# Exercices série 3

Canaux et galeries

Soit un canal trapézoïdal dont les caractéristiques sont ci-dessous :

largeur au miroir: 4 m ; pentes des côtés : 1/1

rugosité des parois : 75,2 ; pente du fond : 0,30 m/km

tirant d'eau: 1,60 m

- a) calculez le rayon hydraulique;
- b) calculez la vitesse de l'écoulement ;
- c) calculez le débit de l'écoulement ;
- d) Quel est le régime d'écoulement?



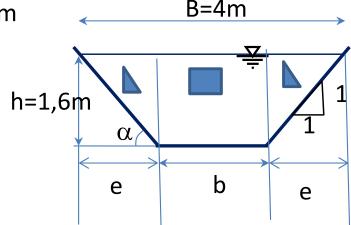
1. Le rayon Hydraulique 
$$R_h = \frac{S_m}{P_m}$$

La section mouillée  $S_m$ 

$$S_{m}=2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{B-b}{2} \cdot h\right) + b \cdot h$$

$$avec \ tg\alpha = 1 = \frac{h}{e} = \frac{h}{(B-b)/2} \Rightarrow b = B - \frac{2h}{tg\alpha} = 4 - 3,2 = 0,8m$$

$$\Rightarrow S_{m}=2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4-0,8}{2} \cdot 1,6\right) + 1,6 \cdot 0,8 = 3,84m^{2}$$



Le périmètre Mouillé

$$P_m = b + 2L = 0.8 + 2 \cdot (\sqrt{e^2 + h^2})$$

$$e = \frac{B-b}{2} = \frac{4-0.8}{2} = 1.6m$$

$$P_m = 0.8 + 2 \cdot \left(\sqrt{1.6^2 + 1.6^2}\right) = 5.325m$$

Le rayon Hydraulique

$$R_h = \frac{S_m}{P_m} = \frac{3,84}{5.325} = \mathbf{0}, 72m$$

h=1,6m

e

B=4m

b



On utilisant la formule de StriKler

$$V = K_s \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I} = 75.2 \cdot 0.72^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{0.0003} = 1.05 m/s$$

3. Le débit

$$Q = V \cdot S_m = 1,05 \cdot 3,84 = 4,032m^3/s$$

4. Le régime de 'écoulement

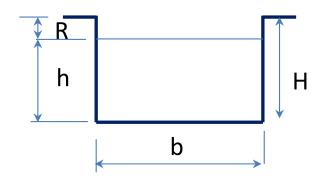
le nombre de Froud 
$$F = \sqrt{\frac{Q^2 \cdot B}{g \cdot S_m^3}} = \sqrt{\frac{4,032^2 \cdot 4}{9,81 \cdot 3,84^3}} = \mathbf{0}, \mathbf{34} < \mathbf{1}$$
 donc le regime est fluvial

Un canal rectangulaire bétonné, une pente du lit de 1/1000 et le coefficient de rugosité de Manning est de 0,015 et transportant un débit est de 20 m³/s. Calculer les dimensions optimales de ce canal (tirant d'eau h, la revanche R, le dimension du canal B et H)

### Solution

$$Q = 1/n \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot S$$

Les condition pour avoir le débit maximal pour un canal rectangulaire (section optimale ou économique)sont:



$$S_m = 2h^2et P_m = 4h \Rightarrow b = 2h \ avec \ R_h = \frac{h}{2}$$

$$d'ou\ Q = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{h}}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot 2\boldsymbol{h}^2 \Leftrightarrow 2\boldsymbol{0} = \frac{1}{0,015} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{h}}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{0,001} \cdot 2\boldsymbol{h}^2$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{20} = \frac{2 \cdot \sqrt{0,001}}{0.015 \cdot \mathbf{2}^{2/3}} \cdot h^{\frac{8}{3}} = 2,656 \cdot h^{\frac{8}{3}}$$

$$\Leftrightarrow h = \left(\frac{20}{2,656}\right)^{\frac{3}{8}} = 7,53^{3/8} = 2,13m \Rightarrow b = 2h = 4,26 \text{ on prendra b=4,30m}$$

