereuse, il sera nécessaire de l'abaisser grâce aux transformateur (220V) pour utilisation

### Constitution

Le transformateur monophasé est constitué de deux enroulements indépendants qui enlacent un circuit magnétique commun celui-ci est traversé par un flux magnétique alternatif. L'enroulement

## Chapitre 2 : Transformateur

qui comporte le plus de spires est dit haute tension (il est en fil plus fin) et l'autre est appelé basse tension.

- Pour minimiser les pertes (électriques) par **courant de Foucault** on réalise des **circuits magnétiques feuilletés** à base de tôles minces (environ 0,4 mm d'épaisseur), isolées l'une de l'autre par du vernis..
- Pour réduire les pertes (magnétiques) par **hystérésis** ces tôles sont en **fer additionné de silicium** (à grains orientés)...

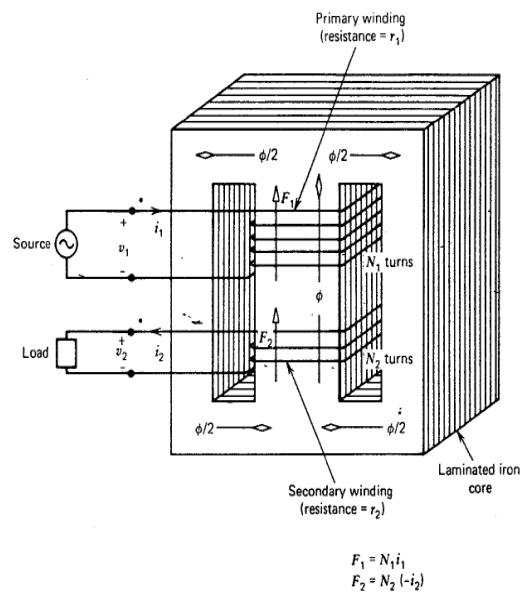


Figure 2.2. Eléments du transformateur

Le transformateur est une machine statique qui a un rendement autour de 1 et le facteur de puissance de la source est égal au facteur de puissance de la charge donc :

$$\sqrt{3}V_{L1}I_{L1}\cos\theta_{\Phi} = P_1 = P_3 = \sqrt{3}V_{L2}I_{L2}\cos\theta_{\Phi}$$

Donc

$$\frac{I_{L1}}{I_{L2}} = \frac{V_{L2}}{V_{L1}}$$

D'après la figure 2.2 la force magnétomotrice est réservée du fait de la négligence de la réductance du fer, donc :

$$F_1 = F_2 \quad \text{c.a.d} \quad N_1 I_1 = N_2 I_2$$

A partir des deux dernières relations on définit le rapport de transformation :

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Constituant d'un transformateur :

## Chapitre 2 : Transformateur

1. Loi de Faraday : Un circuit fermé traversé par un flux magnétique variable est le siège d'une force électromotrice d'induction

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

2. Loi de Lenz : Le courant induit a tendance à s'opposer par ses effets à la variation du flux qui lui a donné naissance.

3. Flux effectif : On pose par définition :

$$\phi' = \frac{\Lambda}{N}$$

- $\phi'$  est le flux effectif par spires
- $N$  est le nombre de spire
- $\Lambda$  est le flux effectif total

la loi de Faraday devient  $e = \pm N \frac{d\phi}{dt}$

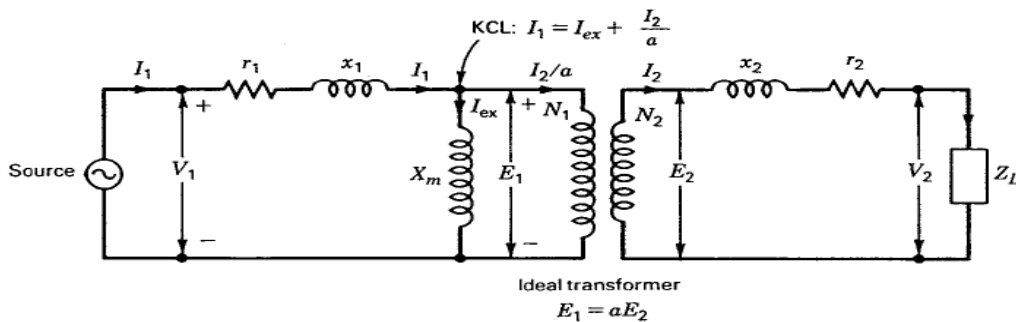


Figure 3.2 Schéma équivalent du transformateur

- perte magnétique en puissance c'est-à-dire courant de Foucault sont représentés par  $R_d$ .
- Perte magnétique en courant c'est-à-dire de magnétisation représenté par une self  $X_m$ .
- Les inductances de magnétisation  $X_1$  et  $X_2$  : les inductances de fuite du primaire et du secondaire.  
 $X_m$  : réactance de magnétisation.  
 $R_d$  : résistance de magnétisation

En général ;  $R_d \gg X_m$  c'est-à-dire on peut négliger  $R_d$

$$V_1 = E_1 + I_1(r_1 + jx_1)$$

$$E_2 = V_2 + I_2(r_2 + jx_2)$$

$$E_1 = a \cdot E_2 \left( \frac{N_1}{N_2} \right) \cdot E_2$$

## Chapitre 2 : Transformateur

$$I_1 = \frac{I_2}{a} + I_{ex}$$

$$I_1 \approx \frac{I_2}{a}$$

### Exemple :

- Un transformateur branché entre un réseau et une charge. La charge a pour tension :
- $V = 707 \sin(377t)$  et pour courant  $i = 141,4 \sin(377t - 30^\circ)$
- Le primaire a 300 Spires et une Résistance de  $2 \Omega$ .
- Le secondaire a 30 Spires et  $2 \cdot 10^{-2} \Omega$  de Résistance.
- L'inductance de fuite du primaire est de 30 mH, le secondaire a 0,3 mH.
- Le courant d'excitation  $i_{ex} = 0,707 \sin(377t - 80^\circ)$ .

Trouver le rapport de transformation du transformateur.

Les tensions induites  $E_1$  et  $E_2$ , et le courant au primaire ainsi que les tensions aux bornes du transformateur. Comparer le rapport de transformation théorique ( $a = \frac{N_1}{N_2}$ ) avec les rapports de transformation de tension et des courants.

Solution :

$$V_2 = \frac{707}{\sqrt{2}} \underline{10^\circ} = 500 \underline{0^\circ} = 500 + j0 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{141,4}{\sqrt{2}} \underline{-30^\circ} = 100 \underline{-30^\circ} = 86,6 - j50 \text{ A}$$

$$L_1 = 30 \text{ mH}, r_1 = 2 \Omega$$

$$L_2 = 0,3 \text{ mH}, r_2 = 0,02 \Omega$$

$$N_1 = 300 \quad N_2 = 30$$

$$a = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{AN : } a = \frac{300}{30} = 10$$

Calcul de  $E_1$  et  $E_2$

$$V_1 = (r_1 + jx_1) I_1 + E_1$$

$$\text{Et } x_2 = L_2 \cdot \omega = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 377 \quad X_2 = 0,11 \text{ H}$$

$$\text{On a : } E_2 = V_2 + (r_2 + jx_2) I_2$$

$$\text{et } I_2 = 100 \underline{-30^\circ} = 86,6 - j50$$

$$x_2 = \omega L_{l2} = 377 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 0,1131 \Omega$$

$$E_2 = V_2 + I_2 r_2 - E_{l2}$$

$$= V_2 + I_2 (r_2 + jx_2)$$

$$= 500 + j0 + (1,732 - j1,00) + (5,655 + j9,79)$$



## Chapitre 2 : Transformateur

$$= 507.4 + j8.79 = 507.46 \angle 0.992^\circ \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{I_2}{a} + I_{ex}$$

$$I_{ex} = \frac{0.707}{\sqrt{2}} \angle -80^\circ = 0.5 \angle -80^\circ$$

$$I_1 = \frac{86.6 - j50}{10} + 0.0868 - j0.492$$

$$= 8.75 - j5.49 = 10.33 \angle -32.1^\circ \text{ A.}$$

$$V_1 = E_1 + I_1 r_2 + E_{I1}$$

$$V_1 = (5074.6 + j87.9) + (17.5 - j11.0) + (62.1 + j99.0)$$

$$= 5154.2 + j175.9 = 5157.2 \angle 1.95^\circ \text{ V}$$

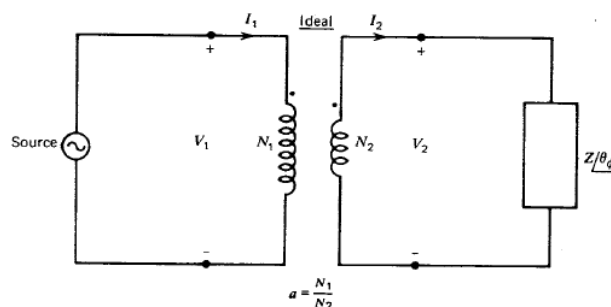
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{5157.2}{500} = 10.31$$

En comparant les rapports de transformations des tensions et des courant avec le rapport des nombres de spire, on remarque que les trois rapports sont proches.

### **Impédance équivalente :**

On calcul l'impédance vu du primaire ,afin de transformer le secondaire au primaire et vice versa

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{aV_2}{I_2/a} = a^2 \frac{V_2}{I_2}$$



## Chapitre 2 : Transformateur

Figure 3.2 Schéma équivalent du transformateur

$$Z_{in} = a^2 Z$$

**Modèle vu du primaire :**

On ramène tous les éléments du secondaire au primaire pour obtenir le schéma suivant.

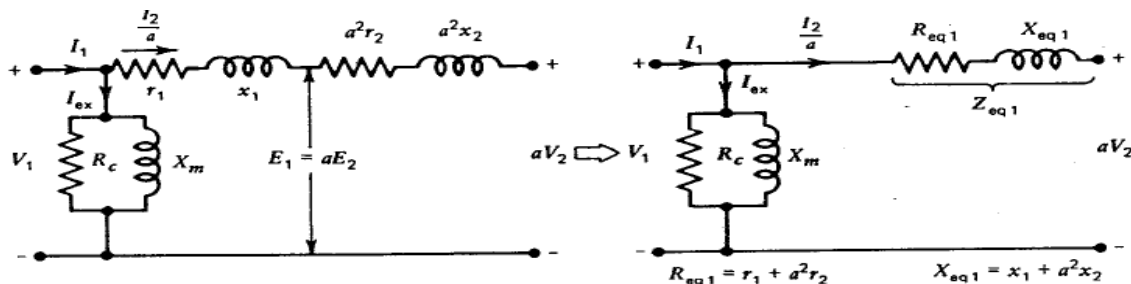


Figure 2.2 Modèle D'un transformateur vu du primaire

Tel que :

$$Z_{eq1} = (r_1 + a^2 r_2) + j(x_1 + a^2 x_2)$$

$$= R_{eq1} + jX_{eq1}$$

**Modèle vu du secondaire :**

Dans ce cas les éléments du primaire sont ramenés au secondaire et le modèle est donné par la figure suivante :

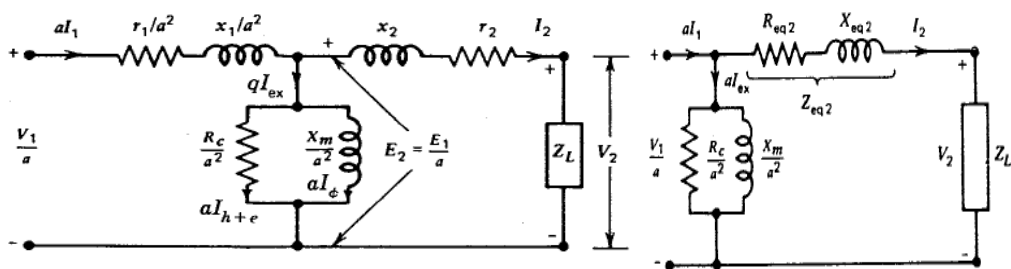


Figure 3.2 Modèle du transformateur vu du secondaire

Tel que :

$$Z_{eq2} = \left( \frac{r_1}{a^2} + r_2 \right) + j \left( \frac{x_1}{a^2} + x_2 \right)$$

$$= R_{eq2} + jX_{eq2}$$

## Chapitre 2 : Transformateur

### Régulation d'un transformateur :

C'est l'attitude d'un système à garder les grandeurs constantes quel que soit la charge appliquée.  
Pour  $V_1$  constante la régulation est donnée par la formule suivante

$$\text{Reg} = \frac{|V_{2\text{vide}}| - |V_{2\text{charge}}|}{|V_{2\text{charge}}|}$$

a  $V_2$  (à vide) =  $V_1$  donc  $V_2 = \frac{V_1}{a}$  (à vide)

a  $V_2$  (charge) =  $V_1 - (r_{\text{eq}} + jx_{\text{eq}}) i_2$

et  $V_2$  (charge) =  $\frac{V_1}{a} - (r_{\text{eq}} + jx_{\text{eq}}) i_2$

on détermine les  $V_2$  en module :

$$|V_2 \text{ (à vide)}| = \frac{V_1}{a}$$

$$|V_2 \text{ (charge)}| = \sqrt{\left(\frac{V_1}{a} - r_{\text{eq}} i_2\right)^2 + (x_{\text{eq}} i_2)^2}$$

### Grandeurs par unité (pu)

Les grandeurs nominales : sont (les grandeurs de la machine est conçus pour fonctionner a ces grandeurs .

Les tensions nominales du primaire et du secondaire ( $V_{1N}$ ,  $V_{2N}$ )

Les courants nominaux du primaire et du secondaire ( $I_{1N}$ ,  $I_{2N}$ )

La puissance nominale

Rapport de transformation

Les grandeurs se trouvent sur la plaque signalétique du transformateur

- \* un transformateur est défini par sa puissance apparente  $S$  et par ses tensions et courants .
- \* ces grandeurs sont maximum et optimum (on ne peut pas travailler à des valeurs supérieurs à ces grandeurs).
- \* ces valeurs sont données à partir de la courbe de magnétisation.
- \* les grandeurs par unité une technique pour pouvoir comparer deux machines de types différentes.
- \* elle est utilisé également dans les réseaux électriques pour simplifier les calculs.

$$\text{Grandeurs par unité} = \frac{\text{grandeurs réelles}}{\text{grandeurs de base}}$$

\* les grandeurs de base sont choisis en général égales au grandeurs réelles (nominales)

.....

En par unité la régulation est donnée par

## Chapitre 2 : Transformateur

$$\text{Reg} = \frac{\frac{|V_2(\text{à vide})| - |V_2\text{charge}|}{V_{2B}}}{\frac{|V_2\text{charge}|}{V_{2B}}}$$

comme  $\frac{|V_2\text{charge}|}{V_{2B}} = 1$  et  $|V_2(\text{à vide})| = \frac{V_1}{a}$

donc  $\text{Reg} = v_1(\text{pu}) - 1$

### Rendement d'un transformateur :

Chaque transformation est source de pertes qui s'exprime par un **rendement** énergétique:

$$\eta = \frac{\text{puissance utile}}{\text{puissance totale consommée}} = \frac{P_u}{P_t = P_u + P_{\text{pertes}}} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_{\text{pertes}}}{P_1} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} < 1$$

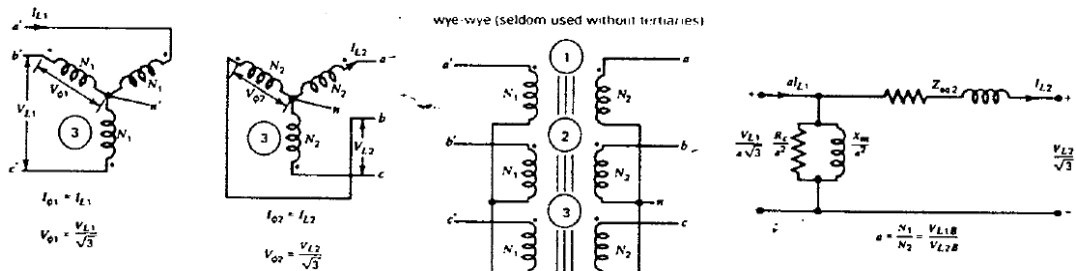
### Les transformateurs triphasés:

Ils sont équivalents à trois transformateurs monophasés parfaitement identiques de même marque, de même références, de même plaques signalétiques.

On peut les brancher suivant les montages suivants :

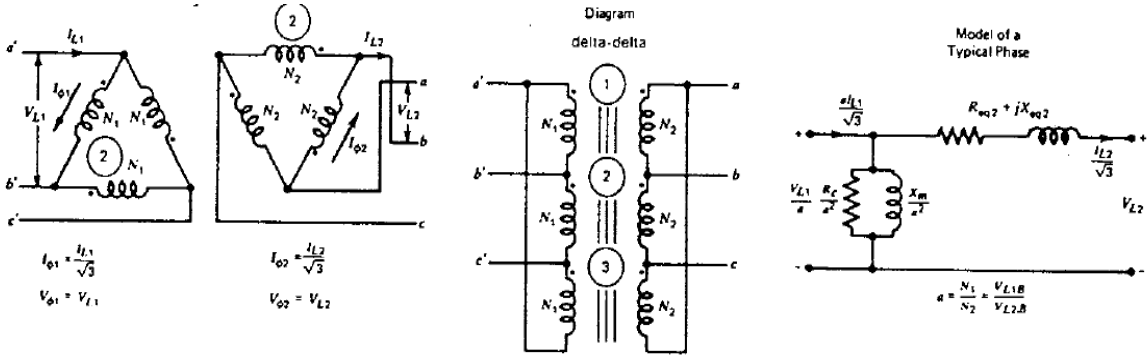
- Primaire en étoile, secondaire en étoile.
- Primaire en étoile, secondaire en triangle.
- Primaire en triangle, secondaire en étoile
- Primaire en triangle, secondaire en triangle.

#### 1. Montage étoile-étoile :



#### 2. Montage triangle-triangle :

**Chapitre 2 : Transformateur**



**Note Bonne**

Pour le rapport de transformation on peut trouver dans des livres l'indice m qui est l'inverse de a .

**TD chapitre N°2 : Exercices sur le transformateur**

**Exercice 1**

Faire le bilan de puissance du transformateur à vide.

En déduire que la puissance consommée à vide est sensiblement égale aux pertes fer.

