اختبار الفرضيات هي طريقة إحصائية لاتخاذ القرارات باستخدام البيانات، هذه الأخيرة قد تكون تجربتها خاضعة للسيطرة أو من دراسة رصدية. في هذا المجال غالباً ما نستخدم مصطلح "الدلالة الإحصائية"، و قد قام العالم الأسطوري "Ronald Fisher" و لأول مرة بصياغة مصطلح "اختبار الدلالة". هذه الأخيرة تعني أن نتيجة التجربة من الغير المتوقع أن تكون قد حدثت بالصدفة، و أن لها عتبة احتمالية تم تحديدها مسبقاً تسمى بـ"درجة الدلالة"، أو بعبارة أخرى احتمال خطأ التقدير (α أو β) الذي يعبر عنه باحتمال معين يشار إليه بـ: "P-value"، يتواجد بموقع يسمى بالمنطقة الحرجة.

عندما نكون أمام اختبار فرضية إحصائية و تكون نتيجة تجربتها داخل المنطقة الحرجة فإنه يتم رفض الفرضية العدمية و قبول الفرضية البديلة. فالفرضية الإحصائية هي في حد ذاتها ادعاء أو تصريح أو إقتراح يتعلق بمعلمة واحدة أو مجموعة من المعلمات بحيث أن هذا الإدعاء يمكن أن يكون صحيح أو خاطئ. يضع الباحثين فرضية تسمى بالفرضية **العدمية** [H_0] مقابل فرضية أخرى تسمى بالفرضية **البديلة** [H_1]. الفرضية العدمية يضعها الباحث دائما على أمل رفضها و بالتالي إلغائها. إن قبول فرضية لا يعني أنها صحيحة و إنما عدم وجود أدلة كافية من العينة تدفع لرفضها أدى إلى قبولها، بالمقابل فإن رفض الفرضية لا يعني أنها خاطئة، لكن عدم وجود أدلة كافية من العينة تدفع إلى قبولها أدى إلى رفضها.

مثال: ينتج مصنع معين نوع من القطع الميكانيكية، أراد زبون إمضاء صفقة مع هذا المصنع من خلال شراءه لعدد كبير من القطع التي يقدر طولها بـ **1** سم. يقبل الزبون منتج هذا المصنع إذا كانت نسبة القطع الفاسدة التي يقل طولها عن **1** سم هي P=%5. عملياً يستحيل مراقبة قياسات كل القطع، لذلك يجب سحب عينة و مراقبة أطوال القطع المكونة لها ثم القيام باختبار:

$$H_0: \ P = 5\%$$
$$H_1: \ P < 5\%$$

1. الخطأ من النوع (1) و الخطأ من النوع (2)

- قد يقع الباحث في خطأ بسبب قبوله الفرضية [H_1] بينما تكون الفرضية الصحيحة هي [H_0]. احتمال وقوع هذا نسميه بالخطأ من النوع (**1**) و نرمز له بـ **α**، يشار إليه بالعبارة التالية: [$\alpha = P(H_1/H_0)$]

- و قد يقع الباحث في خطأ لكونه اختار الفرضية [H_0] بينما تكون الفرضية الصحيحة هي [H_1]. احتمال وقوع هذا نسميه بالخطأ من النوع (**2**) و نرمز له بـ **β**، يعبر عليه كما يلي: [$\beta = P(H_0/H_1)$]

		الفرضية الصحيحة	
		H_0	H_1
الفرضية المختارة	H_0	مستوى الثقة لا يوجد خطأ ($1-\alpha$)	الخطأ من النوع الثاني (β)
	H_1	الخطأ من النوع الأول (α)	لا يوجد خطأ ($1-\beta$)

2. المُخْتَبَرُ الإحصائي

هو متغير عشوائي نحسب قيمه من العينات و على أساس قيمته يتم قبول فرضية و رفض الأخرى.