canal betoné donc la revanche R = 10 à 20 cm on prendra R=17cm donc H=2,30m

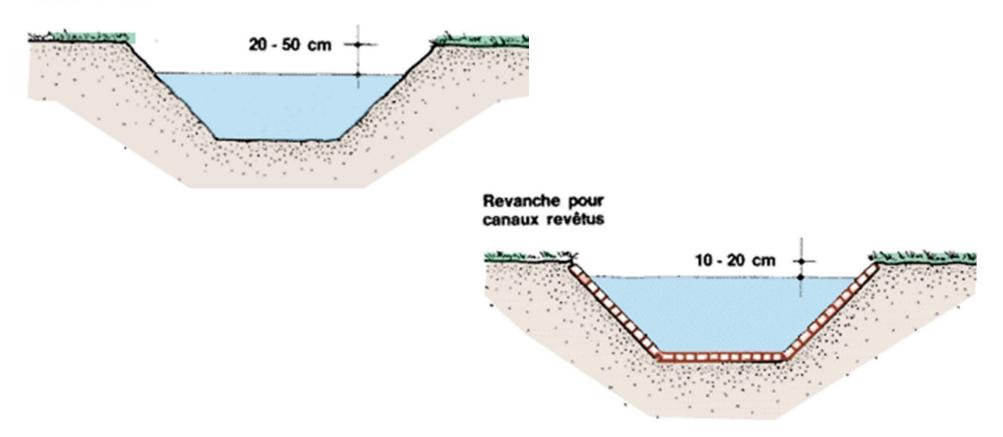
## Choix de la revanche\* du canal

Il a surtout été question jusqu'à maintenant de la notion de **section transversale mouillée** des canaux. Or, comme il a été mentionné brièvement au début, la hauteur des berges du canal doit être légèrement supérieure à la hauteur requise pour assurer une certaine capacité de transport, de façon à éviter les débordements. Cette hauteur supplémentaire des parois par rapport au niveau normal de l'eau est appelée la **revanche**.

La revanche est plus ou moins importante suivant le type de canal considéré:

- pour les canaux de terre, elle varie de 20 à 50 cm;
- pour les canaux à revêtement, elle varie de 10 à 20 cm.

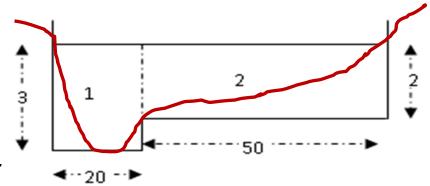
### Revanche pour canaux de terre-



Soit un canal de la figure en face, avec I=0.6%, n1=0.018, n2=0.022

Calculer le débit de ce canal Q.

$$I=0,006, n_1=0,018 ; n_2=0,022 ; H_1=3m; H_2=2m.$$

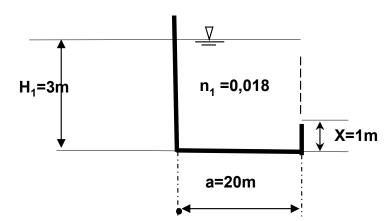


1<sup>ème</sup> Méthode sommation des débits des sections

# 1, Section S1

$$S_1 = a \cdot H_1 = 20 \cdot 3 = 60m^2$$

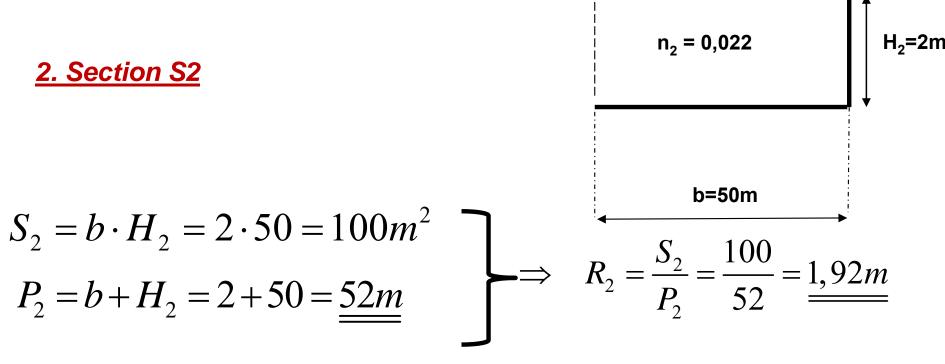
$$P_1 = a + X + H_1 = 20 + 1 + 3 = 24m$$



$$R_1 = \frac{S_1}{P_1} = \frac{60}{24} = \underbrace{\frac{2,4m}{24}}$$

$$Q_{1} = \frac{1}{n} \cdot R_{1}^{2/3} \cdot \sqrt{I} \cdot S1 = \frac{1}{0.018} \cdot 2,50^{2/3} \cdot \sqrt{0,006} \cdot 60 = \frac{475,6m^{3}/s}{1}$$