**Exercice 2**

Le circuit magnétique d'un transformateur de 30cm de long, de section de fer  $S = 4 \text{ cm}^2$  comporte 1000 spires au primaire.

Il est alimenté par le réseau 220V 50Hz. Le circuit magnétique est tel que  $B = 1,2510^{-3} \text{ H}$ .

1. Que peut-on dire du circuit magnétique et de sa perméabilité relative ( $\mu_r$ ). Déterminer  $\mu_r$ .
2. Déterminer  $E_1$ ,  $B_{max}$ ,  $B$ ,  $\Phi$ (flux dans le circuit magnétique) et  $\Phi t$  dans la bobine,  $H$  (excitation magnétique).
3. Ecrire le théorème d'Ampère et en déduire  $I$ . Calculer l'inductance de la bobine de 2 façons.

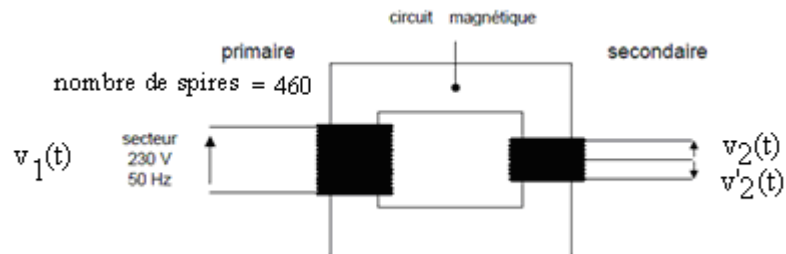
**Exercice 3**

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes : 230 V / 24 V 50 Hz 63 VA

- 1- Calculer le courant primaire nominal  $I_{1N}$  et le courant secondaire nominal  $I_{2N}$ .
- 2- A la mise sous tension d'un transformateur, il se produit un courant d'appel très important (de l'ordre de 25  $I_{1N}$ ) pendant une dizaine de millisecondes. Evaluer le courant de mise sous tension.

**Exercice 4**

Un transformateur à point milieu possède au secondaire deux enroulements ayant le même nombre de spires :



- 1- Quel est le rôle du circuit magnétique d'un transformateur ?
- 2- Justifier que :  $v_2(t) = -v'_2(t)$ .
- 3- Calculer le nombre de spires des enroulements du secondaire pour que la valeur efficace des tensions  $v_2(t)$  et  $v'_2(t)$  soit de 10 volts

## Chapitre 2 : Transformateur

(le transformateur est supposé parfait).

### Exercice 5

Un transformateur de distribution possède les caractéristiques nominales suivantes :

$$S_2 = 25 \text{ kVA}, \quad P_{\text{Joule}} = 700 \text{ W} \text{ et } P_{\text{fer}} = 115 \text{ W}.$$

- 1- Calculer le rendement nominal pour :
  - une charge résistive
  - une charge inductive de facteur de puissance 0,8
- 2- Calculer le rendement pour : - une charge résistive qui consomme la moitié du courant nominal

### Exercice 6

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes :

- tension primaire nominale :  $V_{1N} = 5375 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$       - rapport du nombre de spires :  $N_2/N_1 = 0,044$

- résistance de l'enroulement primaire :  $R_1 = 12 \Omega$  - résistance de l'enroulement secondaire :  $R_2 = 25 \text{ m}\Omega$

- inductance de fuite du primaire :  $L_1 = 50 \text{ mH}$       - inductance de fuite du secondaire :  $L_2 = 100 \mu\text{H}$

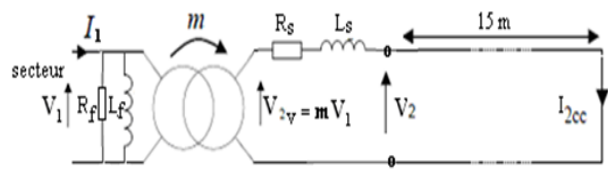
- 1- Calculer la tension à vide au secondaire.
  - 2- Calculer la résistance des enroulements ramenée au secondaire  $R_s$ .
  - 3- Calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire  $L_s$ . En déduire la réactance de fuite  $X_s$ .
- Le transformateur débite dans une charge résistive  $R = 1 \Omega$ .
- 4- Calculer la tension aux bornes du secondaire  $V_2$  et le courant qui circule dans la charge  $I_2$ .

### Exercice 7

Un transformateur de commande et de signalisation monophasé a les caractéristiques suivantes :

$$230 \text{ V} / 24 \text{ V} \quad 50 \text{ Hz} \quad 630 \text{ VA}$$

- 1- Les pertes totales à charge nominale sont de 54,8 W.  
Calculer le rendement nominal du transformateur pour  $\cos\phi_2 = 1$  et  $\cos\phi_2 = 0,3$ .
- 2- Calculer le courant nominal au secondaire  $I_{2N}$ .
- 3- Les pertes à vide (pertes fer) sont de 32,4 W. En déduire les pertes Joule à charge nominale.  
En déduire  $R_s$ , la résistance des enroulements ramenée au secondaire.
- 4- La chute de tension au secondaire pour  $\cos\phi_2 = 0,6$  (inductif) est de 3,5 % de la tension nominale ( $V_2 = 24 \text{ V}$ ). En déduire  $X_s$ , la réactance de fuite ramenée au secondaire.
- 5- Un court-circuit a lieu à 15 mètres du transformateur.



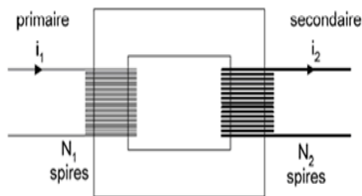
Le câble de ligne en cuivre a une section de  $1 ; 5 \text{ mm}^2$

Calculer sa résistance totale  $R$  du câble sachant que la résistivité du cuivre est :  $\rho = 0,027 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ .

## Chapitre 2 : Transformateur

En déduire le courant de court-circuit

### Exercice 8



Rapport du nombre de spires  $\frac{N_1}{N_2} = 20$

Résistance de l'enroulement du primaire  $R_1 = 10\Omega$

On suppose le transformateur parfait pour les courants :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

1- Calculer la résistance de l'enroulement du secondaire  $R_2$  pour que les pertes Joule au secondaire soient égales aux pertes Joule au primaire.

2- la résistance  $R$  d'un fil électrique est donnée par la relation :  $R = \rho \frac{L}{S}$

Que désigne  $\rho$ ? Que désigne  $L$ ? Que désigne  $S$ ?

3- Les spires du secondaire et du primaire sont de mêmes circonférences. Calculer le rapport entre la section du fil du secondaire et la section du fil du primaire:  $S_2 / S_1$ . En déduire le rapport entre le diamètre du fil du secondaire et le diamètre du fil du primaire:  $D_2 / D_1$

4- On note  $m_1$  la masse de cuivre de l'enroulement du primaire et  $m_2$  la masse de cuivre de l'enroulement du secondaire.

Cocher la bonne réponse :  $m_1 = m_2$        $m_1 > m_2$        $m_1 < m_2$

### Exercice 9

Les essais d'un transformateur monophasé ont donné :

A vide :  $V_1 = 220$  V, 50 Hz (tension nominale primaire) ;  $V_{2v} = 44$  V ;  $P_{1v} = 80$  W ;  $I_{1v} = 1$  A.

En court-circuit :  $V_{1cc} = 40$  V ;  $P_{1cc} = 250$  W ;  $I_{2cc} = 100$  A (courant nominal secondaire).

En courant continu au primaire :  $I_1 = 10$  A ;  $U_1 = 5$  V.

Le transformateur est considéré comme parfait pour les courants lorsque ceux-ci ont leurs valeurs nominales.

1- Déterminer le rapport de transformation à vide  $m$  et le nombre de spires au secondaire, si l'on en compte 500 au primaire.

2- Calculer la résistance de l'enroulement primaire  $R_1$ .

3- Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide (pour cela, calculer les pertes Joule au primaire).

4- En admettant que les pertes dans le fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, montrer qu'elles sont négligeables dans l'essai en court-circuit.

Faire l'application numérique.

5- Représenter le schéma équivalent du transformateur en court-circuit vu du secondaire.

En déduire les valeurs  $R_s$  et  $X_s$  caractérisant l'impédance interne.

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, pour la suite du problème, on prendra

$R_s = 0,025 \Omega$  et  $X_s = 0,075 \Omega$ .



## Chapitre 2 : Transformateur

Le transformateur, alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100 A au secondaire avec un facteur de puissance égal à 0,9 (charge inductive).

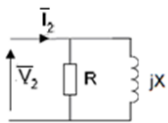
6- Déterminer la tension secondaire du transformateur. En déduire la puissance délivrée au secondaire.

7- Déterminer la puissance absorbée au primaire (au préalable calculer les pertes globales).

En déduire le facteur de puissance au primaire et le rendement.

### Exercice 10

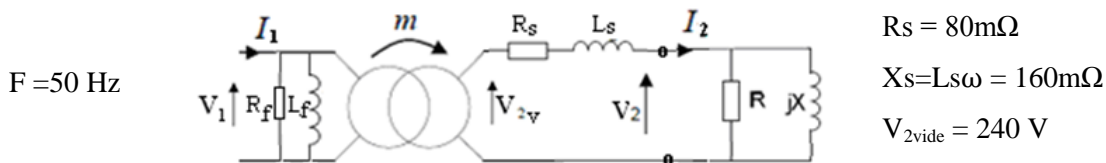
1- La charge du transformateur est :



Avec : 
$$Z = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}} \quad \cos\varphi_{v/i} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}} \quad X = L\omega$$

Calculer l'impédance  $Z$  et le facteur de puissance de la charge (On donne  $f = 50$  Hz,  $R=2 \Omega$  et  $L=10$  mH)

2- Le schéma équivalent ramené au secondaire du transformateur est



Calculer :

- La tension efficace au secondaire  $V_2$  ;
- La chute de tension au secondaire  $\Delta V_2$
- Le courant efficace consommé par la charge  $I_2$
- La puissance active consommée par la charge  $P_2$

## Corrigé des Exercices sur le transformateur

### Corrigé 1

$P_1 = P_2 + \text{pertes Joule} + \text{pertes Fer}$  A vide ( $I_2 = 0$ ), la puissance fournie au secondaire est nulle :  
 $P_2 = 0$

$P_1$  à vide = pertes Joule + pertes Fer A vide, un transformateur consomme peu de courant :  
les pertes Joule sont donc négligeables devant les pertes Fer,  $P_1$  à vide  $\approx$  pertes Fer

### Corrigé 2

1. Le circuit magnétique est non saturé car B est proportionnel à H :  $B = \mu_0 \mu_r H = 1,2510^{-3} \text{ H}$  ;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (SI)} \Rightarrow \mu_r = 995$$

2.  $e_1(t) = -u_1(t) \Rightarrow E_1 = U_1 = 220 \text{ V}$

$$U_1 = 4,44 N B_{\text{Max}} S f \Rightarrow B_{\text{Max}} = 2,47 \text{ T} \Rightarrow B = B_{\text{Max}}/\sqrt{2} = 1,75 \text{ T}$$

$$\Phi = BS = 0,7 \text{ mWb} \quad \Phi t = N \Phi = NBS = 0,7 \text{ Wb} \quad H = B/\mu_0 \mu_r = 1400 \text{ A/m}$$

3.  $H_1 = N I \Rightarrow I = H_1 / N = 0,42 \text{ A}$  Par définition  $L = \Phi t / I = 1,67 \text{ H}$

En alternatif sinusoïdal  $U = L\omega I \Rightarrow L = U/\omega I = 1,67 \text{ H}$

### Corrigé 3

$$1- I_{1N} = S_N/V_{1N} = 63/230 = 0,27 \text{ A} \quad I_{2N} = S_N/V_{2N} = 63/24 = 2,6 \text{ A}$$

$$2- \text{le courant de mise sous tension } 25 \times 0,27 = 6,8 \text{ A}$$

### Corrigé 4

1- Le circuit magnétique d'un transformateur permet de canaliser les lignes de champ magnétique entre le primaire et le secondaire.

2- Les deux enroulements ayant le même nombre de spires, les deux tensions ont la même amplitude. De plus, elles sont en opposition de phase à cause de la convention de signe choisie pour les tensions :  $v_2(t) = -v_1(t)$

3- Nombre de spires d'un des enroulements du secondaire :  $460 \times (10/230) = 20$

### Corrigé 5

$$1- \text{une charge résistive } P_2 = S_2 \cos \varphi_2 \quad \cos \varphi_2 = 1 \quad P_{2N} = 25000 \times 1 = 25 \text{ kW}$$

$$P_1 = P_2 + \text{pertes Joule} + \text{pertes Fer} = 25000 + 700 + 115 = 25,815 \text{ kW} ; \quad \text{Rendement nominal} :$$

$$P_2/P_1 = 96,8 \%$$

## Chapitre 2 : Transformateur

- une charge inductive de facteur de puissance 0,8 ;  $(25000 \times 0,8)/(25000 \times 0,8 + 700 + 115) = 96,1 \%$

2- - une charge résistive qui consomme la moitié du courant nominal  $P2 = S2 \cos \varphi2$ ;  $I_2 = I_{2N}/2$

donc :  $P2 \approx P2N/2 \approx 12,5 \text{ kW}$

Les pertes Joule sont proportionnelles au carré des courants (Loi de Joule)  $700 \times (1/2)^2 = 175 \text{ W}$

$(12500)/(12500 + 175 + 115) = 97,7 \%$

### Corrigé 6

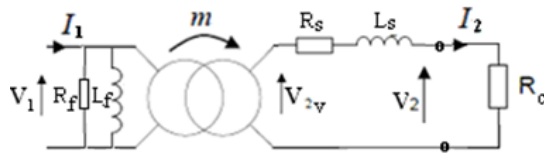
1- Calculer la tension à vide au secondaire :  $5375 \times 0,044 = 236,5 \text{ V}$

2-  $RS = R2 + R1/\alpha^2 = 0,025 + 12 \times 0,044^2 = 48,2 \text{ m}\Omega$

3-  $LS = L2 + \frac{L1}{\alpha^2} = 100.10^{-6} + 50.10^{-6} \times 3.044^2 = 197 \mu\text{H}$   $XS = LS\omega = 197.10^{-6} \times 6.28 \times 50 = 61,8 \text{ m}\Omega$

4- Calculer la tension aux bornes du secondaire  $V_2$  et le courant qui circule dans la charge  $I_2$ .

Schéma électrique équivalent :  $f=50 \text{ Hz}$



Impédance complexe totale :  $Z = (RS+Rc) + jXS$

Impédance totale :  $Z = ((RS+Rc)^2 + XS^2)^{1/2}$

Courant au secondaire  $I_2 = \frac{V_{2vide}}{Z} = \frac{V_{2vide}}{\sqrt{(RS+R)^2 + XS^2}} = 225,2 \text{ A}$

Loi d'Ohm :  $V_2 = RI_2 = 225,2 \text{ volts}$

Autre méthode :  $\Delta V = V2V - V2 \approx (RS \cos \varphi2 + XS \sin \varphi2)I2$  La charge est résistive :  $\cos \varphi2 = 1$

D'où  $\Delta V2 \approx RS I2$  (1) D'autre part :  $V_2 = RI_2$  (2) (1) et (2)  $\rightarrow I2 \approx V2V/(RS + R) \approx 225,6 \text{ A}$   $V2 \approx 225,6 \text{ V}$

### Corrigé 7

1-  $(630 \times 1)/(630 \times 1 + 54,8) = 92 \%$   $(630 \div 0,3)/(630 \times 0,3 + 54,8) = 77,5 \%$

2- courant nominal au secondaire  $I2N$ .  $630/24 = 26,25 \text{ A}$

3- Les pertes à vide (pertes fer) sont de 32,4 W Bilan de puissance :  $54,8 - 32,4 = 22,4 \text{ W}$

Loi de Joule :  $22,4 / 26,25^2 = 32,5 \text{ m}\Omega$

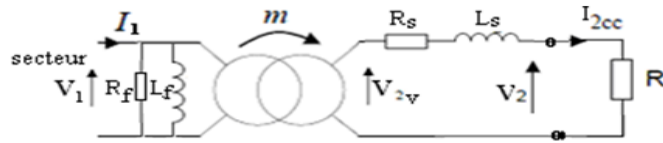
4- Chute de tension au secondaire :  $\Delta V = 0,035 \times 24 = 0,84 \text{ V}$   $\Delta V = (RS \cos \varphi2 + XS \sin \varphi2)I2N$

$XS = (0,84/26,25 - 0,0325 \times 0,6) / 0,8 = 15,6 \text{ m}\Omega$

5-  $R = \rho L/S = 0,027 \times 2 \times 15/1,5 = 540 \text{ m}\Omega$

## Chapitre 2 : Transformateur

Schéma électrique équivalent :



Impédance complexe totale :  $Z = (R_s + R) + jX_s$     Impédance totale :  $Z = ((R_s + R)^2 + X_s^2)^{1/2}$   
 Courant de court-circuit :  $I_{2cc} = V_2 / R = 24 / 0,54 = 44 \text{ A}$

### Corrigé 8

$$1- R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \quad \rightarrow \quad R_2 = \frac{R_1}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2} = \frac{10}{20^2} = 25 \text{ m}\Omega$$

2- La résistance R d'un fil électrique est donnée par la relation :  $R = \rho \frac{L}{S}$

$\rho$  = résistivité électrique du matériau (en  $\Omega \cdot \text{m}$ ); L = longueur d'une du fil (en m); S = section du fil (en  $\text{m}^2$ )

$$3- R_1 = \rho \frac{L_1}{S_1} = \rho \frac{N_1 \pi \phi}{S_1} \quad R_2 = \rho \frac{N_2 \pi \phi}{S_2} \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{N_2 R_1}{N_1 R_2} = \frac{N_1}{N_2} = 20$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} = \sqrt{\frac{N_1}{N_2}} = \sqrt{20} = 4,47$$

$$S_1 = \pi D_1^2 / 4 \quad ; \quad S_2 = \pi D_2^2 / 4$$

4- En gras la bonne réponse :  $\mathbf{m_1 = m_2}$     puisque :

Volume de cuivre du primaire :  $V_1 = L_1 S_1 = N_1 \pi \phi S_1$  ; Volume de cuivre du secondaire :  $V_2 = L_2 S_2 = N_2 \pi \phi S_2$

