

بعد جمع البيانات من مصادرها تأتي الخطوة الثانية ألا وهي مرحلة تفريغ تلك البيانات و فرزها و ترتيبها و تصنيفها وفق خاصية معينة، بالشكل الذي يسهل من فهم هذه البيانات و الإلمام بها و إجراء مختلف الحسابات التي نحتاج إليها و تحليلها و معالجتها رياضياً.

تعرف هذه الخطوة بمرحلة "عرض البيانات الإحصائية و تبويبها" و يكون ذلك عن طريق عرضها في جداول تكرارية (العرض الجدولي)، أو على شكل رسوم بيانية (العرض البياني).

خلال هذه الوحدة نستعرض مرحلة العرض الجدولي للبيانات الإحصائية، بينما نناقش مرحلة العرض البياني في الوحدة الموالية.

1-تعريف:

يقصد بالعرض الجدولي للبيانات وضع البيانات الخام (الأولية) في جداول تتكون في الأساس من عمودين أحدهما يُمثل الصفة (السمة أو الخاصية) المدروسة، و التي نرسم لها بالرمز X_i في حال متغير متقطع أو C_i في حال فئات، و العمود الثاني يُمثل التكرارات التي تُقابل تلك الصفة أو المتغير أين نرسم بـ n_i للدلالة على هذه التكرارات.¹

بعد ذلك يتم إضافة أعمدة، إذا اقتضت الضرورة، إلى هذا الجدول كأن نُضيف عموداً ثالثاً للتكرارات النسبية مثلاً التي نرسم لها بـ " f_i " و آخراً للتكرار المتجمع الصاعد ($N_i \uparrow$) و هكذا... و أعمدة أخرى تساعد في العملية الحسابية و المعالجة الرياضية للبيانات كما سنرى في الوحدة اللاحقة.

2- العرض الجدولي لبيانات المتغيرات الوصفية (النوعية):

لتكوين جدول توزيع تكراري للبيانات النوعية نقوم بإعداد جدول من ثلاثة أعمدة، يُخصص العمود الأول للصفة (بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً إذا كانت البيانات رُتبية)، و العمود الثاني لتفريغ البيانات بشكل إشارات²؛ أما العمود الثالث فإنه يُخصص للتكرارات التي تُمثل عدد المفردات داخل كل صفة، و المثال أدناه يوضح ذلك.

3- العرض الجدولي لبيانات المتغيرات الكمية:

3-1- المتغيرات الكمية المتقطعة (المنفصلة):

عندما تأخذ البيانات الطابع الكمي المتقطع و لغرض تبويبها و عرضها في جدول توزيع تكراري يتم إعداد جدول مكون من ثلاثة أعمدة، كما فعلنا في السابق، يُخصص العمود الأول للمتغيرات التي نرسم لها بـ X_i مع مراعاة تصنيفها و ترتيبها ترتيباً منطقياً، و العمود الثاني و الثالث للعدد و تفريغ البيانات و لتكرارات تلك المتغيرات على التوالي.

3-2- المتغيرات الكمية المتصلة (المستمرة):

إذا كان المتغير متصلاً، و خاصة عندما يكون عدد المفردات (المشاهدات) كبيراً جداً، فإن إعداد جدول التوزيع التكراري يتم بتجميع أو توزيع مجموعة القيم (المفردات) على عدد من المجموعات الجزئية تُسمى "الفئات" Les classes"، نرسم لها بـ C_i ، غالباً ما تكون متساوية في الطول (طول فئة ثابت) و تأخذ شكل المجال. و من البديهي أن يتلائم عدد هذه الفئات مع إجمالي عدد المفردات المشاهدة، فلا يكون عددها قليلاً يُذهب المغزى من عملية التوزيع و التجميع في فئات و لا كثيراً تضيق معه معالم التوزيع.

¹ لاحظ أنه حتى إذا لم تكن هناك تكرارات فإننا نحتاج لجدول تنظيمية مساعدة في إجراء مختلف الحسابات اللازمة بشكل منظم.

² سنتخلى فيما بعد عن هذا العمود و نقوم بعملية تفريغ البيانات الخام من خلال عد التكرارات مباشرة.

و بالرغم من أنه ليست هناك قاعدة ثابتة لتحديد عدد الفئات¹ المناسب إلا أنه يوجد بعض الصيغ المقترحة التي يُستأنس بها في هذا الخصوص، كأن يساوي عدد الفئات الجذر التربيعي لعدد المشاهدات، أو باستخدام معادلة Yale (عدد الفئات هو $2.5 \times \sqrt{n}$ حيث n يمثل عدد المشاهدات)؛ أو كذلك عدد الفئات يعادل: $1+3.3 \log n$.