# 2. Section S2



$$Q_2 = \frac{1}{n_2} \cdot R_2^{2/3} \cdot \sqrt{I} \cdot S_2 = \frac{1}{0,022} \cdot 1,92^{2/3} \cdot \sqrt{0,006} \cdot 100 = \frac{543,9 \, m^3/s}{100}$$

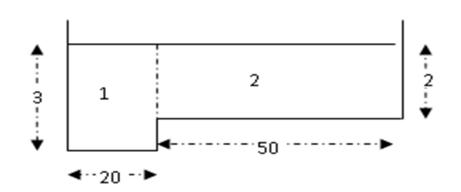
Débit du canal est :

$$Q = Q1 + Q2 = 475, 6 + 543, 9 = 1019, 5 m3/s$$

2<sup>ème</sup> Méthode en utilisant la relation dite d'Einstein (rugosité équivalente)

$$n_{eq} = \bar{n} = \left(\frac{\sum p_i \cdot n_i^{3/2}}{p}\right)^{2/3}$$

$$P_1 = a + X + H_1 = 20 + 1 + 3 = 24m$$
  
 $P_2 = b + H_2 = 2 + 50 = 52m$   
 $P = P_1 + P_2 = 76$ 



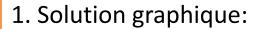
$$n_{eq} = \bar{n} = \left(\frac{\left(p_1 \cdot n_1^{3/2}\right) + \left(p_2 \cdot n_2^{3/2}\right)}{p}\right)^{2/3} = \left(\frac{\left(24 \cdot 0,018^{3/2}\right) + \left(52 \cdot 0,022^{3/2}\right)}{76}\right)^{2/3}$$

$$n_{eq} = \mathbf{0}, \mathbf{0208}$$

$$S = S_1 + S_2 = 160m^2$$
  $R = \frac{S}{P} = \frac{160}{76} = 2, 105m$ 

$$Q = \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} \cdot \sqrt{I} \cdot S = \frac{1}{0.0208} \cdot 2,105^{2/3} \cdot \sqrt{0,006} \cdot 160 = 978,66 \, m^3/s$$

Quel est le débit s'écoulant dans une conduite circulaire en béton de diamètre  $\emptyset = 1000$  mm ayant une pente de 0.1 %? La hauteur normale observée est de 75 cm.





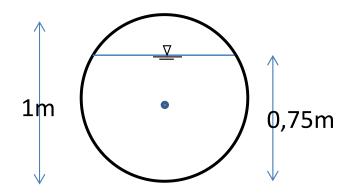
1.1. Débit à pleine section

$$S_{ps} = \frac{\pi \emptyset^2}{4}; \quad P_{ps} = \pi \emptyset; \qquad \Rightarrow R_{ps} = \frac{\emptyset}{4}$$

$$Q_{ps} = \frac{1}{n} \cdot R_{ps}^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot S_{ps} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\emptyset}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot \frac{\pi \emptyset^2}{4}$$

$$Q_{ps} = \frac{\pi}{n \cdot 4 \cdot 4^{\frac{2}{3}}} \cdot \emptyset^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot$$

$$Q_{ps} = \frac{0.3117}{0.013} \cdot 1^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{0.001} = 0.758 \, m^3/s$$



$$Q_{ps} = \frac{0,3117}{n} \cdot \emptyset^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{I}$$

# 1.2. Vitesse à pleine section

$$V_{ps} = \frac{Q_{ps}}{S_{ps}} = \frac{4Q_{ps}}{\pi \emptyset^2}$$

$$V_{ps} = \frac{4 \cdot 0.758}{3.14 \cdot 1^2} = 0.966 \text{m/s}$$

ABAQUE Ab. 5

Ab. 5(a)