Masse de cuivre du primaire :  $m_1 = m_v V_1 = m_v N_1 \pi \phi S_1$     Masse de cuivre du secondaire :  $m_2 = m_v N_2 \pi \phi S_2$

$$\text{Avec } m_v = \text{masse volumique du cuivre} \quad \rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{N_1 S_1}{N_2 S_2} = 1$$

### Corrigé 9

$$1- m = 44 / 220 = 0,2 \quad N_2 = 500 \times 0,2 = 100 \text{ spires}$$

$$2- \text{résistance de l'enroulement primaire } R_1. \quad R_1 = 5 / 10 = 0,5 \Omega$$

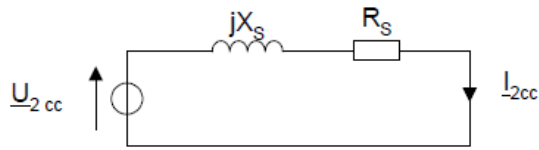
$$3- \text{Pertes Joules} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_1 I_1^2 = \text{Pertes Joule au primaire (car } I_2 = 0 \text{ dans l'essai à vide)} = R_1 I_1^2 = 0,5 \text{ W}$$

$$0,5 \text{ W} \ll 80 \text{ W} = \text{Pertes totales} = \text{pertes fer} + \text{pertes Joules} = \text{pertes fer} = V_1^2 / R_{\text{fer}}$$

$$\text{d'où l'essai à vide permet de déterminer } R_{\text{fer}} = 220^2 / 80 = 605 \Omega$$

$$4- \text{Pertes fer} = (40)^2 / 605 = 2,6 \text{ W} \ll 250 \text{ W} = \text{pertes totales} = \text{pertes fer} + \text{pertes joules} = \text{pertes joules} = R I_2^2 \text{ donc l'essai en court-circuit permet de déterminer la résistance des bobines } R = R_s = 250 / 100^2 = 0,02 \Omega$$

## Chapitre 2 : Transformateur



5-

$$V1cc / I2cc = 0,080 \Omega$$

$$R_s = 250 / 100^2 = 0,025 \Omega \quad Z_s = mv$$

$$Z_X = \sqrt{R_s^2 + X_s^2} \quad X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = 0,076 \Omega$$

$$6- \Delta V_2 = (R_s \cos \varphi_2 + X_s \sin \varphi_2) I_2 = 5,5 V \quad V_2 = 44 - 5,5 = 38,5 V \quad P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 = 3460 W$$

$$7- \text{Pertes globales} = 80 + 250 = 330 W \quad P_1 = 3460 + 330 = 3790 W \quad \text{Rendement} : 3460 / 3790 = 91 \%$$

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = V_1 mv I_2 \cos \varphi_1 \quad \text{D'où} : \cos \varphi_1 = 0,86$$

### Corrigé 10

$$1- Z = 1,6871 \text{ ohm} \quad \cos \varphi_2 = 0,8436$$

2-

$$\begin{cases} V_{2vide} - V_2 \approx (R_s \cos \varphi_2 + X_s \sin \varphi_2) I_2 \\ V_2 = Z I_2 \end{cases}$$

$$I_2 \approx \frac{R_s}{R_s \cos \varphi_2 + X_s \sin \varphi_2 + Z} \approx \frac{240}{0,080 \cdot 0,8436 + 0,160 \cdot 0,5370 + 1,6871} = 130,4 A \quad V_2 = Z I_2 \approx 220,0V$$

$$\Delta V = 240 - 220,0 \approx 20,0V \quad P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 \approx 220 \cdot 0,130,4 \cdot 0,8436 = 24,2kW$$

Autre méthode (calcul exact) :

$$Z_{totale} = R_s + jX_s + \frac{jX_s R}{R + jX_s} \quad \text{avec} \quad X = L\omega = 3,14\Omega = \left( R_s + \frac{R X^2}{R^2 + X^2} \right) + j \left( X_s + \frac{R^2 X}{R^2 + X^2} \right)$$

$$I_2 = \frac{V_{2vide}}{Z_{totale}} = \frac{V_{2vide}}{\sqrt{\left( R_s + \frac{R X^2}{R^2 + X^2} \right)^2 + \left( X_s + \frac{R^2 X}{R^2 + X^2} \right)^2}} = \frac{240}{1,8428} = 130,2 A$$

$$V_2 = 1,6871 \times 130,2 = 219,7 V \quad \Delta V = 240 - 219,7 \approx 20,3V \quad P_2 = 219,7 \cdot 130,2 \cdot 0,8436 = 24,1kW$$

## Chapitre 3 : Machine Synchronne

Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique et Electronique

Chapitre N°3

Machine Synchronne

---

## Chapitre N°3 : Machine Synchronne

### *Introduction :*

Dans les trois chapitres précédents nous avons vu les principes de base sur l'électronique ainsi que les systèmes alternatifs et finalement les principes de bases sur l'électromagnétisme .Ces trois chapitres représentent une base pour la compréhension des machines tournantes qui seront détaillées dans ce chapitre et dans les deux chapitres qui suivent.

Définition de la machine synchronne :

Le terme de machine synchronne regroupe les machines dont **la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant**. Il existe deux modes de fonctionnement pour la machine synchronne:

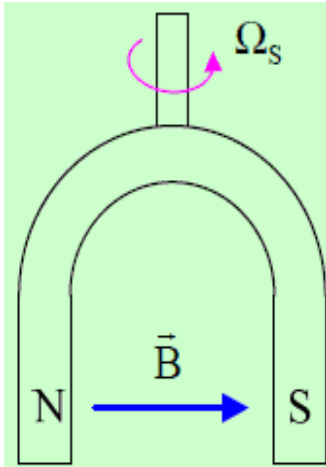
En MOTEUR lorsque sa fréquence de rotation est imposée par la fréquence du courant alternatif qui alimente l'induit (consomme de l'énergie électrique et fournit de l'énergie mécanique)

En ALTERNATEUR si elle fonctionne en génératrice, elle fournit un courant alternatif.

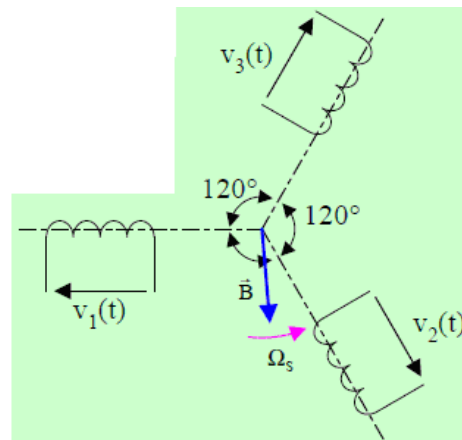
## Chapitre 3 : Machine Synchrone

### Définition du Champ magnétique tournant

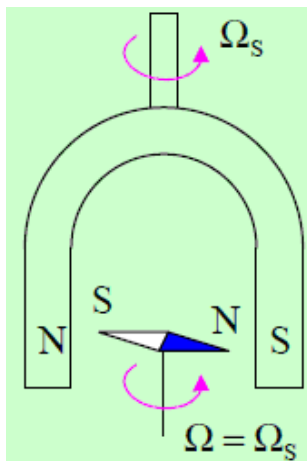
#### Expériences 1



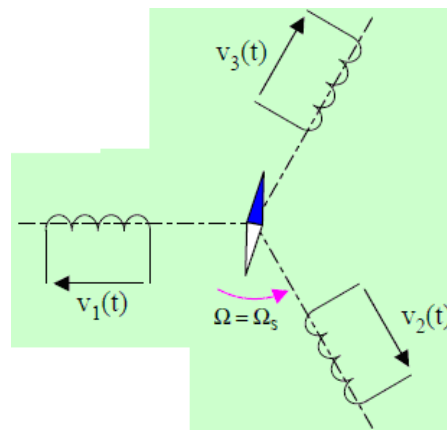
Figures : 3.1



Figures : 3.2



Figures : 3.3



Figures : 3.4

- Le champ magnétique tournant produit par un aimant (figure 1) est caractérisé par sa vitesse de rotation  $\Omega_s$

- Le champ magnétique produit au centre de trois bobines alimentées par un système de tensions triphasées (figure 3) est tournant avec une vitesse de rotation  $\Omega_s = \omega = 2\pi.f$  avec  $\omega$  = pulsation des tensions triphasés

A.N.  $f = 50\text{Hz}$ , le champ magnétique tourne à 314 rd/s ou bien à 50tr/s

- Lorsqu'on fait tourner un aimant au-dessus d'une aiguille aimantée (figure 3), l'aiguille tourne avec la même vitesse que l'aimant, on dit que les mouvements de l'aimant et de l'aiguille aimantée sont synchrones :  $\Omega = \Omega_s$

$\Omega_s$  est appelée vitesse de synchronisme

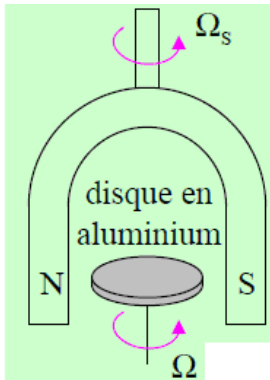
### Chapitre 3 : Machine Synchrone

#### Principe de la machine synchrone

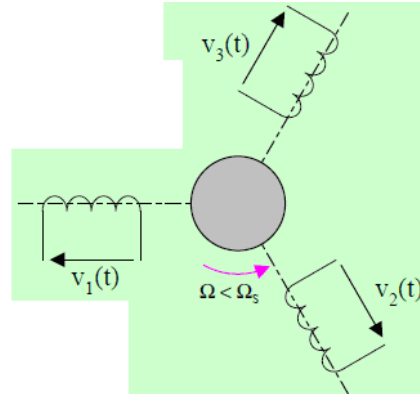
L'aiguille (le rotor, figure 4) tourne à la vitesse de synchronisme  $\Omega = \Omega_s = \omega = 2\pi.f$

C'est le principe de fonctionnement du moteur synchrone

#### Expériences 2



Figures : 3.5



Figures : 3.6

Même expériences, mais on remplace l'aiguille par un disque métallique (cuivre ou aluminium, figure 5) pouvant tourner sur un pivot. La rotation de l'aimant entraîne celle du disque mais on observe que la vitesse de rotation du disque est plus faible que celle de l'aimant, on dit qu'il y a **glissement** et que les deux mouvements sont asynchrones :  $\Omega < \Omega_s$

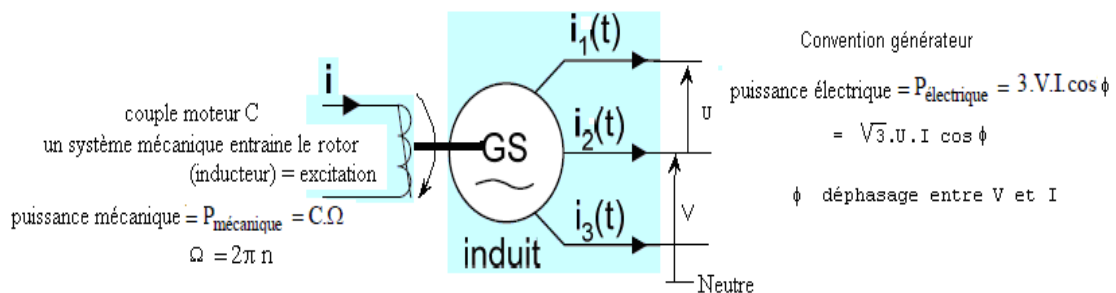
#### Principe de la machine asynchrone

Le champ magnétique produit au centre des trois bobines alimentées par un système de tensions triphasées pour  $f = 50\text{Hz}$  (figure 6) est tournant et fait tourner le disque (rotor) avec une vitesse un peu inférieure à  $50\text{tr/s}$ .

C'est le principe de fonctionnement du moteur asynchrone

#### Générateur synchrone ou alternateur

Une génératrice synchrone transforme de l'énergie mécanique ( $C, \Omega = 2\pi.n$ ) en énergie électrique ( $V, I$  de fréquence  $f, \omega = 2\pi.f$ ). Il y a création d'un système de tensions triphasées dans les bobinages du stator



Figures : 3.7



### Chapitre 3 : Machine Synchrone

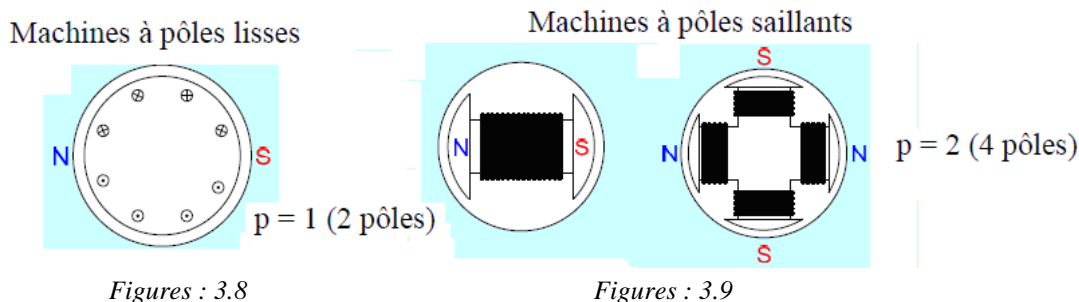
**Le Rotor ou inducteur** a pour rôle de générer le champ magnétique tournant.

Pour cela, il est constitué d'un circuit électromagnétique alimenté en courant continu ou courant d'excitation. Pour cela, il existe 2 systèmes d'aimantation :

- Soit par un système de contacts physique glissants entre ballais en charbons sur bagues ou collecteurs.
- Soit une bobine sur le stator, alimentée en courant continu, crée un système triphasé dans 3 enroulements du rotor dédiés à l'aimantation. Ce système triphasé est redressé par un pont de diode pour donner un courant continu qui va alimenter le rotor et l'aimanter. Ce pont de diodes, qui est embarqué sur le rotor, est appelé pont tournant (il tourne avec le rotor, pas de contact entre le rotor et le stator)

Le rotor tourne à l'intérieur d'un stator composé de 3 bobines. Lorsque le champ magnétique produit par le rotor passe devant les bobines (flux variable) du stator, il induit des courants à l'intérieur de ces bobines.

Ces rotors bobinés existent sous 2 formes : à pôles lisses ou à pôles saillants constitué de noyaux magnétiques enroulés de bobines. Ces bobines associées en série permettent d'obtenir des dipôles (un dipôle = une paire de pôle nord et sud). Ces rotors sont caractérisés par le nombre de paires de pôles  $p$ .



-Rotor à pôles saillants : ce types de construction n'autorise pas de grandes vitesses de rotation (forte puissance mais faible vitesse  $n < 1500$  tr/min). La puissance d'un alternateur à pôles saillants ( $p \gg 1$ ) va de quelques kilovolts ampères à 250.000 kVA. Il est principalement utilisé, dans les groupes électrogènes et dans les centrales hydrauliques (barrages), pour la production d'énergie électrique du réseau national.

-Rotor à pôles lisses ( $p = 2$  ou  $1$  ; turboalternateur): ce mode de construction qui assure une grande robustesse mécanique est systématiquement adopté pour les alternateurs de fortes puissances (de 50 à 1500 MW) dont la fréquence de rotation est élevée (3000 et 1500 tr/min). Le turboalternateur est utilisé pour la production d'énergie électrique dans les centrales thermiques ou nucléaires.

Ex. pour avoir  $f = 50$  Hz : - hydro alternateur ( $p = 40$ ) à 75 tr/min - turbo alternateur ( $p = 2$ ) à 1500 tr/min.

**Remarque** : il existe des rotors à aimants constitués en d'un aimant naturel (matériaux diamagnétiques qui composent la roue polaire).

**Le Stator ou induit** d'un alternateur est identiques a celui d'une machine asynchrone, il est constitué d'un empilage de tôles magnétiques qui contiennent des encoches dans lesquelles sont insérées 3 bobines formant un bobinage triphasé généralement couplé en étoile.

## Chapitre 3 : Machine Synchrone

### Vitesse de synchronisme

- La fréquence des tensions est tel que  $f = n.p$ , avec  $p =$  nombres de paires de pôles

Dans la majorité des pays  $f=50\text{Hz}$ .