لذا فإن الجدول التكراري في حال ما إذا كانت المتغيرات متصلة يضم عمودين أساسيين هما: عمود الفئات C_i وعمود التكرارات n_i ، وقد يتم إضافة أعمدة أخرى تُستخدم في تحليل و وصف البيانات الإحصائية محل الدراسة. أما الفئة فهي عبارة عن مجال يضم مجموعة من القيم (المشاهدات) محصورة بين حدين يُمثلان الحد الأدنى للفئة و حدها الأعلى على النحو: $[a;b]$ حيث يُشكل العدد a قيمته الدنيا و هو داخل في المجال ، أما العدد b فهو قيمة نهاية المجال و هو غير داخل فيه لأن المجال مفتوح من أعلى. و هذا الشكل في كتابة الفئة هو الشائع و هو الذي سنستخدمه.

لتكوين جدول توزيع تكراري ذي فئات نتبع الخطوات التالية:

i. إيجاد المدى العام (L'Etendue): يُرمز له بـ E و هو عبارة عن الفرق بين قيمة أكبر مشاهدة $\max(X_i)$ و قيمة أصغر مشاهدة $\min(X_i)$ في مجموعة البيانات. إختصاراً المدى هو: $E = \max(X_i) - \min(X_i)$

ii. تحديد عدد فئات مناسب:² نرسم لعدد الفئات بالرمز k ، و كما سبق الإشارة إليه ليست هناك قاعدة ثابتة ملزمة في تحديد ذلك و إنما صيغ و إجتهدات يمكن الأخذ بها.

iii. حساب طول الفئة (a_i): لدينا الآن مدى عام نريد أن نقسمه على عدد معين من الفئات (مجالات). إذن نحن نبحت في تحديد طول كل فئة (كل مجال جزئي) و الذي ماهو إلا المدى العام مقسوماً على عدد هذه الفئات. بمعنى:

$$a_i = \frac{E}{K}$$

• ينبغي ملاحظة أنه لا بد من تحقق الشرط: $E \leq K \times a_i$ لضمان توزيع كافة المشاهدات على الفئات.

iv. إيجاد حدود الفئات: لكل فئة C_i حدين، حد أدنى نرسم له بـ (L_{i1}) و حد أعلى نرسم له بـ (L_{i2}) . فمثلا الحد الأدنى للفئة الأولى C_1 هو (L_{11}) و حدها الأعلى هو (L_{12}) ، الحد الأدنى للفئة الثالثة C_3 هو (L_{31}) و حدها الأعلى (L_{32}) وهكذا...

و يلاحظ أن طول الفئة i (طول المجال) هو الفرق بين حدها الأعلى (L_{i2}) و حدها الأدنى (L_{i1}) و الذي يُمكن الحصول عليه باستخدام المعادلة التالية: $a_i = L_{i2} - L_{i1}$.

v. حساب مراكز الفئات: يُرمز لمركز الفئة i بالرمز (X_i) و هو عبارة عن القيمة التي تتوسط مجال الفئة، و يُمكن حسابه كما يلي: مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$ أو عبر:

$$X_i = \frac{L_{i1} + L_{i2}}{2}$$

4- التكرارات النسبية و التكرارات المتجمعة:

في العنوان السابق تطرقنا إلى أساس العرض الجدولي للبيانات و قلنا أن الجدول التكراري يتكون في بادئ الأمر من عمودين أوليين هما عمود الظاهرة المدروسة نوعية كانت أم كمية، و العمود الثاني

¹ لأن ذلك يتوقف على طبيعة البيانات و عدد المفردات بالإضافة إلى إجتهد الباحث و خبرته و الهدف أو الأهداف المرجوة من الدراسة.

² يجب أن يكون مناسباً لعدد المشاهدات، و بحسب الإحصائيين فإن عدد الفئات يُفضل أن يتراوح بين 5 و 20 فئة كي لا يتم التقليل من دقة القياس.

³ هذا الحد يساوي أقل قيمة من بين المشاهدات، بمعنى $L_{11} = \min(X_i)$ ، ثم نُضيف إلى ذلك طول الفئة a_1 للحصول على الحد الأعلى للفئة الأولى، أي $L_{12} = L_{11} + a_1$ و الذي يساوي الحد الأدنى للفئة الثانية و هكذا بالنسبة لبقية الفئات كما هو مبين من خلال المثال.