#### VARIATIONS DES DÉBITS ET DES VITESSES EN FONCTION DU REMPLISSAGE

### 2. Calcul des fraction

Fraction de hauteur de remplissage

$$r_H = \frac{H}{\emptyset} = 0.75$$
  $r_H = 0.75$ 

àpartirdu monogramme on trouve

$$r_Q = 0.92$$
 et  $r_V = 1.13$ 

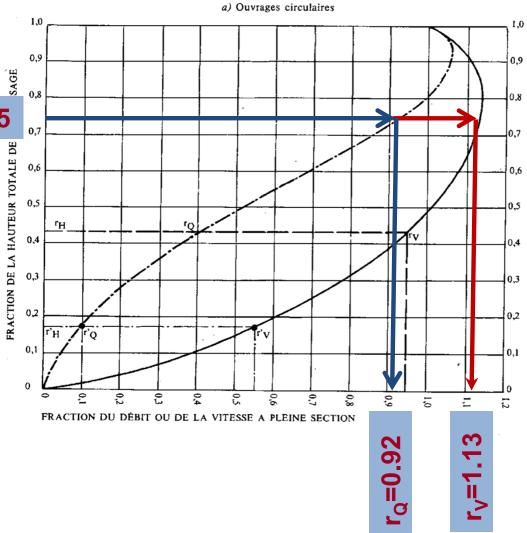
$$r_V = 1.13$$

3. Le débit de la conduite

$$Q = r_O \cdot Q_{ps} = 0.70m3/s$$

3. La vitesse dans la conduite

$$V = r_V \cdot V_{ps} = 1.09 m/s$$



Quel est le débit s'écoulant dans une conduite circulaire en béton de  $\emptyset = 1000$  mm ayant une pente de 0.1 %? La hauteur normale observée est de 75 cm.

 $et p = r\beta$ 

## 1. Solution analytique:

Solution analytique:
$$\beta + \theta = 360^{\circ}$$

$$S = \frac{r^{2}}{2} \cdot \beta + 2 \cdot \frac{1}{2} (e \cdot l) = 1$$

$$(e^{2} + l^{2}) = r^{2}$$

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = l/r \Rightarrow l = r \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$\Rightarrow S = \frac{r^{2}}{2} \cdot \beta + (e \cdot l) = \frac{r^{2}}{2} \cdot \beta + r^{2} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$avec \quad \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = 1/2 \cdot \sin \theta = -\frac{1}{2}\sin\beta$$

$$S = \frac{r^{2}}{2} \cdot \beta + (e \cdot l) = \frac{r^{2}}{2} \cdot \beta - \frac{r^{2}}{2}\sin\beta = \frac{r^{2}}{2} \left(\beta - \sin(\beta)\right)$$

$$\beta?$$

$$S = \frac{r^{2}}{2} \left(\beta - \sin(\beta)\right)$$

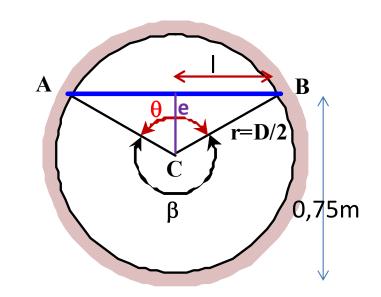
$$et \quad p = r\beta$$

$$S = \frac{r^2}{2} (\beta - \sin(\beta)) \quad et \ p = r \beta$$

 $\beta$ ?

$$e = 0.75 - r = 0.25m$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{e}{r} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5 \implies \frac{\theta}{2} = 60^{\circ} \implies \theta = 120^{\circ}$$



$$\beta = 360 - \theta = 240^{\circ} = 4{,}19rad$$

$$S = \frac{0.5^{2}}{2} (4.19 - \sin(240)) = 0.63 m^{2}$$

$$et \ p = r \beta = 0.5 \cdot 4.19 = 2.095 \approx 2.1 m$$

$$\Rightarrow R_{h} = \frac{S}{P} = \frac{0.63}{2.1} = 0.3 m$$

Conduite en béton donc n=0,013

$$Q = \frac{1}{n} \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{I} \cdot S = \frac{1}{0,013} \cdot 0.3^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{0.001} \cdot 0.63 = 0.69 \text{ m3/s}$$

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0.69}{0.63} = 1,09m/s$$

## Dimensionnement des conduites circulaire

Pour un débit "Q<sub>p</sub>" donné et pour une pente motrice "I" connue (généralement ; la pente de terrain naturel) que sera le diamètre " $\phi$ " de la conduite qui supportera ce débit?