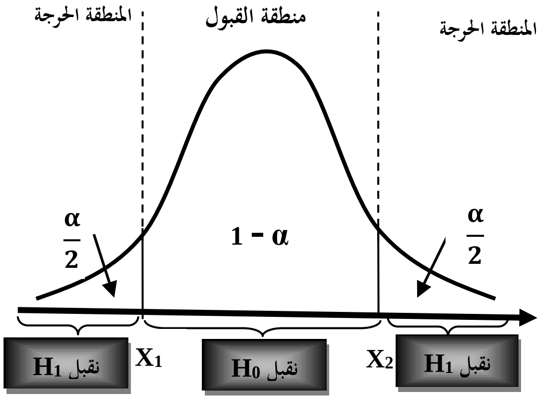
يرمز له بـــ T' أو Z'

في حالة الأوساط الحسابية $t' = \dfrac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

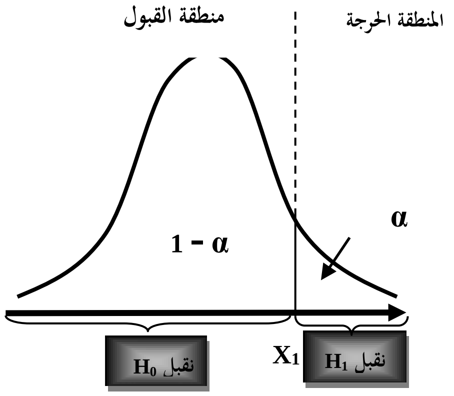
في حالة النسب $t' = \dfrac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{p.q}{n}}}$

3. المنطقة الحرجة

هي مجال أو اتحاد مجالات بحيث إذا كانت قيمة المختبر الإحصائي تنتمي إلى هذه المنطقة يقبل الباحث الفرضية البديلة [H_1] و يرفض الفرضية العدمية [H_0]. لذلك المنطقة الحرجة هي منطقة رفض الفرضية العدمية.



شكل.1: منطقة القبول محصورة بين X1 و X2



شكل.2: منطقة القبول أقل من X1

منطقة رفض أو عدم رفض الفرضية العدمية $[H_0]$ (Région critique).

من خلال تحديدنا لمستوى الدلالة α و اختيار $[H_0]$ كفرضية لا نريد رفضها، و اعتمادا على المعلومات المحصل عليها من العينة نعرف المنطقتين:

– منطقة **رفض** الفرضية $[H_0]$ و هي مجموعة قيم **الإختبار إحصائي** التي من أجلها نرفض الفرضية $[H_0]$.

– منطقة **عدم الرفض** تتكون من مجموعة قيم الاختبار احصائي التي من أجلها لا نرفض الفرضية $[H_0]$ و يتعلق حجم المنطقة الأولى و الثانية بمستوى الدلالة التي نختارها للإختبار.

المنطقة (1): لا يوجد دليل على أن الشخص مخطئ $[H_0$ لا يمكن رفضها$]$؛

المنطقة (2): الدليل قاطع على أن الشخص مخطئ $[H_0$ يمكن رفضها$]$؛

ملاحظة: كلما ابتعدنا عن النقطة (0) نحو اليمين، كلما زادت قناعتنا أن الشخص مخطئ

نقطة فاصلة (C) النقطة الحرجة أو القيمة الحرجة:

– إذا كانت النقطة على يسار (C) نعلن قبول $[H_0]$ و رفض $[H_1]$. و إذا كانت النقطة على اليمين نعلن قبول $[H_1]$ و رفض $[H_0]$.

تعرف النقطة الحرجة للمختبر الاحصائي و يمكن تعيينها اعتمادا على حجم العينة، فإذا كان حجم العينة كبيراً، يمكن أن تقترب من التوزيع الطبيعي، أما إذا كانت صغيرة فتتبع توزيع T de student.