مخصص لتكرار كل مفردة من مفردات الظاهرة في المجموعة معبراً عنه بعدد و يُعرف بالتكرار "المطلق".

لكن في بعض الأحيان نحتاج إلى معرفة كمية المفردات أو المشاهدات التي تُعادل صفة أو قيمة معينة نسبة للمجموعة الكلية و ليس كعدد؛ كما قد نحتاج كذلك إلى معرفة عدد المشاهدات (أو نسبة المشاهدات) التي تقل أو تزيد عن حد معين.

إذن نحن بصدد ما يُعرف بالتكرارات النسبية و التكرارات المتجمعة.

4-1- التكرار النسبي:

نرمز له بـ "fi" و يُعبر عن نسبة تكرار كل مفردة (أو قيمة أو فئة) إلى مجموع المشاهدات (مجموع التكرارات)؛ و يمكن حسابه بالصيغة:

$$fi = \frac{ni}{\sum ni}$$

حيث:

fi: التكرار النسبي للمفردة أو القيمة i؛

ni: التكرار المطلق للمفردة أو القيمة i؛

$\sum ni$: عدد المشاهدات (مجموع التكرارات).

كذلك يمكن حساب التكرار المئوي بضرب التكرار النسبي لكل مشاهدة في مائة للحصول على

$$fi\% = \frac{ni}{\sum ni} \times 100$$

نسب مئوية على النحو:

4-2- التكرار المتجمع:

يوجد نوعان من التكرارات المتجمعة يمكن حسابها:

أ- التكرار المتجمع الصاعد: نرمز له بـ $(n1\uparrow)$ حيث يشير السهم إلى الأعلى على أن التكرار صاعد، و هو يمدنا بعدد المفردات التي تقل قيمتها أو تساوي حد معين (قيمة أو صفة معينة). و إذا كان الجدول ذو فئات فإن التكرار الصاعد يعبر عن عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأعلى لفئة معينة.

يتم الحصول على التكرار المتجمع الصاعد بتجميع التكرارات المطلقة لبعضها كما يلي:

- التكرار الصاعد الأول "الذي يقابل القيمة أو الفئة الأولى" هو نفسه تكرارها المطلق أي:

$$n1\uparrow = n1$$

- التكرار الصاعد الذي يقابل القيمة أو الفئة الثانية هو التكرار الصاعد السابق (الأول)

" $n(i-1)\uparrow$ " مضافاً إليه التكرار المطلق لهذه القيمة أو الفئة الثانية، بمعنى:

$$= n1\uparrow + n2n2\uparrow = n(i-1)\uparrow + n2$$

و يُمكن تعميم هذه الطريقة في الحصول على التكرار الصاعد عن طريق الصيغة التالية:

$$ni\uparrow = n(i-1)\uparrow + ni$$

حيث: $ni\uparrow$: التكرار الصاعد للقيمة أو الفئة i؛

ni : التكرار المطلق للقيمة أو الفئة i؛

$n(i-1)\uparrow$: التكرار الصاعد الذي يسبق القيمة أو الفئة i.

ملاحظة: تم حساب التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات المطلقة ni . يمكننا كذلك حساب التكرار

الصاعد النسبي $fi\uparrow$ اعتماداً على التكرارات النسبية fi بإتباع نفس النهج السابق.

ب- التكرار المتجمع النازل $ni\downarrow$:

يعبر التكرار المتجمع النازل عن عدد المفردات التي تزيد عن أو تساوي قيمة معينة Xi (متغير منقطع) أو الحد الأدنى للفئة في حال فئات.

و نحصل على هذا التكرار عن طريق الطرح، بخلاف الصاعد أين كنا نجمع، بداية من مجموع

التكرارات كما يلي:

- التكرار النازل للقيمة (أو الفئة) الأولى يساوي مجموع التكرارات: $n1\downarrow = \sum ni$

- التكرار النازل للقيمة (أو الفئة) الثانية هو التكرار النازل السابق مطروحاً منه التكرار المطلق السابق:

$$n_{2\downarrow} = n_{1\downarrow} - n_1$$

وهكذا بالنسبة لبقية التكرارات النازلة حسب الصيغة العامة التالية:

- تكرار القيمة (أو الفئة) i النازل = التكرار النازل السابق - التكرار المطلق السابق، أي:

$$n_{i\downarrow} = n_{(i-1)\downarrow} - n_{(i-1)}$$

ملاحظة: بنفس الطريقة يمكننا الحصول على التكرار النازل النسبي $f_{i\downarrow}$ إذا استخدمنا

التكرار النسبي f_i بدلاً من المطلقة n_i .