Connaissant le débit à évacuer et la pente de hydraulique,

# Calculer le diamètre approximatif D:

Le diamètre approximatif de la conduite sera déduit de la formule d'écoulement adoptée

$$D = \left[\frac{n}{0,3117} \cdot \frac{Q_P}{\sqrt{I}}\right]^{3/8}$$
 | Q<sub>P</sub>: Débit de pointe calculé en m³/s | 1: Pente hydraulique de la conduite | D: diamètre approximatif en m | et n: Coef de Manning

et n: Coef de Manning

# 2. Fixer le diamètre commercial (normalisé) $\phi$ :

Les dimensions des canalisations varient compte tenu des diamètres courants de fabrication «  $\phi$  » qui correspond à la valeur « D » arrondi au diamètre commercial immédiatement supérieure, ce qui apporte de ce fait, une capacité supplémentaire d'écoulement

 $\phi$  (mm)commercial: ..., 100, 150,200,250,300,350,400,450,500,550,600, 700, 800, 900,1000,1200,1400, 1600, 1800, 2000, 2500, ....

3. Calculer les caractéristiques à plein section:

$$Q_{ps} = \frac{0.3117}{n} \cdot \Phi^{8/3} \cdot \sqrt{I}$$

et

$$V_{ps} = \frac{4 \cdot Q_{ps}}{\pi \cdot \Phi^2}$$

4. Effectuer le rapport (fraction du débit):

$$r_{Q} = \frac{Q_{P}}{Q_{ps}}$$

5. Lire sur nomogramme les valeurs  $\mathbf{r_V}$  et  $\mathbf{r_H}$  et évaluer la vitesse effective ainsi que la hauteur de remplissage dans la conduite

$$V = r_{\!\scriptscriptstyle V} \cdot V_{\!\scriptscriptstyle ps}$$

et

$$H = r_H \cdot \Phi$$

6. Vérifier le conditions de sécurité hydraulique

Avec:  $V \leq V_{max}$ 

et

$$H \leq 0.8 \Phi$$

7. Si les conditions de sécurité ne sont pas vérifiés, choisir un diamètre plus grand et reprendre la procédure

Un collecteur d'eau usée circulaire en béton doit évacuer un débit de 30l/s si sa pente est de 0,002 m/m.

Dimensionner ce collecteur et déterminer ces caractéristiques d'écoulement.

# Calculer le diamètre approximatif:

Le diamètre approximatif de la conduite sera déduit de la formule d'écoulement adoptée Q<sub>p</sub>: Débit de pointe calculé en m<sup>3</sup>/s

K: Coefficient d'homogénéité des unités, K=0,3117

I: Pente hydraulique de la conduite

$$D = \left[ \frac{n}{K} \cdot \frac{Q_P}{\sqrt{I}} \right]^{3/8} = \left[ \frac{0.013}{0.3117} \cdot \frac{30 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{0.002}} \right]^{3/8} = \mathbf{0.261m}$$

- On Fixe le diamètre commercial (normalisé) immeditement supérieur à D=261mm ;  $\phi$ =300mm
- 3. Calculer les caractéristiques à plein section:

$$Q_{ps} = \frac{K}{n} \cdot \Phi^{8/3} \cdot \sqrt{I} = \frac{0.3117}{0.013} \cdot 0.3^{8/3} \cdot \sqrt{0.002} = 0.043 \, m^3/s$$

$$V_{ps} = \frac{4 \cdot Q_{ps}}{\pi \cdot \Phi^2} = \frac{4 \cdot 0.043}{3.14 \cdot 0.3^2} = 0.609 \approx 0.61 m/s$$

$$r_Q = \frac{Q_P}{Q_{ps}} = \frac{0.03}{0.043} = 0.698 \approx 0.70$$
Nomogramme
 $r_H = 0.62$ 
 $r_V = 1.08$ 

ABAQUE Ab. 5

Ab. 5 (a)

#### VARIATIONS DES DÉBITS ET DES VITESSES EN FONCTION DU REMPLISSAGE

$$H = r_H \cdot \Phi = 0.62 \cdot 0.30$$
  
 $H = 0.189m \approx 19cm$ 

$$V = r_V \cdot V_{ps} = 1,08 \cdot 0,61$$
  
 $V = 0,66m/s$ 

La vitesse est acceptable car:

0.6m/s < V = 0.66 < 3m/s

# Donc le diamètre du collecteur sera $\Phi = 300 \text{mm}$