معنى مستوى الدلالة α: إلى أي مدى يقبل المخاطرة في رفض الفرضية H_0 بالرغم من صحتها (**مبدأ الخطورة الخطأ** 1)

- **الفرضية العدمية** (Hypothèse Nulle): سميت بهذا الإسم لأنها تمثل حالة عدم التغير أي $[m = m_0]$
- **الفرضية البديلة** (Hypothèse Alternative): سميت بهذا الإسم لأنها تمثل حالة التغير أي $[m \neq m_0$ إذا كانت من الجانبين و $m > m_0$ أو $m < m_0$ إذا كانت من جانب واحد$]$

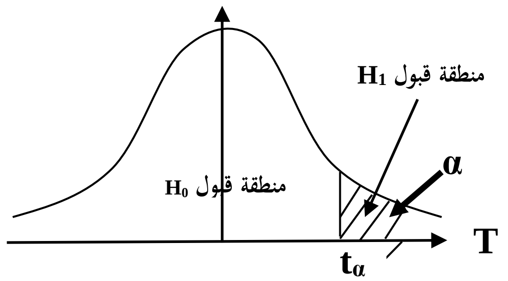
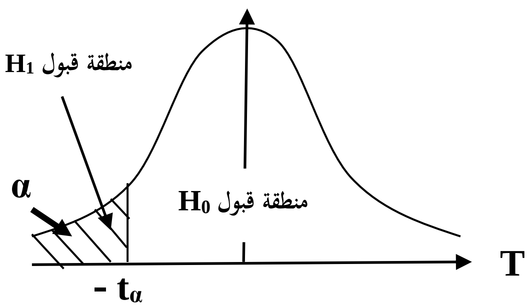
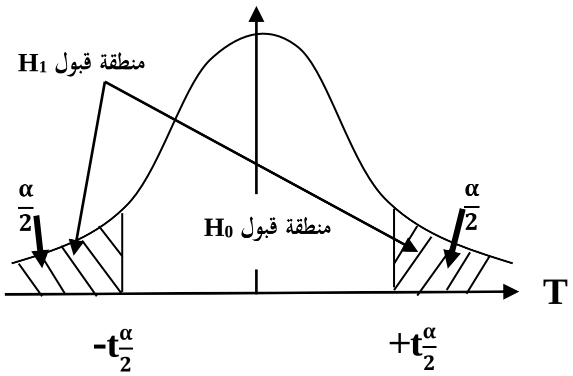
4. الخطوات اللازمة لإجراء الاختبار:

1. تحديد الفرضية العدمية $[H_0]$ و البديلة $[H_1]$؛
2. تحديد مستوى الدلالة و اختيار المختبر الإحصائي (t_α أو $t_{\frac{\alpha}{2}}$)؛
3. تحديد مناطق الرفض و القبول في رسم بياني لمنحنى التوزيع الطبيعي
4. حساب قيمة المختبر الاحصائي الناجم عن العينة (t').
5. الإستنتاج و اتخاذ القرار.

ملاحظة:

–**($n\geq30$):** عندما تكون σ معلومة، نقرأ من جدول التوزيع الطبيعي (ج.**2**: Table de l'écart-réduit) و نستعمل المتغير المعيا

- **($n<30$):** عندما تكون σ غير معلومة و توزيع يكون طبيعي نستعمل توزيع Student T (ج.**3**: Table de T de Student)