- Ou encore  $2\pi.f = \omega = 2\pi.n.p$  pulsation de la f.e.m

sinusoïdale

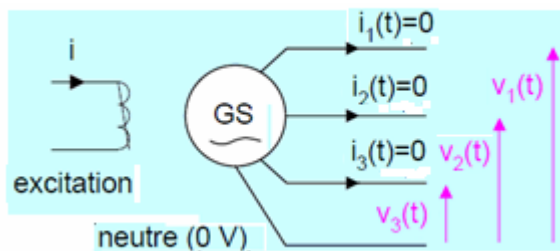
- Et vitesse du champ tournant est égale à  $\Omega = 2\pi.n = \omega / p = 2\pi.f / p$  (en rad/s)
- ou bien  $n = f / p = n_s =$  vitesse de synchronisme (tr/s)

et bien sûr  $\Omega = \Omega_s = 2\pi.n_s$

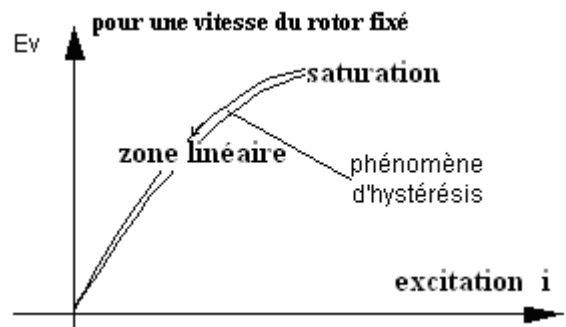
P	n(tr/s)	n(tr/min)	$\Omega(\text{rad/s})$
1	50	3000	314
2	25	1500	157
3	16,7	1000	105
4	12,5	750	79
25	2	120	12,6
50	1	60	6,3

### Etude de l'alternateur

A vide, les tensions générées correspondent aux fem induites dans les bobinages du stator par le champ tournant du rotor :  $\mathbf{V}(t) = \mathbf{f.e.m. induite}(t)$  de chaque phase = **Evide**



Figures : 3.10



Figures : 3.11

On montre que la valeur efficace en Volts correspondantes des fem induites est de la forme :

$$E_{\text{vide}} = k \Phi(i) \Omega = E(i, n)$$

Avec  $\Phi$  le flux sous un pôle de l'inducteur, qui est **proportionnel au courant inducteur i** (excitation)

$\Omega = \Omega_s = 2\pi.n_s =$  vitesse du rotor en rd/s (vitesse synchrone)

et  $k =$  une constante qui dépend de la machine

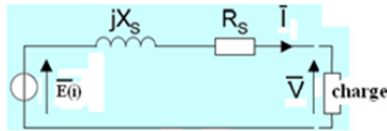
**NB** : On utilise la machine dans le domaine  $E(i)$  linéaire (non saturée)

Fonctionnement en charge

Hypothèse :

Circuit magnétique non saturé, au stator le régime est sinusoïdal. Le schéma électrique équivalent de Behn-

### Chapitre 3 : Machine Synchrone



Figures : 3.12

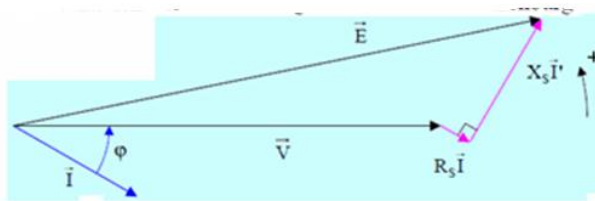
Eshenburt pour chaque phase permet d'écrire en appliquant la loi des branches en notation complexe :  $\overline{E(1)} = \text{tension à vide} = \text{f.e.m. induite} = \overline{V} + (R_s + jx_s) \cdot \overline{I}$

avec :  $V$  = tension entre phase et neutre;  $I$  = courant de ligne;  $R_s$  = résistance d'un enroulement statorique ;

$X_s = L_s \cdot \omega$  = réactance synchrone d'un enroulement statorique,

Remarque :  $X_s$  étant proportionnel à  $\omega$  donc à la vitesse de rotation, en pratique  $X_s \gg R_s$

Représentation vectorielle : diagramme de Behn-Eschenburt



Figures : 3.13

C'est une méthode graphique pour chaque phase :

$$\vec{E} = \vec{V} + (R_s + jX_s) \cdot \vec{I} = \vec{V} + \Delta\vec{V}$$

$$\Delta\vec{V} = (R_s + jX_s) \cdot \vec{I} = \text{chute de tension} = \vec{E} - \vec{V}$$

Méthode analytique (complexes) :  $\overline{E} = r \cdot \overline{I} + \overline{X_s} \cdot \overline{I} + \overline{V} = r \cdot I + V \cdot \cos\phi + j(X_s + v \cdot \sin\phi)$

$$\rightarrow E^2 = (r \cdot I + V \cdot \cos\phi)^2 + (X_s + V \cdot \sin\phi)^2 \rightarrow E$$

#### Bilan de Puissance

Puissance fourni à l'alternateur ou **Puissance absorbé par l'alternateur** =  $P_1 = P_a$

**$P_a$  = Puissance mécanique pour faire tourner le rotor + Puissance électrique consommée par l'inducteur** (pour créer le champ magnétique = pertes joules)

**Puissance utile** =  $P_2 =$  Puissance électrique fourni à la charge triphasée =  **$P_u = \sqrt{3} \cdot UI \cos\phi$**

**Le rendement peut alors être écrit de 2 façons selon les données :**

$$\text{rendement } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_u}{P_a} = \frac{\sqrt{3} \cdot UI \cos\phi}{P_{mec} + P_{Jrotor}} = \frac{\sqrt{3} \cdot UI \cos\phi}{\sqrt{3} \cdot UI \cos\phi + \text{Pertes}}$$

**Pertes globales** = pertes collectives (mécanique et magnétique) + pertes électriques (pertes Joules)

- pertes Joule
  - dans l'induit :  $3R_s I^2$
  - dans l'inducteur :  $r i^2$  ( $r$  : résistance du bobinage de l'inducteur)

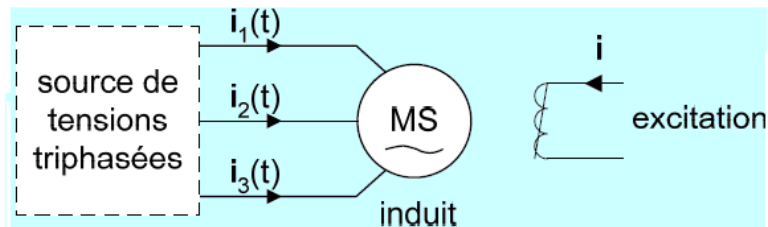
A.N. turboalternateur :  $P_N = 1300 \text{ MW}$     $\eta_N = 95\%$    5% de pertes  
65 MW transformés en chaleur !

## Chapitre 3 : Machine Synchrone

### Exemple d'alternateur monophasé = dynamo vélo

Le moteur synchrone

Le moteur alimenté en triphasé tourne :



Ex. moteurs synchrones "autopilotés" des TGV

Figures : 3.14

Le stator est alimenté en triphasé, créant un champ tournant. Les bobinages du rotor sont eux alimentés en conséquence par un courant continu, le rotor est donc aimanté. Le rotor tourne à la même vitesse que celle du champ tournant, c'est à dire que  $w = \Omega_s$ .

### Utilisation d'une machine synchrone en compensateur synchrone

Pour économiser de l'argent sur la facture d'électricité, le relèvement du  $\cos\phi$  est nécessaire, il peut être fait avec des condensateurs (qui produisent de l'énergie réactive) mais aussi avec une machine synchrone qui sera utilisée en **moteur** ou compensateur synchrone.

On appelle compensateur synchrone une machine synchrone tournant à vide dont la seule fonction est de consommer ou de fournir de la puissance réactive au réseau. C'est en ajustant le courant d'excitation qu'il est possible de fournir de l'énergie réactive (la machine est surexcitée) ou de consommer de l'énergie (si la machine est sous excitée). De telles machines sont utilisées notamment pour fournir de l'énergie réactive lorsque le réseau est chargé, et pour absorber l'énergie réactive générée par les lignes lorsque la consommation est faible.

Le réglage de la valeur du courant qui alimente le rotor permet de faire varier la puissance réactive du moteur.

Si la puissance réactive est absorbée par le moteur ( $Q < 0$ ), son fonctionnement est inductif (exemple du TGV, le moteur sert à entraîner une charge, son avantage sur le moteur asynchrone étant sa vitesse qui est constante).

Si la puissance réactive est produite par le moteur ( $Q > 0$ ), son fonctionnement est capacitif, c'est un compensateur synchrone (exemple du relèvement du  $\cos\phi$ ).

### TD chapitre N°3 : Exercices sur l'alternateur

#### *Exercice 1*

Un alternateur hexapolaire tourne à 1000 tr/min. Calculer la fréquence des tensions produites. Même question pour une vitesse de rotation de 1200 tr/min.

#### *Exercice 2*

Un alternateur triphasé a une tension entre phases de 400 V. Il débite un courant de 10 A avec un facteur de puissance de 0,80 (inductif). Déterminer les puissances active, réactive et apparente mises en jeu.

#### *Exercice 3*

Un alternateur triphasé débite un courant de 20 A avec une tension entre phases de 220 V et un facteur de puissance de 0,85. L'inducteur, alimenté par une source de tension continue de 200 V, présente une résistance de 100  $\Omega$ . L'alternateur reçoit une puissance mécanique de 7,6 kW. Calculer :

- 1- la puissance utile fournie à la charge
- 2- la puissance absorbée
- 3- le rendement

#### *Exercice 4*

Un alternateur triphasé est couplé en étoile. Sur une charge résistive, il débite un courant de 20 A sous une tension de 220 V entre deux bornes de l'induit. La résistance de l'inducteur est de 50  $\Omega$ , celle d'un enroulement de l'induit de 1  $\Omega$ . Le courant d'excitation est de 2 A.

Les pertes collectives sont évaluées à 400 W. Calculer :

- 1- la puissance utile
- 2- la puissance absorbée par l'inducteur
- 3- les pertes Joule dans l'induit
- 4- le rendement

#### *Exercice 5*

Un alternateur triphasé couplé en étoile alimente une charge résistive. La résistance d'un enroulement statorique est  $R_S = 0,4 \Omega$ . La réactance synchrone est  $X_S = 20 \Omega$ .

La charge, couplée en étoile, est constituée de trois résistances identiques  $R = 50 \Omega$ .

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

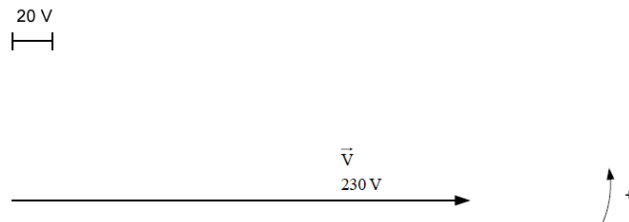
- 1- Faire le schéma équivalent du circuit (entre une phase et le neutre).
- 2- Sachant que la tension simple à vide de l'alternateur est  $E = 240 \text{ V}$ , calculer la valeur efficace des courants de ligne  $I$  et des tensions simples  $V$  en charge.
- 3- Calculer la puissance active consommée par la charge.

#### Exercice 6

Un alternateur triphasé couplé en étoile fournit un courant de  $200 \text{ A}$  sous une tension entre phases  $U = 400 \text{ V}$  à  $50 \text{ Hz}$ , avec un facteur de puissance de  $0,866$  (charge inductive).

- 1- Calculer la puissance utile de l'alternateur.
- 2- La résistance mesurée entre phase et neutre du stator est  $30 \text{ m}\Omega$ . Calculer les pertes Joule au stator.
- 3- L'ensemble des pertes collectives et par effet Joule au rotor s'élève à  $6 \text{ kW}$ . Calculer le rendement de l'alternateur.
- 4- La réactance synchrone de l'alternateur est  $X_S = 750 \text{ m}\Omega$ .

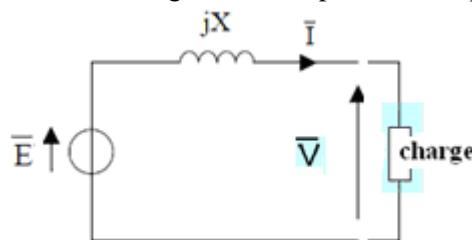
La tension entre phase et neutre est  $V = U/\sqrt{3} = 230 \text{ V}$ . Compléter le diagramme de Behn-Eschenburg :



En déduire la tension à vide (fem) entre phase et neutre  $E$ .

#### Exercice 7

Soit un alternateur monophasé produisant une tension sinusoïdale  $V$  de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ . On donne ci-dessous la schéma équivalent simplifié de l'induit (la résistance de l'enroulement est négligeable). La réactance  $X$  de l'induit est égale à  $1,6 \Omega$  pour une fréquence de  $50 \text{ Hz}$  :



La caractéristique à vide, pour une fréquence de rotation de  $750 \text{ tr/min}$  est donnée par :

$E(V) = 120 i(A)$  avec  $i$  le courant d'excitation.

L'alternateur alimente une charge résistive traversée par un courant d'intensité efficace  $I = 30 \text{ A}$ .

La tension  $U$  aux bornes de la résistance a pour valeur efficace  $V = 110 \text{ V}$  et pour fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ .

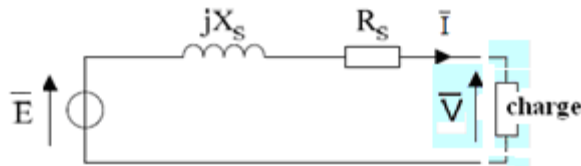
- 1- Calculer le nombre de paires de pôles de l'alternateur sachant qu'il doit tourner à  $750 \text{ tr/min}$  pour fournir une tension sinusoïdale de  $50 \text{ Hz}$ .
- 2- Vérifier que la valeur efficace de la fem de l'alternateur  $E$  est égale à  $120 \text{ V}$ .

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

- 3- En déduire la valeur de l'intensité  $i$  du courant d'excitation.
  - 4- Quelle est la résistance  $R$  de la charge ? En déduire la puissance utile fournie par l'alternateur à la charge résistive.
  - 5- Dans les conditions de l'essai, les pertes de l'alternateur sont évaluées à 450 W. Calculer le rendement.
- On modifie la vitesse de rotation : 500 tr/min. On note  $f'$ ,  $E'$ ,  $X'$ ,  $V'$  et  $I'$  les nouvelles valeurs de  $f$ ,  $E$ ,  $X$ ,  $V$  et  $I$ . Le courant d'excitation de l'alternateur est inchangé :  $i' = i$ .
- 6- Calculer  $f'$ . En déduire  $X'$ .
  - 7- Calculer  $E'$ . En déduire  $I'$  le courant dans la charge et  $V'$  la tension aux bornes de l'alternateur.
  - 8- Quel doit être le courant d'excitation pour avoir  $V' = 110$  V ?

#### Exercice 8

Le schéma équivalent de l'induit de l'alternateur est :



La résistance de l'enroulement de l'induit est :  $R_S = 0,3 \Omega$ .

La caractéristique à vide, pour une vitesse de rotation de 1500 tr/min est donnée par :

$E = 200 \cdot i$  avec :  $i$  le courant d'excitation (en A) ;  $E$  la valeur efficace de la fem (en V)

- 1- Calculer le nombre de paires de pôles de l'alternateur sachant qu'il doit tourner à 1800 tr/min pour fournir une tension sinusoïdale de fréquence  $f = 60$  Hz.
- 2- Un essai en court-circuit à 1500 tr/min, donne un courant d'induit  $I_{CC} = 20$  A pour un courant d'excitation

$i = 0,4$  A. Montrer que la réactance synchrone (en  $\Omega$ ) peut s'écrire :  $X_s = \sqrt{\left(\frac{E}{I_{CC}}\right)^2 - (R_s)^2}$

Faire l'application numérique.

- 3- L'alternateur alimente une charge résistive  $R$  qui consomme un courant d'intensité efficace  $I = 20$  A.

La tension  $v(t)$  aux bornes de la résistance a pour valeur efficace  $V = 220$  V et pour fréquence  $f = 50$  Hz.

- 3-1- Quelle est la vitesse de rotation de l'alternateur (en tr/min) ?
  - 3-2- Calculer la résistance  $R$  de la charge.
  - 3-3- Calculer la puissance utile fournie par l'alternateur à la charge.
  - 3-4- Montrer que la fem de l'alternateur  $E$  est égale à 240 V.
  - 3-5- En déduire l'intensité du courant d'excitation  $i$ .
  - 3-6- Les pertes collectives de l'alternateur sont évaluées à 300 W.
- La résistance de l'excitation est  $r = 200 \Omega$ . En déduire le rendement de l'alternateur.

### Corrigé des Exercices sur l'alternateur

#### Corrigé 1

$$f = pn = 3 \times (1000/60) = 50 \text{ hertz}$$

$$f = pn = 3 \times (1200/60) = 60 \text{ hertz}$$

#### Corrigé 2

$$P = \sqrt{3} \times UI \times \cos \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 10 \times 0,80 = 5,54 \text{ kW}$$

$$Q = \sqrt{3} \times UI \times \sin \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 10 \times 0,6 = + 4,16 \text{ kvar}$$

$$S = \sqrt{3} \times UI = \sqrt{3} \times 400 \times 10 = 6,93 \text{ kVA}$$

#### Corrigé 3

1- la puissance utile fournie à la charge  $P = \sqrt{3} \times UI \times \cos \varphi = \sqrt{3} \times 220 \times 20 \times 0,85 = 6,48 \text{ kW}$

2- la puissance absorbée  $7600 + 200^2/100 = 7600 + 400 = 8 \text{ kW}$

3- le rendement  $6,48 / 8 = 81 \%$

#### Corrigé 4

1- la puissance utile.  $\sqrt{3} \times UI \times \cos \varphi = \sqrt{3} \times 220 \times 20 \times 1 = 7,62 \text{ kW}$

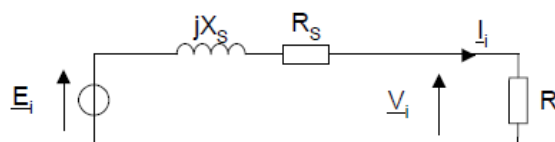
2- la puissance absorbée par l'inducteur. C'est aussi les pertes Joule à l'inducteur :  $50 \times 2^2 = 200 \text{ W}$

3- les pertes Joule dans l'induit.  $3 \times 1 \times 20^2 = 1200 \text{ W}$  (couplage étoile)

4- Puissance absorbée par l'alternateur = puissance utile + pertes totales =  $7,62 + (0,2 + 1,2 + 0,4) = 9,42 \text{ kW}$

Rendement =  $7,62 / 9,42 = 81 \%$

#### Corrigé 5



1-

2- Impédance complexe totale :  $Z = (R_s + R) + jX_s = 50,4 + 20j$

Impédance totale :  $Z = ((R_s+R)^2 + X_s^2)^{1/2} = 54,2 \Omega$  Courant de ligne :



### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{(R_s+R)^2 + X_s^2}} = \frac{240}{54,2} = 4,43 \text{ A}$$

Loi d'Ohm :  $V = RI = 221 \text{ volts}$

$$3- \sqrt{3} \times UI \times \cos\varphi = 3 \times VI \times \cos\varphi = 3 \times 221 \times 4,43 \times 1 = 2,94 \text{ kW}$$

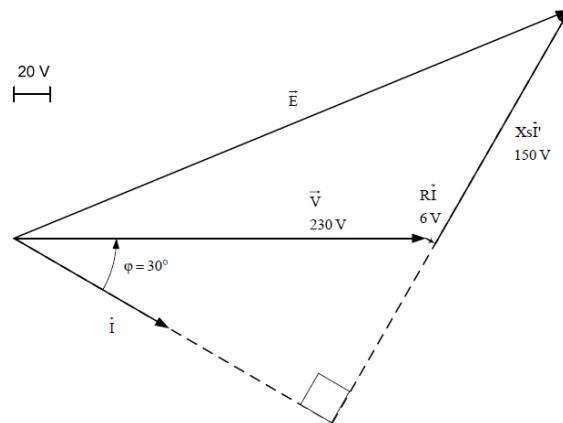
$$\text{Autre méthode : Loi de Joule } 3RI^2 = 3 \times 50 \times 4,43^2 = 2,94 \text{ kW}$$