<table>
<tr><th>اختبار النسب</th><th>اختبار الأوساط الحسابية</th><th></th></tr>
<tr><td>H_0 : P=P$_0$
H_1: P=P$_1$ ⇨ [H_1: $P_1>P_0$]
نحسب t': $t' = \frac{\widehat{P} - P}{\sqrt{\frac{p.q}{n}}}$</td><td>$H_0$: m=m$_0$
H_1: m=m$_1$ ⇨ [m= $m_1>m_0$]
-نحسب t' : $t' = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$</td><td rowspan="2">الحالة الأولى : الذيل على اليمين</td></tr>
<tr><td>
</td><td>- نضرب α في 2 و من خلال نتيجتها نقرأ قيمة $+t_\alpha$ من الجدول.(2)
(على اليمين إشارة t_α تكون موجبة)
- نعتمد على قاعدة إتخاذ القرار:
نقبل H_1 و نرفض H_0 إذاكان * $t' \geq t_\alpha$
نقبل H_0 و نرفض H_1 إذاكان * $t' < t_\alpha$</td></tr>
<tr><td>H_0 : P=P$_0$
H_1: P=P$_1$ ⇨ [H_1: $P_1<P_0$]
نحسب t': $t' = \frac{\widehat{P} - P}{\sqrt{\frac{p.q}{n}}}$</td><td>$H_0$: m=m$_0$
H_1: m=m$_1$ ⇨ [H_1: $m_1<m_0$]
نحسب t': $t' = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$</td><td rowspan="2">الحالة الثانية: الذيل على اليسار</td></tr>
<tr><td>
</td><td>* - نضرب α في 2 و من خلال نتيجتها نقرأ قيمة $-t_\alpha$ من الجدول.(2)
(على اليسار إشارة t_α تكون سالبة)
* **نعتمد على قاعدة إتخاذ القرار:**
نقبل H_1 و نرفض H_0 إذاكان * $t' \leq -t_\alpha$
نقبل H_0 و نرفض H_1 إذاكان * $t' > -t_\alpha$</td></tr>
<tr><td>H_0 : P=P$_0$
H_1: P≠P$_1$
نحسب t' : $t' = \frac{\widehat{P} - P}{\sqrt{\frac{p.q}{n}}}$</td><td>$H_0$: m=m$_0$
H_1: m≠m$_1$
نحسب t' $t' = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$</td><td rowspan="2">الحالة الثالثة: الذيلين</td></tr>
<tr><td>
</td><td>* نقرأ قيمة $t_{\frac{\alpha}{2}}$ مباشرة من الجدول (2) من خلال قيمة **α.**
* **نعتمد على قاعدة إتخاذ القرار:**
نقبل H_1 و نرفض H_0 إذاكان * $t' \in]-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}] \cup [t_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty[$
نقبل H_0 و نرفض H_1 إذاكان * $t' \in]-t_{\frac{\alpha}{2}}, +t_{\frac{\alpha}{2}}[$</td></tr>
</table>

مثال.1: يعلم صاحب شركة لصناعة السيارات من خبراته السابقة أن المدة الزمنية المتوسطة التي تستغرقها صناعة كل سيارة على حدا هي **8** سا بانحراف معياري قدره **2** سا، و للتأكد من ذلك قام بسحب (بالإرجاع) عينة مكونة من **40** سيارة فوجد أن متوسط الفترة الزمنية لصناعتها هي **10** ساعات، ثم قام بوضع الفرضيتين التاليتين تحت مستوى معنوية **5%:** * أي من الفرضيتين تختار الشركة الفرضية العدمية (**H0**) أو البديلة (**H1**)؟

الحل:

$H_0 : m = m_0 = \mathbf{8\ h}$

$H_1 : m = m_1 = \mathbf{10\ h} \quad m_1 > m_0$

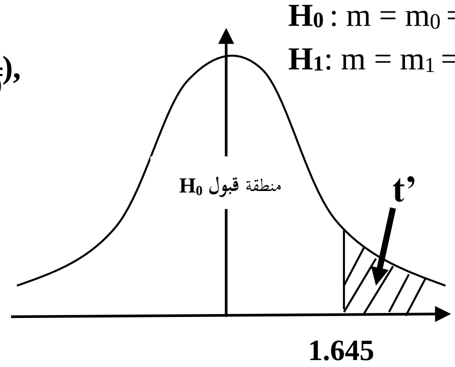
$\bar{X}=10$ ، $m_0 = 8$ ، $\sigma=40$

$\bar{X} \sim N(m_0 , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, $\quad \bar{X} \sim N(8 , \frac{2}{\sqrt{40}})$,

$$t' = \frac{\bar{X}-8}{\frac{2}{\sqrt{40}}} = \frac{10-8}{\frac{2}{\sqrt{40}}} = 6.324$$

$2\alpha=0.1$, و منه من الجدول.2: $t_\alpha=1.645$

$t' > t_\alpha$: نقبل H_1 و نرفض H_0



مثال.2: ترغب شركة إنتاج المشروبات الغازية أن تعرف بدرجة ثقة **98%** ما إذاكان بإمكانها الادعاء أن القارورات التي تنتجها تحتوي في المتوسط على **2** لتر من المشروب. يعلم صاحب الشركة أن سعت القارورات تخضع إلى توزيع طبيعي لذلك أخذ عينة عشوائية حجمها **35** قارورة فوجد أن متوسط عدد اللترات التي تحتويها هو **2.06** لتر بانحراف معياري قدره **0.2** لتر. لذلك أراد اختبار ما إذاكان المتوسط الحسابي للمجتمع أكبر من **2** لتر.