#### Corrigé 6

$$1- P_u = \sqrt{3}UI \cos\varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 200 \times 0,866 = 120 \text{ kW}$$

$$2- p_{JS} = 3RSI^2 = 3 \times 0,03 \times 200^2 = 3,6 \text{ kW}$$

$$3- \eta = \frac{120}{120+3,6+6} = 92,6\%$$

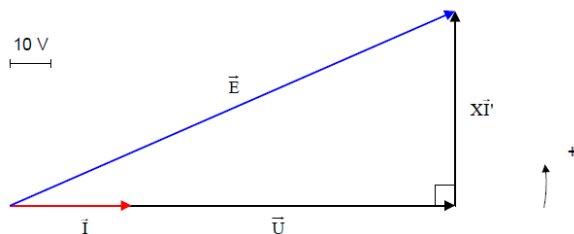


4- Graphiquement :  $E = 335 \text{ V}$

#### Corrigé 7

$$1- p = 50 / (750 / 60) = 4$$

2- Construisons le diagramme vectoriel de Behn-Eschenburg :



Théorème de Pythagore :  $E = U^2 + (XI)^2 = 120V$

$$3- i = 120 / 120 = 1 \text{ A}$$

$$4- R = U / I = 110 / 30 = 3,67 \Omega \quad P_u = RI^2 = 3300 \text{ W}$$

$$5- 3300 / (3300 + 450) = 3300 / 3750 = 88 \%$$

$$6- f' = p \text{ ns} = 4 \times (500 / 60) = 33,3 \text{ Hz} \quad X = L\omega \quad X' = L\omega' \quad X' = X f' / f = 1,07 \Omega$$

7- L'excitation est constante donc la fem est proportionnelle à la vitesse de rotation.

$$E' = E \times 500 / 750 = 80 \text{ V}$$

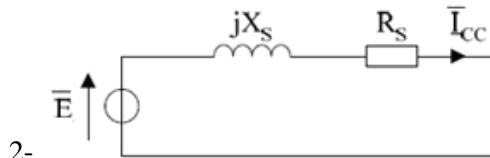
### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$E' = \sqrt{U'^2 + (X'I')^2} = \sqrt{(RI')^2 + (X'I')^2} = \sqrt{R^2 + X'^2} \cdot I' \quad I' = \frac{E'}{\sqrt{R^2 + X'^2}} = 20,95 \text{ A} \quad U' = RI' = 76,8 \text{ V}$$

$$8 - \quad U' = R \frac{E'}{\sqrt{R^2 + X'^2}} \quad \text{Pour } i \text{ constant} \quad E_{500} = E'_{750} \quad \rightarrow \quad E' = 80 \cdot i \quad I = \frac{\sqrt{R^2 + X'^2}}{80 \cdot R} = 1,43 \text{ A}$$

#### Corrigé 8

1-  $p = f / n = 60 / (1800/60) = 2$  paires de pôles.



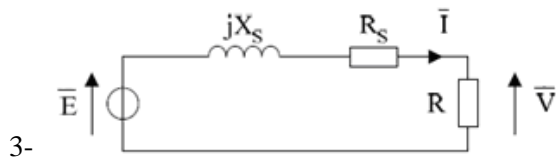
Impédance complexe de court-circuit :  $Z = R_S + jX_S$

$$E = Z I_{cc} = \sqrt{R_S^2 + X_S^2} I_{cc} \quad \text{D'où} \quad X_2 = \sqrt{\left(\frac{E}{I_{cc}}\right)^2 - (R_S)^2}$$

Application numérique :

$$X_2 = \sqrt{\left(\frac{80}{20}\right)^2 - (0,3)^2} = 4 \Omega$$

$$E(V) = 200 \cdot i(A) = 200 \times 0,4 = 80 \text{ volts}$$



$$3-1- n = f / p = 50 / 2 = 25 \text{ tr/s} = 1500 \text{ tr/min}$$

$$3-2- \text{Loi d'Ohm : } R = V / I = 220 / 20 = 11 \Omega$$

$$3-3- \text{Putile} = VI \cos \varphi = 220 \times 20 \times 1 = 4,4 \text{ kW}$$

$$\text{Autre méthode : } RI^2 = 11 \times (20)^2 = 4,4 \text{ kW}$$

3-4- Impédance complexe :  $Z = (R + R_S) + jX_S$

$$E = ZI = \sqrt{(R + R_S)^2 + X_S^2} I = \sqrt{(11 + 0,3)^2 + (4)^2} \cdot 20 \approx 240 \text{ volts}$$

$$3-5- i = 240 / 200 = 1,2 \text{ A}$$

$$3-6- \text{Pertes Joule de l'excitation : } r i^2 = 200 \times (1,2)^2 = 288 \text{ W}$$

$$\text{Pertes Joule de l'induit : } R_S I^2 = 0,3 \times (20)^2 = 120 \text{ W}$$

$$\text{Rendement : } 4400 / (4400 + 288 + 120 + 300) = 4400 / 5108 = 86 \%$$

## Chapitre 4 : Machine Asynchrone

Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique et Electronique

## Chapitre 4 : machine asynchrone

### Introduction :

Le terme asynchrone provient du fait que la vitesse de ces machines n'est pas forcément proportionnelle à la fréquence des courants qui les traversent, dans ces types de machines il 'y'a une seule alimentation.

Au niveau du stator qui est triphasé. Elle est appelée asynchrone car elle ne tourne pas à la vitesse du champ tournant mais légèrement au-dessous. Elle est appelée machine à induction parce qu'elle se base sur le principe de la tension induite. \*\*\*\*

A l'origine c'est une machine utilisée en moteur uniquement, c'est ce que nous étudions ici, mais grâce à l'électronique de puissance, elle est de plus en plus souvent utilisée en génératrice (c'est le cas des éoliennes)

Quand le moteur asynchrone est alimenté par un réseau à fréquence fixe, il est difficile de faire varier sa vitesse. Grâce aux s à fréquence variable, la machine peut fonctionner avec une vitesse réglable. C'est pourquoi il est utilisé pour la motorisation des derniers ainsi que des nouveaux .<sup>[1]</sup>

### 1) Constitution

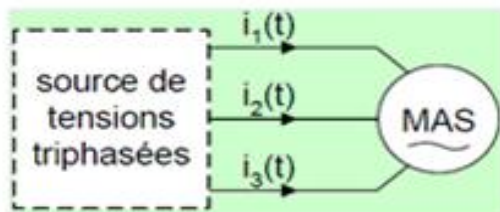


Figure 4.1 Elément de la machine Asynchrone

## Chapitre 3 : Machine Synchrone

### II) Principe de glissement.

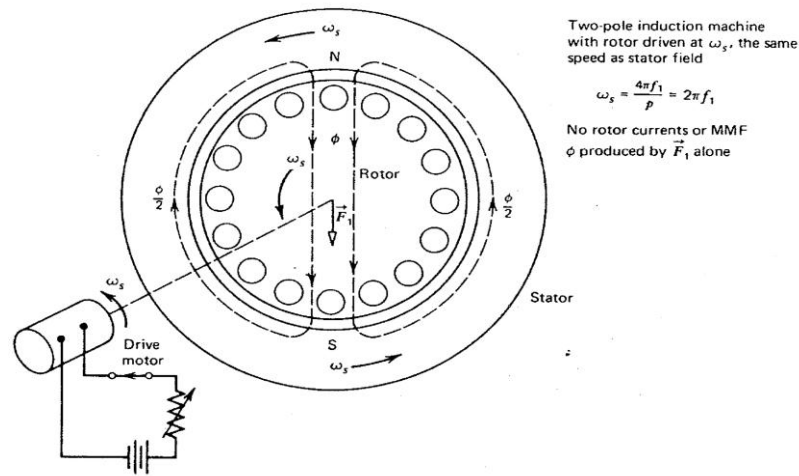


Figure 4.2 Fonctionnement de la machine Asynchrone

Un observateur sur le rotor voit le champ statorique tournant à la vitesse  $(\omega_s - \omega_r)$ , puisque  $\omega_r < \omega_s$  il va le voir tourner à une vitesse faible, d'où provient le principe de glissement.

Le calcul du glissement se fait par la formule :

$$g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \text{ par analogie } g = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

Tel que  $n_s$  est égale à 1500 tr/mn pour les machines quadripolaires ( $P=4$ ) ? est estimée à 1400 tr/mn à pleine charge. De même que  $n_s = 3000$  tr/mn et  $n_r = 2900$  tr/mn pour les machines bipolaires.

**Exemple :** Soit une machine tournant à 1440 tr/mn pour une fréquence de 50 hz,

- 1) Déterminer le glissement de cette machine
- 2) Déterminer la fréquence de la tension induite du rotor.

**Réponse :**

- 1) Pour une fréquence de 50 hz.

$$\omega_s = \frac{2\pi f}{p/2} = \frac{4\pi f n_s}{p} \text{ Et } n_s = \frac{120 f}{p} \text{ tr/mn}$$

$$\omega_s = \frac{120 \times 50}{4} = 1500 \text{ tr/mn}$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

Donc  $g = \frac{1500-1440}{1500} = 4\%$

1)  $\omega_s = \frac{4\pi f s}{p}$  (2)

Le rotor tourne à :  $\omega_s - \omega_r = \frac{4\pi f 2}{p}$  (1)

Le rapport (1) / (2) donne  $g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} = \frac{f 2}{f s}$

D'où la fréquence de la tension induite du rotor est :

$f_r = g \cdot f_s = 4\% \cdot 50$

$f_r = \frac{50 \times 4}{100}$  et  $f_r = 2 \text{ hz}$

### III ) Modèle de la machine synchrone :

Le stator est branché en étoile et le rotor est représentée par un court-circuit (fig4.1) donc on peut dire que la machine asynchrone représente un transformateur triphasé dont une phase de son schéma équivalent est donné par la figure (4.2).

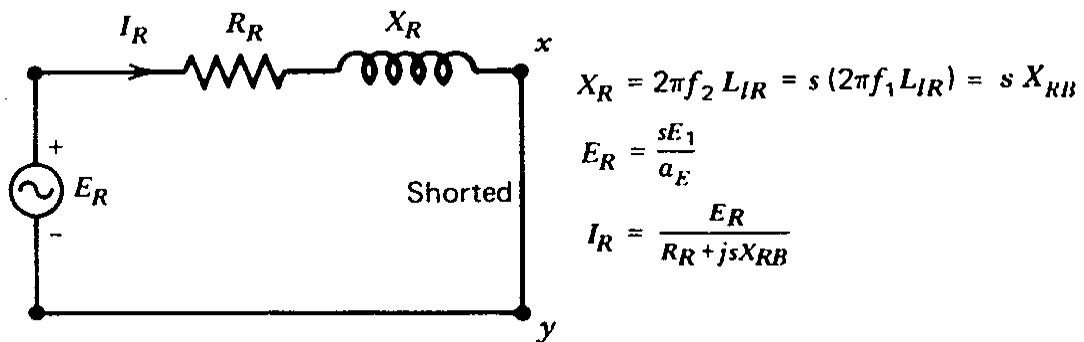


Figure 4.3 Modèle du rotor de la machine Asynchrone

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

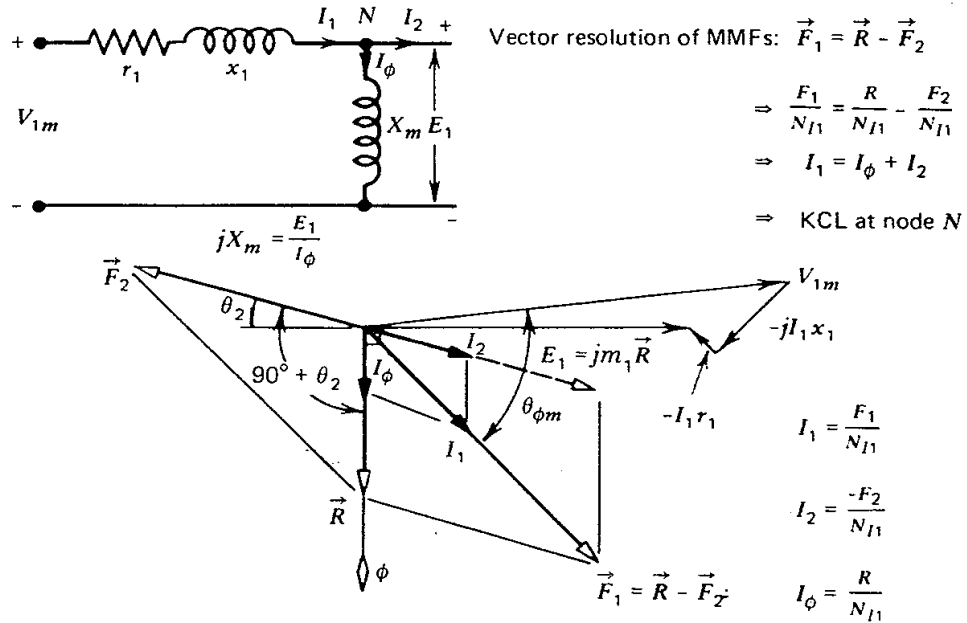


Figure 4.4 Modèle du stator de la machine Asynchrone

Le rapport de transformation :  $a = \frac{E1}{Er}$

On rapporte les éléments du rotor au stator par une machine asynchrone fonctionnant en moteur.

$$E1 = V1 - (r1 + jx1)I1$$

$N_{1=}$  nombre de spires du stator

En prenant en considération les fuites de flux caractérisées par l'inductance de fuites  $X1$ , on peut retrancher ces fuites, en supposant que le nombre de spires effectives sera moins que celles existantes ( les autres caractérisent les fuites). On a alors

$N_{e1=}$  nombre de spires effectives du stator.

$N_{e2=}$  nombre de spires effectives du rotor.

$$E = j \omega N \phi = j \cdot 2\pi f \cdot N e \cdot \phi$$

Donc.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1=} = J 2\pi f s \cdot N_{e1} \cdot \phi \\ E_{R=} = J \cdot 2\pi f r \cdot N_{e2} \cdot \phi \end{array} \right. \quad \text{D'où} \quad \frac{E_1}{E_r} = \frac{f_s \cdot N_{E1}}{f r \cdot N_{E2}}$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

Et comme :

$$f_s = \frac{f_2}{g} \text{ alors } \frac{E_1}{E_r} = \frac{1}{g} \cdot a_E$$

D'où la définition du rapport de transformation des tensions.

$$a_e = \frac{N_{E1}}{N_{E2}}$$

Pour le stator :

$$X_R = 2 \pi f r \cdot L_R = 2 \pi g \cdot f_s \cdot L_R$$

$$X_R = g \cdot 2 \pi f_s L_R$$

$$X_R = g X_{RB}$$

D'où on définit un paramètre constant de la machine asynchrone :

$$X_{RB} = 2 \pi f_s \cdot L_R =$$

À charge nominale, on définit un autre paramètre

$$X'_{RB} = 2 \pi f_N \cdot L_R$$

en prenant la partie rotor de la M.A.S, on a :

$$I_R = \frac{E_R}{R_R + j X_R} = \frac{1}{a_e} \cdot \frac{g E_1}{R_R + j X_{RB} g}$$

$$\text{D'où } I_R = \frac{1}{a_E} \cdot \frac{E_1}{\frac{R_R}{g} + j X_{RB}}$$

$$X'_{RB} = X_{RB} \cdot \frac{f_N}{f_{RB}}$$

Supposant que les pertes en courant statorique et rotarique sont respectivement présentés par

$N_{I1}$  et  $N_{I2}$  on a :

$$F_1 = N_{I1} \cdot I_1 \text{ D'où } I_1 = \frac{F_1}{N_{I1}}$$

$$F_2 = N_{I2} \cdot I_R \text{ d'où } I_R = \frac{F_2}{N_{I2}}$$

On rapporte la secondaire au primaire et on obtient le schéma équivalent : ??

Donc  $I_2$  est produit par  $F_2$  mais il est rapporté au stator, donc on obtient :

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$I_2 = \frac{F_2}{N_{I1}} = \frac{I_R \cdot N_{I2}}{N_{I1}}$$

D'où  $\frac{I_R}{I_2} = \frac{N_{I1}}{N_{I2}} = a_I$

Dont  $a_I$  représente le rapport de transformation des courants.

(1)  $\implies$

$$I_R = \frac{1}{a_E} \cdot \frac{E_1}{\frac{R_R}{g} + jX_{RB}}$$

$$I_2 = \frac{I_R}{a_1} = \frac{1}{a_1 a_E} \cdot \frac{E_1}{\frac{R_R}{g} + jX_{RB}}$$

Et

$$I_2 = \frac{E_1}{(a_1 a_E R_R)/g + j a_1 a_E X_{RB}}$$

or

$$I_2 = \frac{E_1}{r_{2/g} + jx_2}$$

Par analogie on a :

$$\begin{cases} r_2 = a_1 a_E R_R \\ X_2 = a_1 a_E X_{RB} \end{cases}$$

La charge mécanique est définie par une résistance

$$\frac{r_2}{g} \simeq \left( \frac{1-g}{g} \right) r_2 \quad \text{et schéma équivalent donnée par fig 4.3}$$

#### IV / Puissance de la M.A.S

##### 1) Pertes de la MAS.

###### a) Pertes dans le startor.

- Pertes joules au startor :  $P_{js} = 3 r_1 I_1^2$
- Pertes dues au ct de Foucault (perte de noyau) et par Hystérésis  $P_{H+F}$  ne sont pas calculées car, on ne connaît pas la résistance du circuit magnétique. Ces pertes sont plutôt évaluées

###### b) Pertes dans le rotor :



### Chapitre 3 : Machine Synchrone

- Pertes joules au rotor :  $P_{JR} = 3 r_2 I_2^2$

perdes de résistance de l'air et pertes dues au frottement sont évaluées et ajoutées aux pertes de Foucault et perte d'hystérésis pour donner les pertes rotationnelles (pertes évaluées)

**Bilan de puissance du moteur asynchrone :**

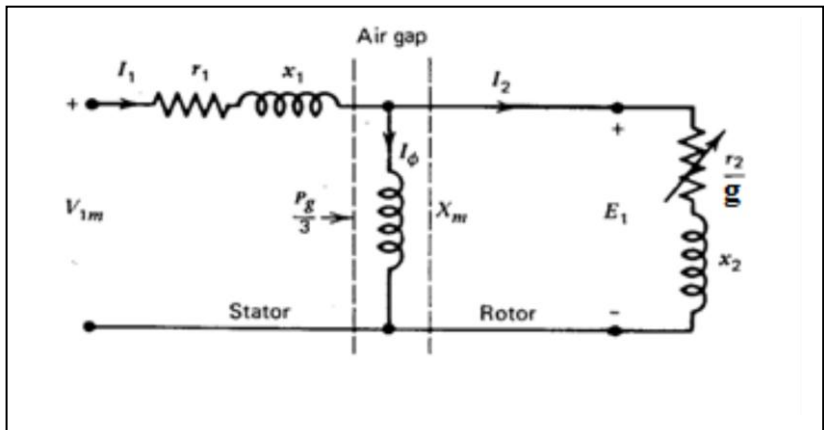


Figure 4.5 : Schéma équivalent de la MAS

La puissance d'entrée  $P_{in}$  est donnée par

$$P_{in} = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \varphi$$

Les pertes joules statoriques et rotoriques sont respectivement :

$$P_{JS} = 3 r_1 I_1^2 \quad \text{et} \quad P_{JR} = 3 r_2 I_2^2$$

Au niveau de l'entrefer la puissance  $P_{\bar{e}} = P_{in} - P_{JS}$  Et a la sortie du rotor la puissance mécanique développée est :

$$P_{md} = P_{\bar{e}} - P_{JR} \quad (3)$$

Or 
$$P_{\bar{e}} = 3 \frac{r_2}{g} I_2^2 = \frac{P_{JR}}{g} \quad (4)$$

En remplaçant (4) et (3) on a :

$$P_{md} = P_{\bar{e}} - g P_{\bar{e}}$$

$$P_{md} = (1 - g) P_{\bar{e}}$$

Finalement la puissance de sortie est :

$$P_{out} = P_{md} - P_{Rot}$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

Et le rendement est donné par :

$$\mu = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

A propos des couples :

Le couple mécanique développé est  $\mu =$

$$C_{md} = \frac{P_{md}}{\omega_r} = \frac{1-g}{1-g} \frac{P_{\bar{e}}}{\omega_s} = \frac{P_{\bar{e}}}{\omega_s}$$

Le couple de sortie est :

$$C_{out} = \frac{P_{out}}{\omega_r}$$

Exemple :

Une machine asynchrone triphasé quadripolaire consomme 25 A sous 460 volts avec un facteur de puissance de 0.85, Les pertes joules statoriques  $P_{JS} = 1000$  wrt, les pertes joules rotoriques  $P_{JR} = 500$  w. Si les pertes rotationnelles sont estimées à 1250 w, calculez :

- la puissance de l'entrefer
- la puissance mécanique développée
- la puissance mécanique de sortie
- le rendement
- le couple mécanique développé
- la vitesse de rotation, sachant que le glissement est de 3%

Corrigé :

$$P_{in} = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \varphi$$

$$P_{in} = \sqrt{3} 460. 25. 0,85$$

$$P_{in} = 16931 \text{ w}$$

$$* P_{\bar{e}} = P_{in} - P_{JS}$$

$$P_{\bar{e}} = 16931 - 1000$$

$$P_{\bar{e}} = 15931 \text{ w}$$

$$* P_{md} = P_{\bar{e}} - P_{JR}$$

$$P_{md} = 15931 - 500$$

$$P_{md} = 15431 \text{ w}$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$* P_{out} = P_{md} - P_R?$$

$$P_{out} = 15431 - 1250$$

$$P_{out} = 14181 \text{ w}$$

$$* \mu = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{14181}{16931} = 84 \%$$

$$\omega_s = \frac{\mu \pi f}{P} = 60 = 157,08 \text{ rd /s}$$

$$g = \frac{P_{JR}}{P_{\hat{e}}} = \frac{500}{15931} = 3.1\%$$

$$n_r = (1-g) \mu_s$$

$$n_r = (1-0.03) \cdot 1500$$

$$n_r = 1452 \text{ tr/mn}$$

#### Calcul des performances à partir du schéma équivalent :

A partir des grandeurs des résistances et des réactances du schéma équivalent, on peut calculer les performances de la M.A.S en suivant les étapes.

1. Calcul de la vitesse synchrone :

$$\omega_s = \frac{4 \pi f}{p} \quad \text{ou} \quad n_s = \frac{120f}{p}$$

2. Calcul du glissement :

$$g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad g = \frac{n_s - n_r}{n_s}$$

3. Calcul de  $Z_2$  :

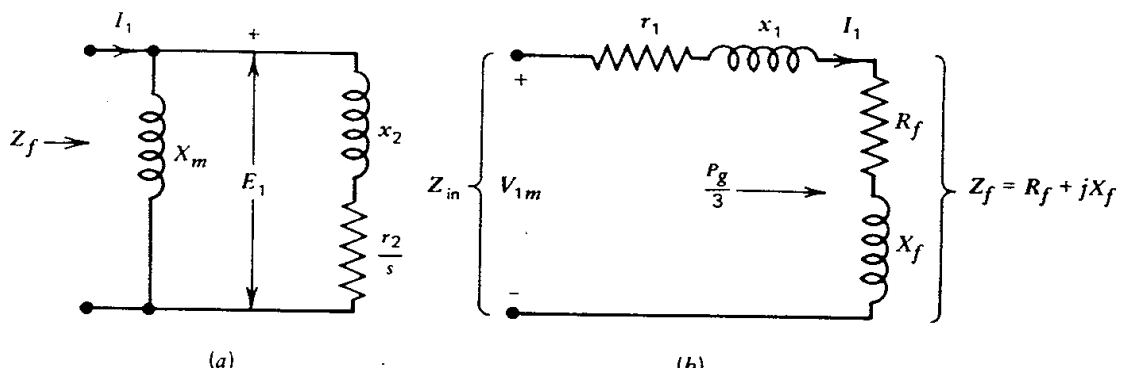


Figure 4.6 : Schéma équivalent de la MAS

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$Z_2 = \frac{r_2}{g} + jx_2$$

4. Calcul de  $Z_F = R_F + j x_F$

$$Z_F = (j x_m) \quad // \quad Z_2 = (j x_m) \quad // \quad \left(\frac{r_2}{g} + j x_2\right)$$

5. Calcul de  $z_{in}$

$$z_{in} = z_1 + Z_F = r_1 + jx_1 + R_f + j X_f$$

$$Z_{in} = (r_1 + R_F) + j(x_1 + X_f)$$

6. Calcul de  $I_1$  :

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{in}} =$$

7. Calcul du facteur de puissance :  $\cos \varphi$

8. Calcul de puissance d'entrée :

$$P_{in} = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \varphi$$

9. Calcul des pertes joules statoriques :

$$P_{JS} = 3 r_1 I_1^2$$

10. calcul de puissance de l'entrefer :

$$P_{\bar{e}} = 3 R_g I_1^2$$

11. Calcul des pertes joules rotoriques

$$P_{jr} = g P_{\bar{e}}$$

12. Calcul de la puissance mécanique développée.

$$P_{md} = (1-g) P_{\bar{e}}$$

13. Calcul du couple mécanique développé.

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$C_{md} = \frac{P_{md}}{w_r} = \frac{P_{\bar{e}}}{w_s}$$

14. Calcul de la puissance de sortie :

$$P_{out} = P_{md} - P_R ?$$

15. Calcul du couple de sortie.

$$C_{out} = \frac{P_{out}}{W_R}$$

16. Calcul du rendement.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

Exemple: Une MAS quadripolaire, triphasé de 220 V/60hz 10 hp a les impédances suivantes :

$$r_1=0.39 \Omega ; x_1=0.35 \Omega ; X_m=16 \Omega$$

$$r_2=0.14 \Omega ; x_2=0.35 \Omega$$

Considérons que les pertes rotationnelles sont 350 w :

a) Calculer les performances du rotor pour une vitesse de rotation  $W_r=1746$  tr/mn

b) Trouver le courant et le couple de démarrage.

#### Corrigé:

$$1- a) \quad \eta_s = \frac{120.6}{\mu} = 1800 \text{tr/mn}$$

$$2- \quad g = \frac{1800-1746}{1800} = 3\%$$

$$Z_2 = \frac{r_2}{g} + j x_2 = \frac{0.14}{0.03} + j 0,3 v = 4.67 + j 0.35$$

$$3. \quad -Z_2 = 4.68 \angle 4.29$$

$$4. \quad Z_f = \frac{j x_m Z_2}{z_2 + j x_m} = \frac{j 16 \cdot 4.68 \angle 4.29}{17 \angle 74.06}$$

$$Z_f = 4.4 \angle 20.23^\circ = 4.17 + j 1.82$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$5. Z_{in} = r_1 + jx_1 + Z_f = 0.39 + 4.13 + j(0.35 + 1.52)$$

$$= 4.52 + j1.87 = \underline{4.89 \ 22.48^\circ \ \Omega}$$

$$6: \cos \varphi = \cos 22.48 = 0.924$$

$$7. I_1 = \frac{v_1}{\sqrt{3} Z_{in}} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 4.89} = 26 \text{ A}$$

$$8. P_{in} = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 26 \cdot 0.924$$

$$P_{in} = 9150 \text{ w}$$

$$9. P_{JS} = 3 r_1 I_1^2$$

$$10. P_{\bar{e}} = 3 R_F I_2^2$$

$$P_{\bar{e}} = 3 \times 4.13 \cdot (26)^2 = 8320 \text{ w}$$

$$11. P_{JR} = g P_{\bar{e}}$$

$$12. P_{out} = (1 - g) P_{\bar{e}} = 0.97 \cdot 8380 = 8120 \text{ w}$$

$$13. P_{out} = P_{md} - P_{rot}$$

$$P_{out} = 8120 - 350 = 7770 \text{ w}$$

$$14. C_{md} = \frac{P_{md}}{W_r} = \frac{P_{\bar{e}}}{W_s} = \frac{8380}{188.4}$$

$$15. C_{out} = \frac{P_{out}}{W_r} = \frac{8318}{0.97 \cdot 188.4}$$

$$16. \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

b) Le courant et le couple au démarrage, la vitesse de rotation est nulle.

$$\text{Et } g = \frac{n_s - 0}{n_s} = 1$$

$$z_2 = 0.14 + j 0.35 = 0.377 \underline{68.2^\circ}$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$Z_f = \frac{16.0377 \angle 158,2^\circ}{0,14 + j 16,3} = \frac{6.03 \angle 158,2^\circ}{16,3 \angle 89,5^\circ}$$

$$z_f = 0.369 \angle 68,7^\circ = 0.134 + j 0.344$$

$$z_{in} = 0.39 + 0.134 + j (0.3 + 0.344)$$

$$z_{in} = 0.524 + j 0.694 = 0.87 \angle 52,9^\circ$$

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{in}} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 0.87} = 146 \text{ A}$$

**Remarque :** on remarque que le courant de démarrage est six fois le courant à 3 % de glissement du fait que les pertes rotationnelles sont négligeables à une vitesse de rotation nulle.

$$P_{\bar{e}} = 3 R_F I_1^2$$

$$P_{\bar{e}} = 3 \cdot 0.134 \cdot (146)^2$$

$$P_{\bar{e}} = 8570 \text{ w}$$

$$C_{md} = \frac{P_{\bar{e}}}{\omega_s} = \frac{8570}{188,4}$$

*Caractéristique pour couple vitesse :*

La relation du couple mécanique développée avec la vitesse est obtenue en appliquant le théorème de Thevenier au modèle équivalent de la M.A.S entre les points 1 et 2.

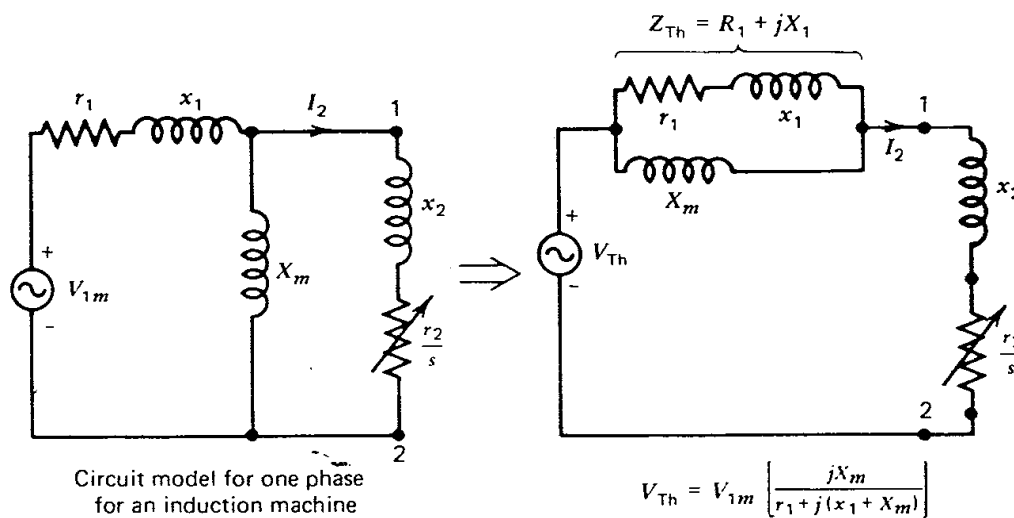


Figure 5.7 : Schéma équivalent de la MAS

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$V_{Th} = V_1 \left[ \frac{J X_m}{r_1 + j(x_1 + X_m)} \right]$$

$$Z_{tg} \triangleq R_1 + jX_1 = \frac{jX_m(r_1 + jx_1)}{r_1 + j(x_1 + X_m)}$$

Sachant que :

$$r_1 \ll x_1 + X_m$$

$$V_{Th} = V_1 \left[ \frac{X_m}{x_1 + X_m} \right]^2$$

En appliquant la loi des mailles sur le modèle équivalent de Thevenin, on obtient :

$$I_2 = \frac{V_{th}}{R_1 + \frac{r_2}{g} + j(X_1 + X_2)}$$

Et  $P_{\bar{e}} = 3 \frac{r_2}{g} \cdot I_2^2$

$$C_{md} = \frac{P_{\bar{e}}}{\omega_s} + \frac{3r_2}{\omega_s} \cdot \frac{I_2^2}{g}$$

$$C_{md} = \frac{3}{\omega_s} + \frac{V_{Th}^2 (r_2/g)}{\left[ \left( R_1 + \frac{r_2}{g} \right)^2 + (X_1 + X_2)^2 \right]}$$

La variation du couple mécanique développé en fonction du glissement est donnée par la figure suivante



## Chapitre 3 : Machine Synchrone

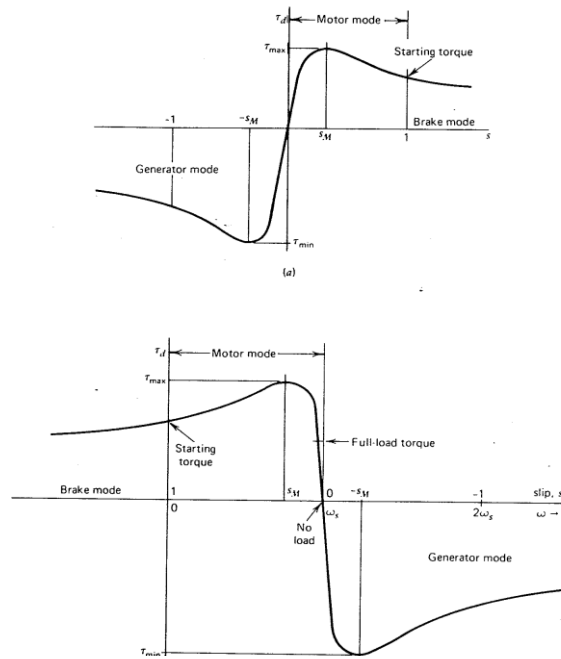


Figure 4.7: Variation du couple en fonction du glissement

### Loi de la puissance maximale :

D'après le modèle équivalent de Thevenin la charge  $\frac{r_2}{g}$  est attachée à l'impédance interne du générateur  $Z_{Th} + j x_2$

Une puissance maximale est transférée à la charge pour une pulsation constante si la charge est égale au module de l'impédance interne du générateur qui l'alimente.

$$\frac{r_2}{g_m} = |z_{th} + j x_2| = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}$$

Et le couple maximale est donné par

$$C_{max} = \frac{3}{\omega_s} \cdot \frac{V_{th}^2}{2(R_1 + \sqrt{R_1^2 + (x_1 + x_2)^2})}$$

### Détermination des grandeurs du circuit équivalent :

En appliquant trois tests sur la MAS on peut calculer les grandeurs des impédances de la M.A.S

#### 1. Test à vide :

Pour le test à vide  $I_2 = 0$ , donc le schéma équivalent devient

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

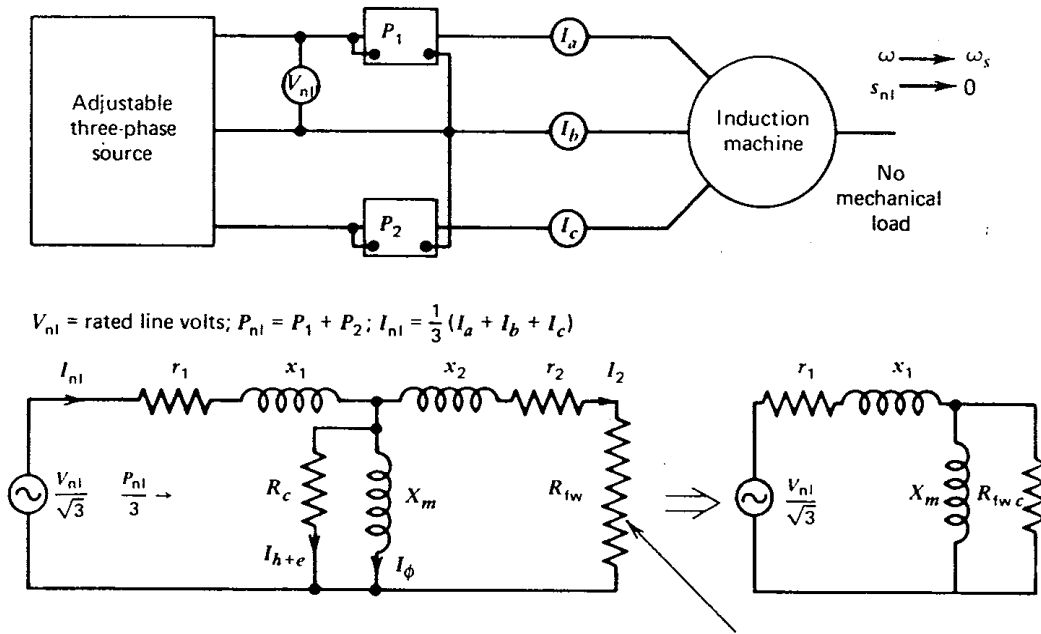


Figure 4.8 : Schéma équivalent de la MAS à vide

$$Z_{vide} = \frac{V_{vide}}{I_{vide}} = r_1 + j(x_1 + X_m)$$

Comme :  $r_1 \ll x_1 + X_m$  donc  $x_1 + X_m = \frac{V_{vide}}{I_{vide}}$

2 Test à courant continu :

D'après la fig 5.8

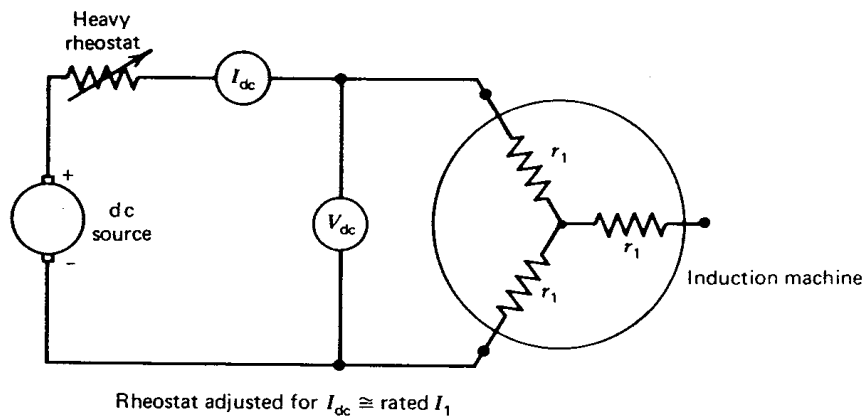


Figure 4.9: Schéma équivalent du stator à courant continu de la MAS

$$V_{CC} = 2r_1 I_{ec} \text{ d'où } r_1 = \frac{V_{CC}}{2I_{ec}} = 2 V_1 I_{CC}$$

3) - Test à rotor bloqué :

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

Comme la tension de la charge est nulle :

$$\frac{1-g}{g} r_2 = 0 \text{ donc } g=1$$

$$P_{RB} = 3(r_1 + r_2)I_{RB}^2$$

$$\text{D'où } V_2^L = \frac{P_{RB}}{3I_{RB}^2} \cdot r_1$$

$$\begin{aligned} Z_{RB} &= \frac{V_{RB}}{\sqrt{3} I_{RB}} = r_1 + r_2 + jX_{RB} \\ &= Z_{RB} \cos \phi + j Z_{RB} \sin \phi \\ &= R_{RB} + j X_{RB} \end{aligned}$$

$$X_{RB} = Z_{RB} \sin \phi$$

$$R_{RB} = Z_{RB} \cos \phi$$

$$\text{Or : } R_{RB} = \frac{P_{RB}}{3 I_{RB}^2} = r_1 + r_2$$

$$\text{Et } \cos \phi = \frac{P_{RB}}{\sqrt{3} V_{RB} \cdot I_{RB}}$$

$$\text{d'où } r_2 = \frac{P_{RB}}{3 I_{RB}^2} = -\Omega_1 = \frac{P_{RB}}{3 I_{RB}^2} - \frac{V_{CC}}{2I_{CC}}$$

$$\text{et : } X_{RB} = \sqrt{Z_{RB}^2 - R_{RB}^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{RB}}{\left(\sqrt{3} I_{RB}\right)^2}\right)^2 - \left(\frac{P_{RB}}{3 I_{RB}^2}\right)^2}$$

à la charge nominale, on définit  $f_N$  comme fréquence nominale, et on définit une autre réactance donnée par la relation suivante :

$$X'_{RB} \triangleq \frac{f_n}{f_{rb}} X_{RB} ; x_1 + x_2 = X'_{RB} = \frac{f_B}{f_+} = X_{RB}$$

Cette relation permet d'évaluer les réactances  $x_1$  et  $x_2$  du circuit équivalent de la MAS dans l'essai à rotor bloqué et à la fréquence nominale. Ces valeurs sont données dans le tableau ci-dessous :

**Table 4.2**  
**Evaluating X1 and X2**  
**from blocked-rotor**  
**Reactance at rated frequency**

Rotor	$x_1$ and $x_2$ as fractions of $X_{BR}$
Wound	$x_1 = x_2 = 0.5X_{BR}$
Design A	$x_1 = x_2 = 0.5X_{BR}$
Design B	$x_1 = 0.4X_{BR}$ ; $x_2=0.5X_{BR}$
Design C	$x_1 = 0.3X_{BR}$ ; $x_2=0.5X_{BR}$
Design D	$x_1 = x_2 = 0.5X_{BR}$

Tableau 4.1 Evaluation des réactances en fonction de  $X_{RB}$

**Exemple :**

Les tests appliquées sur une MAS triphasée quadripolaire de 5cv, 220v ;60 hz, de constitution type « B » ayant un courant nominal de 12,9A sont données par le tableau ci-dessous :

Test à courant	Test à vide	Test à rotor bloqué continu
<i>dc test</i>	<i>No-Load Test</i>	<i>Blocked rotor Test</i>
$V_{dc} = 13.8 V$	$V_{nt} = 220 V$	$V_{BR} = 23.5 V$
$I_{dc} = 13.0 A$	$f = 60 Hz$	$f_l = 15 Hz$
	$I_a = 3.86 A$	$I_a = 12.8 A$
	$I_b = 3.86 A$	$I_b = 13.1 A$
	$I_c = 3.89 A$	$I_c = 12.9 A$
	$P_1 = 550 W$	$P_1 = 179 W$
	$P_2 = -350 W$	$P_2 = 290 W$

Tableau 4.2 Mesures des tests sur la MAS

1- calculer les grandeurs du circuit équivalent

2-calculer les performances de la MAS à un glissement de 3%

1- test à rotor bloqué

$$I_{RB} = \frac{12.8 + 13.1 + 12.9}{3} = 12.93 A$$

$$Z_{RB} = \frac{V_{BR}}{\sqrt{3}I_{BR}} = \frac{23.5}{\sqrt{3}.12.93} = 1.049 \Omega$$

$$P_{RB} = P_1 + P_2 = 179 + 290 = 469 w$$

Donc

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$R_{RB} = \frac{P_{BR}}{3I_{BR}^2} = 0.935\Omega$$

Et :

$$\theta_{RB} = \cos^{-1} \frac{P_{BR}}{\sqrt{3} \cdot 23.5 \cdot 12.93} = 26.98^\circ$$

$X'_{RB}$  à une fréquence nominale est donnée par :

$$X'_{RB} = Z_{BR} \sin \theta_{BR} = 0.476 \Omega$$

A partir de la table 5.1, la machine asynchrone est de type « B »

Donc :

$$x_1 = 0.4 \cdot 1.904 = 0.761 \Omega \quad x_2 = 0.6 \cdot 1.904 = 1.142 \Omega$$

*2-Test à courant continu :*

A partir de ce test on calcule :

$$r_1 = \frac{1}{2} \frac{V_{CC}}{I_{CC}} = \frac{13.8}{2 \cdot 2.13 \cdot 0} = 0.531 \Omega$$

Et la résistance  $r_2$

$$r_2 = R_{RB} - r_1 = 0.935 - 0.531 = 0.404 \Omega$$

*3- test vide*

$$I_{CO} = \frac{I_a + I_b + I_c}{3} = \frac{3.86 + 3.86 + 3.89}{3} = 3.87 \text{ A}$$

$$Z_{CO} = x_1 + X_m = \frac{V_{CO}}{\sqrt{3} I_{CO}} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 3.87} = 32.8 \Omega$$

$$X_m = Z_{CO} - x_1 = 32.8 - 0.761 = 32.1 \Omega$$

Puissances et pertes :

$$p /_{CO} = P_1 + P_2 = 550 - 350 = 200 \text{ w}$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

Les pertes rotationnelles sont estimées à :

$$P_{ROT} = P_{fwc} = 176 \text{ w}$$

Les performances calculées à un glissement  $g=0.03$

$$\frac{r_2}{g} = \frac{0.404}{0.03} = 13.47 \Omega$$

$$Z_2 = \frac{r_2}{g} + jx_2 = 13.47 + jl.142 = 13.52 \quad 4.85^\circ$$

$$Z_f = z_2 \parallel jm = \frac{j32.1 \cdot 13.52 \angle 4.85^\circ}{13.47 + j33.2} = \frac{434^\circ \angle 94.85^\circ}{35.8 \angle 67.91^\circ}$$

$$12.12 \angle 26.94^\circ = 10.81 + j5.49 = R_f + jX_f \Omega$$

$$Z_{in} = z_1 + Z_f = r_1 + R_f + j(x_1 + X_f)$$

$$= 11.34 + j6.25$$

$$= 12.95 \angle 28.86 \Omega$$

Le facteur puissance est :  $\cos 26.86 = 0.876$

Le courant de ligne est :

$$|I_1| = \frac{220}{\sqrt{3}|Z_{in}|} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 12.95} = 9.81 \text{ A}$$

La puissance d'entrée :

$$P_{im} = \sqrt{3}V_L |I| \cos \theta_\phi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 9.81 \cdot 0.876 = 3275 \text{ W}$$

$$P_{\bar{e}} = 3I_1^2 R_f = 3 \cdot 9.81^2 \cdot 10.81 = 3121 \text{ W}$$

La puissance mécanique développée :

$$P_{md} = 3121 (1 - 0.03) = 3027 \text{ w}$$

La puissance de sortie :

$$P_{OUT} = P_{md} - P_{Rot}$$

$$P_{OUT} = 3027 - 176 =$$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

$$\frac{DMP - \bar{P}_{rot}}{746} = \frac{3027 - 176}{746} = 3.82 \text{ hp}$$

Le rendement : le couple de sortie :

$$C_{out} = \frac{P_{out}}{\omega_2}$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{3027 - 176}{3275} = 87.1\%$$

### TD Chapitre N°4 : Exercices sur le moteur asynchrone

#### *Exercice 1*

Un moteur asynchrone tourne à 965 tr/min avec un glissement de 3,5 %.  
Déterminer le nombre de pôles du moteur sachant que la fréquence du réseau est  $f = 50$  Hz.

#### *Exercice 2*

Les enroulements d'un moteur asynchrone triphasé sont couplés en triangle.  
La résistance d'un enroulement est  $R = 0,5 \Omega$ , le courant de ligne est  $I = 10$  A.  
Calculer les pertes Joule dans le stator.

#### *Exercice 3*

Dans ce procédé de démarrage, le stator est couplé en étoile pendant le démarrage, puis en triangle pour le fonctionnement normal.

- 1- Montrer que le courant de ligne consommé en couplage étoile est trois fois plus petit qu'en couplage triangle.
- 2- On admet que le couple utile du moteur est proportionnel au carré de la tension.  
Montrer que le couple utile est divisé par trois pendant la phase de démarrage.
- 3- Quel est l'avantage du démarrage « étoile – triangle » ? Quel est son inconvénient ?

#### *Exercice 4*

Les tensions indiquées sur la plaque signalétique d'un moteur triphasé sont : 400 V / 690 V 50 Hz  
(Cela signifie que la tension nominale aux bornes d'un enroulement est de 400 V).

Quel doit être le couplage du moteur sur un réseau triphasé 230 V / 400 V ?

Et sur un réseau triphasé 400 V / 690 V ?

#### *Exercice 5*

La plaque signalétique du moteur asynchrone d'une fraiseuse porte les indications suivantes :  
3 ~50 Hz

$\Delta 220$  V 11 A      Y 380 V 6,4 A      1455 tr/min       $\cos \varphi = 0,80$

- 1- Le moteur est alimenté par un réseau triphasé 50 Hz, 380 V entre phases.  
Quel doit être le couplage de ses enroulements pour qu'il fonctionne normalement ?
- 2- Quel est le nombre de pôles du stator ? (on donne vitesse de synchronisme : 1500 tr/min)
- 3- Calculer le glissement nominal (en %).
- 4- Un essai à vide sous tension nominale donne :



### Chapitre 3 : Machine Synchrone

- puissance absorbée :  $P_a = 260 \text{ W}$
  - intensité du courant de ligne :  $I = 3,2 \text{ A}$
- Les pertes mécaniques sont évaluées à  $130 \text{ W}$ .

La mesure à chaud de la résistance d'un enroulement du stator donne  $R_s = 0,65 \Omega$ .  
 En déduire les pertes fer.

5- Pour le fonctionnement nominal, calculer :

- les pertes par effet Joule au stator
- les pertes par effet Joule au rotor
- le rendement
- le couple utile  $C_u$

#### Exercice 6

Un moteur triphasé tétrapolaire à cage d'écureuil possède les caractéristiques suivantes :  $230 \text{ V} / 400 \text{ V } 50 \text{ Hz}$ .

La résistance d'un enroulement statorique, mesurée à chaud, est  $R_s = 0,70 \Omega$ .

Ce moteur est alimenté par un réseau  $400 \text{ V}$  entre phases.

- 1- Déterminer :
  - le couplage du moteur
  - la vitesse de synchronisme
- 2- A vide, le moteur tourne à une vitesse proche de la vitesse de synchronisme, absorbe un courant de  $5,35 \text{ A}$  et une puissance de  $845 \text{ W}$ .

Déterminer :

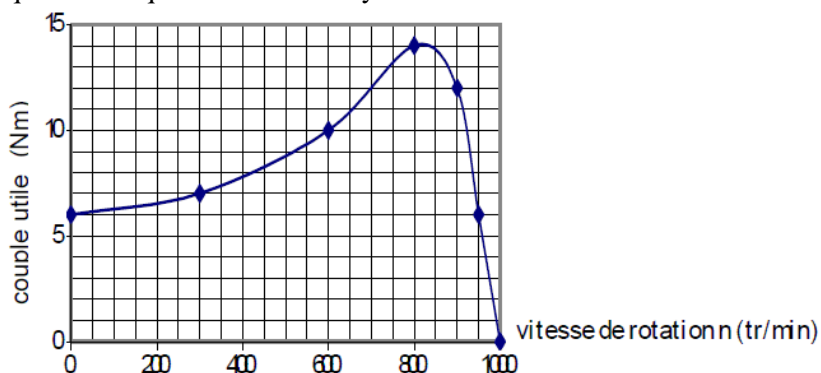
- les pertes Joule statoriques à vide
- les pertes fer statoriques sachant que les pertes mécaniques s'élèvent à  $500 \text{ W}$ .
- 3- A la charge nominale, le courant statorique est de  $16,5 \text{ A}$ , le facteur de puissance de  $0,83$  et la vitesse de rotation de  $1400 \text{ tr/min}$ .

Calculer :

- les pertes Joule statoriques en charge
- la puissance absorbée
- la puissance transmise au rotor (les pertes fer statoriques sont sensiblement les mêmes qu'à vide)
- le glissement
- les pertes Joule rotoriques en charge
- la puissance utile en bout d'arbre (les pertes mécaniques sont sensiblement les mêmes qu'à vide)
- le moment du couple utile
- le rendement.

#### Exercice 7

La caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone est donnée ci-dessous :



Suite Exercices sur le moteur asynchrone LMD Electrotechnique

- 1- Ce moteur entraîne un compresseur dont le couple résistant est constant et égal à  $4 \text{ Nm}$ .
  - 1-1- Le démarrage en charge du moteur est-il possible ?
  - 1-2- Dans la zone utile, vérifier que  $C_u = - 0,12n + 120$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

- 1-3- Déterminer la vitesse de rotation de l'ensemble en régime établi.
- 1-4- Calculer la puissance transmise au compresseur par le moteur.
- 2- Ce moteur est maintenant utilisé pour entraîner une pompe dont le couple résistant est donné en fonction de la vitesse de rotation par la relation suivante :  $Cr = 10^{-5} n^2$  avec  $Cr$  en Nm et  $n$  en tr/min.
- 2-1- Représenter sur le graphique précédent la courbe  $Cr(n)$ .
- 2-2- En régime établi, déterminer la vitesse de rotation de l'ensemble ainsi que le couple utile du moteur.

#### Exercice 8

Un moteur asynchrone à cage est alimenté par un réseau triphasé de fréquence 50 Hz, de tensions entre phases égales à 380 V. Il a été soumis aux essais suivants :

*A vide* :            Puissance absorbée :  $P_V = 360$  W            Intensité du courant de ligne :  $I_V = 3,6$  A  
                         Fréquence de rotation :  $n_V = 2\,995$  tr/min.

*En charge* :        Puissance absorbée :  $P = 4\,560$  W            Intensité du courant de ligne :  $I = 8,1$  A  
                         Fréquence de rotation :  $n = 2\,880$  tr/min

Les enroulements du stator sont couplés en étoile ; la résistance de chacun d'eux vaut  $0,75 \Omega$ . Les pertes fer sont évaluées à 130 W.

- 1- Quelle est la vitesse de synchronisme ? En déduire le glissement en charge.
- 2- Pour le fonctionnement à vide : Calculer les pertes Joule au stator. Justifier que les pertes Joule au rotor sont négligeables. En déduire les pertes mécaniques.
- 3- Calculer pour le fonctionnement en charge :
  - les pertes Joule au stator et au rotor
  - la puissance utile et le moment du couple utile  $C_u$
  - le rendement du moteur
- 4- Le moteur entraîne maintenant une pompe dont le moment du couple résistant  $Cr$  est proportionnel à la fréquence de rotation et vaut 18 Nm à 3 000 tr/min. Dans sa partie utile, la caractéristique mécanique  $C_u(n)$  du moteur peut être assimilée à une droite. Déterminer la vitesse de rotation du groupe moteur-pompe.

#### Exercice 9

Un moteur asynchrone triphasé tétrapolaire 220 V / 380 V à cage est alimenté par un réseau 220 V entre phases, 50 Hz.

Un essai à vide à une fréquence de rotation très proche du synchronisme a donné pour la puissance absorbée et le facteur de puissance :  $P_V = 500$  W et  $\cos \varphi_V = 0,157$ .

Un essai en charge a donné: - intensité du courant absorbé :  $I = 12,2$  A - glissement :  $g = 6\%$  - puissance absorbée :  $P_a = 3340$  W.

La résistance d'un enroulement statorique est  $R_s = 1,0 \Omega$ .

- 1-1- Quelle est, des deux tensions indiquées sur la plaque signalétique, celle que peut supporter un enroulement du stator ?
- 1-2- En déduire le couplage du stator sur le réseau 220 V.
- 2- Pour le fonctionnement à vide, calculer :
  - 2-1- la fréquence de rotation  $n_V$  supposée égale à la fréquence de synchronisme

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

2-2- l'intensité du courant en ligne  $I_v$

2-3- la valeur des pertes Joule dans le stator  $P_Js$

2-4- la valeur des pertes dans le fer du stator  $p_{fs}$ , supposées égales aux pertes mécaniques  $p_m$

3- Pour le fonctionnement en charge, calculer :

3-1- la fréquence de rotation (en tr/min)

3-2- la puissance transmise au rotor  $P_{tr}$  et le moment du couple électromagnétique  $C_{em}$

3-3- la puissance utile  $P_u$  et le rendement  $\eta$

3-4- le moment du couple utile  $C_u$

4- Le moteur entraîne une machine dont le moment du couple résistant (en Nm) est donné en fonction de la fréquence de rotation  $n$  (en tr/min) par la relation :  $C_r = 8 \cdot 10^{-6} n^2$ . La partie utile de la caractéristique mécanique du moteur est assimilée à une droite.

Déterminer la relation entre  $C_u$  et  $n$  (on prendra  $C_u = 17,5$  Nm pour  $n = 1410$  tr/min). En déduire la fréquence de rotation du groupe.

Calculer la puissance utile du moteur.

#### Exercice 10

Le rendement d'un moteur est par définition :  $\eta = P_{utile} / P_{absorbée}$

1- A partir du bilan de puissance du moteur, montrer que le rendement peut s'écrire :

$$\eta = \frac{(1 - g)(P_{absorbée} - P_{fer} - P_{joule\ stator}) - P_{mécanique}}{P_{absorbée}}$$

2- Applications numériques

Un moteur possédant deux paires de pôles est alimenté par un réseau de fréquence 50 hertz.

Au fonctionnement nominal, on mesure : Vitesse de rotation : 1425 tr/min    Puissance absorbée : 1,9 kW

Pertes fer : 90 W    Pertes mécaniques : 60 W    Courant absorbé : 3,4 A

2-1- Calculer le glissement  $g$ .

2-2- Calculer les pertes Joule au stator sachant que la résistance d'un enroulement statorique est de  $5,5 \Omega$  et que le couplage est en étoile.

2-3- En déduire le rendement nominal.

3- Montrer que le rendement d'un moteur asynchrone est toujours inférieur à  $(1 - g)$ .

**Corrigé des Exercices sur le moteur asynchrone****Corrigé 1**

Nombre de paires de pôles :  $p = f / nS = 50 / (1000 / 60) = 3$       6 pôles

**Corrigé 2**

Les pertes Joule dans le stator  $3R_J^2 = RI^2 = 0,5 \times 10^2 = 50 \text{ W}$

**Corrigé 3**

Couplage étoile :  $V = RI_e$  ; couplage triangle :  $U = RJ = V\sqrt{3} = R(I_t/\sqrt{3}) = RI_e\sqrt{3}$  d'où  $I_t = 3I_e$

$$2 - \frac{\text{couple utile } (Y)}{\text{couple utile } (\Delta)} = \left(\frac{V}{U}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

3- On limite la surintensité pendant le démarrage.

Ce procédé ne permet pas toujours au moteur de pouvoir démarrer en charge.

**Corrigé 4**

(Cela signifie que la tension nominale aux bornes d'un enroulement est de 400 V).

Couplage triangle (avec un couplage étoile, la tension aux bornes d'un enroulement n'est que de 230 V).

Et sur un réseau triphasé 400 V / 690 V : Couplage étoile (avec un couplage triangle, la tension aux bornes d'un enroulement est trop importante: 690 V).

**Corrigé 5**

1- Le moteur est alimenté par un réseau triphasé 50 Hz, 380 V entre phases. Couplage étoile.

2- 4 pôles

$$\frac{1500 - 1455}{1500} = 3\%$$

3- le glissement nominal

4- Bilan de puissance :

Pertes par effet Joule au stator :  $3 \times 0,65 \times 3,2^2 = 20 \text{ W}$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

Pertes par effet Joule au rotor : négligeables

Pertes fer :  $260 - (130 + 20 + 0) = 110 \text{ W}$

5- - les pertes par effet Joule au stator  $3 \times 0,65 \times 6,4^2 = 80 \text{ W}$

- les pertes par effet Joule au rotor

Puissance absorbée :  $\sqrt{3} \times 380 \times 6,4 \times 0,80 = 3\,370 \text{ W}$

Puissance transmise au rotor :  $3\,370 - (80 + 110) = 3\,180 \text{ W}$

$3\,180 \times 0,03 = 95 \text{ W}$

- le rendement

Puissance utile :  $3\,180 - (130 + 95) = 2\,955 \text{ W}$

Rendement :  $2\,955 / 3\,370 = 87,7 \%$

$$\frac{2955}{1455 \times \frac{2\pi}{60}} = 19,4 \text{ Nm}$$

- le couple utile  $C_u$

#### Corrigé 6

1- Couplage étoile

- la vitesse de synchronisme  $50/2 = 25 \text{ tr/s} = 1500 \text{ tr/min}$

2- - les pertes Joule statoriques à vide  $3RI^2 = 3 \times 0,70 \times 5,35^2 = 60 \text{ W}$  (couplage étoile)

- les pertes fer statoriques sachant que les pertes mécaniques s'élèvent à  $500 \text{ W}$ .

Bilan de puissance :

à vide, la puissance utile est nulle

à vide, les pertes Joule au rotor sont négligeables (glissement quasiment nul)  $845 - 60 - 500 = 285 \text{ W}$

3- les pertes Joule statoriques en charge  $3RI^2 = 3 \times 0,70 \times 16,5^2 = 572 \text{ W}$

- la puissance absorbée  $\sqrt{3} \times U \times I \times \cos \varphi = \sqrt{3} \times 400 \times 16,5 \times 0,83 = 9,488 \text{ kW}$

- la puissance transmise au rotor (les pertes fer statoriques sont sensiblement les mêmes qu'à vide)

Bilan de puissance :  $9488 - 285 - 572 = 8,631 \text{ kW}$

- le glissement  $(1500 - 1400) / 1500 = 6,67 \%$

- les pertes Joule rotoriques en charge  $0,0667 \times 8631 = 575 \text{ W}$

- la puissance utile en bout d'arbre (les pertes mécaniques sont sensiblement les mêmes qu'à vide)

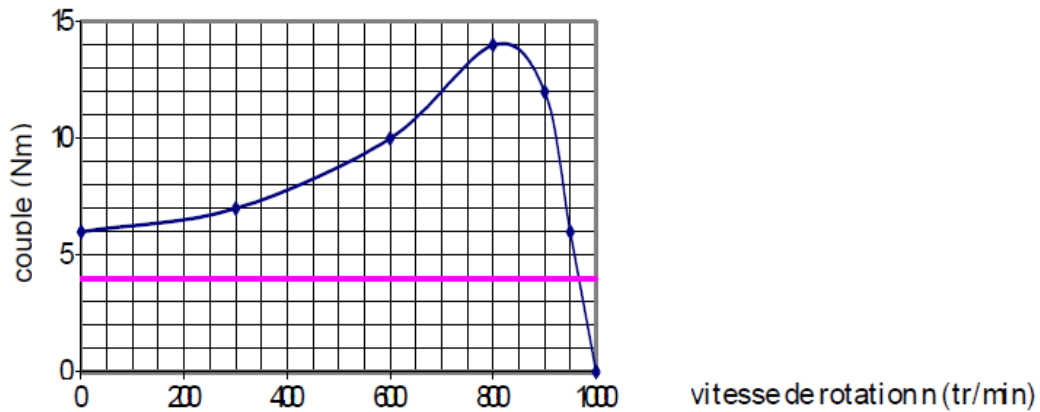
Bilan de puissance :  $8631 - 575 - 500 = 7,556 \text{ kW}$

- le moment du couple utile  $7556 / (1400 \times 2\pi/60) = 51,5 \text{ Nm}$  - le rendement.  $7556 / 9488 = 79,6 \%$

#### Corrigé 7

1-1- Oui car le couple utile au démarrage du moteur ( $6 \text{ Nm}$ ) est supérieur au couple résistant ( $4 \text{ Nm}$ ).

### Chapitre 3 : Machine Synchrone



1-2- Dans la zone utile, la caractéristique est une droite : l'équation est donc linéaire.

Pour  $n = 1000$  tr/min,  $C_u = 0$  Nm ; Pour  $n = 950$  tr/min,  $C_u = 6$  Nm

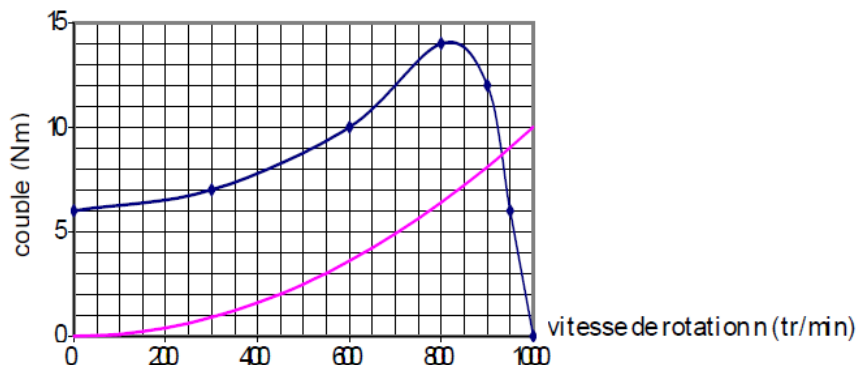
L'équation est donc vérifiée.

1-3- En régime établi, le couple utile compense exactement le couple résistant :  $C_u = C_r$ .

$C_u = -0,12n + 120 = C_r = 4$  Nm d'où  $n = 967$  tr/min

1-4- C'est aussi la puissance utile du moteur :  $4 \times 967 \times 2\pi/60 = 405$  W

2-1- Représenter sur le graphique précédent la courbe  $C_r(n)$ .



2-2-  $C_u = C_r$   $-0,12n + 120 = 10^{-5} n^2$   $10^{-5} n^2 + 0,12n - 120 = 0$

Cette équation possède deux solutions dont une physiquement acceptable :

$(-0,12 + \sqrt{(0,12^2 + 4 \times 10^{-5} \times 120)}) / (2 \times 10^{-5}) = 928$  tr/min

Remarque : graphiquement, avec moins de précision, on retrouve cette valeur en prenant l'intersection des caractéristiques mécaniques du moteur et de la pompe (cf. 2-1-).

$C_u = C_r = 10 - 5 n^2 = 10^{-5} \times 928^2 = 8,62$  Nm

### Corrigé 8

1- 3000 tr/min glissement en charge  $(3000 - 2880)/3000 = 4\%$

2- Pour le fonctionnement à vide :

pertes Joule au stator.  $3 \times 0,75 \times (3,6)^2 = 29$  W

A vide, le glissement est négligeable ainsi que la puissance transmise au rotor.  $P_{Jr} = g P_{tr}$

Les pertes Joule au rotor sont donc négligeables.

les pertes mécaniques. Bilan de puissance :  $360 - 29 - 130 = 201$  W

3 - les pertes Joule au stator  $3 \times 0,75 \times (8,1)^2 = 148$  W

- les pertes Joule au rotor  $P_{Jr} = g P_{tr} = 0,04 \times (4560 - 148 - 130) = 0,04 \times 4282 = 171$  W

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

- la puissance utile et le moment du couple utile  $C_u = 4282 - 171 - 201 = 3910 \text{ W}$   
 $2880 \times 2\pi / 60 = 301,6 \text{ rad/s}$   
 $3910 / 301,6 = 13,0 \text{ Nm}$

- le rendement du moteur  $3910 / 4560 = 85,7 \%$

4-  $C_r (\text{Nm}) = 0,006 n (\text{tr/min})$   $C_u = 0 \text{ Nm à } 3000 \text{ tr/min}$   $C_u = 13,0 \text{ Nm à } 2880 \text{ tr/min}$

D'où :  $C_u (\text{Nm}) = 324 - 0,108 n (\text{tr/min})$

Point de fonctionnement :  $C_u = C_r$   $324 - 0,108 n = 0,006 n$   $n = 2842 \text{ tr/min}$

#### Corrigé 9

1-1- 220 V

1-2- Couplage triangle

2- 2-1- la fréquence de rotation  $n_v = 1500 \text{ tr/min}$

$$I_v = \frac{P_v}{\sqrt{3}U\cos\varphi_v} = \frac{500}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,157} = 8,36 \text{ A}$$

2-2- l'intensité du courant en ligne

2-3- la valeur des pertes Joule dans le stator  $p_{Js}$

$$3RJ_v^2 = RI_v^2 = 70 \text{ W} \quad (\text{Couplage triangle})$$

2-4- Bilan de puissance :  $P_{fs} + p_m = 500 - 70 = 430 \text{ W}$   $P_{fs} = p_m = 430 \text{ W} / 2 = 215 \text{ W}$

3- 3-1- la fréquence de rotation (en tr/min)  $1500(1 - 0,06) = 1410 \text{ tr/min}$

3-2-  $P_{tr} = 3340 - 150 - 215 = 2975 \text{ W}$

$$C_{tm} = \frac{P_\sigma}{\Omega_s} = \frac{2975}{1500 \frac{2\pi}{60}} = 18,95 \text{ Nm}$$

3-3- la puissance utile  $P_u$  et le rendement  $\eta$

$P_u = 2975 - 2975 \times 0,06 - 215 = 2580 \text{ W}$

$\eta = 2580 / 3340 = 77,3 \%$

$$C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{2580}{1410 \frac{2\pi}{60}} = 17,5 \text{ Nm}$$

3-4- le moment du couple utile

4-  $C_u = 0 \text{ Nm à } n = 1500 \text{ tr/min}$  D'où :  $C_u = -0,1944 n + 291,7$

A l'équilibre :  $C_u = C_r$   $8 \cdot 10^{-6} n^2 = -0,1944 n + 291,7$

La résolution de cette équation du second degré donne :  $n = 1417 \text{ tr/min}$

Calculer la puissance utile du moteur.  $C_r = C_u = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 1417^2 = 16,1 \text{ Nm}$   $P_u = 2385 \text{ W}$

#### Corrigé 10

1-  $1 - \eta = (P_{\text{absorbée}} - P_{\text{fer}} - P_{\text{mécaniques}} - P_{\text{Joule stator}} - P_{\text{Joule rotor}}) / P_{\text{absorbée}}$

### Chapitre 3 : Machine Synchrone

avec :  $P_{\text{Joule rotor}} = g P_{\text{transmise au rotor}}$

et :  $P_{\text{transmise au rotor}} = P_{\text{absorbée}} - P_{\text{fer}} - P_{\text{Joule stator}}$  (les pertes fer sont essentiellement localisées au stator).

$$\eta = \frac{(1 - g)(P_{\text{absorbée}} - P_{\text{fer}} - P_{\text{joule stator}}) - P_{\text{mécanique}}}{P_{\text{absorbée}}}$$

Finalement :

2- 2-1- vitesse de synchronisme :  $50/2 = 25 \text{ tr/s} = 1500 \text{ tr/min}$

glissement :  $(1500 - 1425) / 1500 = 5\%$

2-2- Loi de Joule :  $3 \times 5,5 \times 3,4^2 = 190 \text{ W}$

$$\eta_N = \frac{(1 - 0,05)(1900 - 90 - 190) - 60}{1900} = \frac{1480}{1900} = 78\%$$

2-3-

3- Le rendement théorique maximal est obtenu quand :

-  $P_{\text{fer}} = 0$  (circuit magnétique parfait) -  $P_{\text{mécaniques}} = 0$  (pas de frottement)

-  $P_{\text{Joule stator}} = 0$  (résistance des enroulements nulle)

On a alors :

$$\eta_{th} = \frac{(1 - g)(P_{\text{absorbée}} - P_{\text{fer}} - P_{\text{joule stator}}) - P_{\text{mécanique}}}{P_{\text{absorbée}}} = 1 - g$$

On a alors :

Le rendement réel est donc inférieur à  $(1 - g)$ .

Remarques :

- on aurait pu s'attendre à un rendement théorique de 100 %.

Ce n'est pas le cas car à cause du glissement, il y a nécessairement des pertes Joule dans le rotor.

- on vérifie que :  $78\% < (1 - 0,05) = 95\%$ .



## **Conclusion :**

Cet ouvrage propose, pour chaque thème abordé une progression identique : une synthèse de cours qui présente les notions « incontournables » des exercices permettant de gagner en confiance et de cerner facilement les points à éclaircir et, pour finir, un ou plusieurs problèmes plus ardu. On peut citer d'autre application à cet ouvrage comme la compréhension des réseaux électriques qui représente un domaine très complexe et nécessite de bonnes bases surtout dans le domaine de la machine synchrone.

. Enfin une bibliographie sommaire aidera le lecteur désireux d'en savoir plus à trouver les ouvrages qui ont contribué à l'élaboration de ce recueil de sujets et aux synthèses de cours.

## **Remerciements :**

## Référence bibliographiques

- [1] Exercices et problèmes d'Electrotechniques.' Notions de base et machines électriques'.Luc Lasne « DUNOD ».
- [2] An introduction to Electrical machines and transformers. Second Edition 'George McPherson 'University of Missouri-Rolla' et Robert D.Laramore 'Purdue University'. John Wiley and Sons
- [3] Note de cours d'Electrotechnique 'Mr Sari Zaki'
- [4] Note de cours d'Electrotechnique 'Mr Meliani '
- [5] Electrotechnique 'Théodore Wildi,Gilbert Sybille', Institut de recherche d'Hydro-Québec-3<sup>ème</sup> édition « Debock Universite »