الحل:

$H_0 : m = m_0 = \mathbf{2L}$

$H_1 : m = m_1 > m_0$

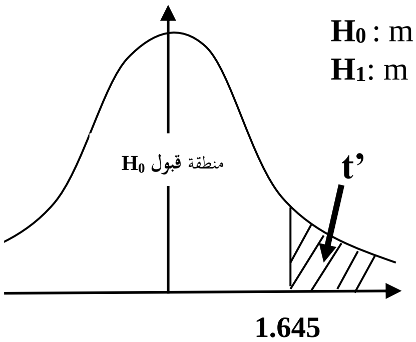
$\bar{X}=2.06$ ، $m_0 = 2$ ، $\sigma=0.2$, $n=35$

$\bar{X} \sim N(m_0 , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, $\quad \bar{X} \sim N(2 , \frac{0.2}{\sqrt{35}})$,

$$t' = \frac{\bar{X}-2}{\frac{0.2}{\sqrt{35}}} = \frac{2.06-2}{\frac{0.2}{\sqrt{35}}} = 1.775$$

$2\alpha=0.04$, و منهمن الجدول.2: $t_\alpha=2.054$

$t' < t_\alpha$: نقبل H_0 و نرفض H_1



مثال.3: أراد مدير شركة إنتاج الدرجات النارية إمضاء صفقة مع شركة إنتاج الإطارات لكي تموله بـ 100000 إطار. تدعي هذه الأخيرة بأن نسبة الإطارات الفاسدة هو 4%. مدير الشركة لم يصدق هذا الادعاء فقام بمراقبة جودة 200 إطار فوجد 6% فاسدة. على هذا الأساس أراد المدير اختبار فرضية أن نسبة الإطارات الفاسدة هي أكبر من 4%. و اختار مستوى الثقة 99%.

$H_0 : P = P_0 = \mathbf{4\%}$

$H_1 : P = P_1 > P_0$

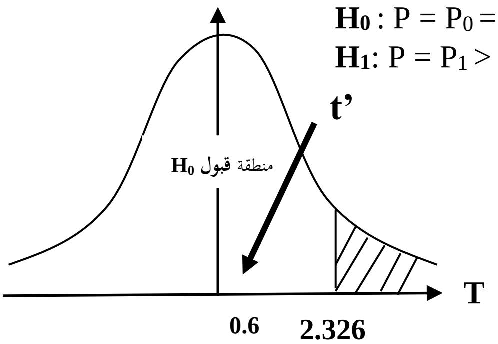
$\hat{P}=0.06$ ، $P = 0.04$ ، $n=200$

$\hat{P} \sim N(P , \sqrt{\frac{p.q}{n}})$, $\quad \hat{P} \sim N(0.04 , \sqrt{\frac{(0.04).(0.96)}{200}})$,

$$t' = \frac{\hat{P}-0.04}{\sqrt{\frac{(0.04).(0.96)}{200}}} = \frac{0.06-0.04}{0.0138} = 1.44$$

$2\alpha=0.02$, و منه من الجدول.2: $t_\alpha=2.326$

$t' < t_\alpha$: نقبل H_0 و نرفض H_1



مثال.4: يتلقى مكتب مصلحة المستهلك لمؤسسة معينة شكاوى كثيرة من زبائنه، فحواها أن وزن علب مسحوق التنظيف الذي تبيعها إياهم يزن أقل من 450غ. للتحقق من هذه المعلومة قام مكتب البحوث و الدراسات لهذه الشركة، بوزن عينة من 45 علبة (سحبتها بالإرجاع) فوجدت أوزانها 435غ. تشير الخبرات السابقة لهذه المؤسسة إلى أن الانحراف المعياري لوزن العلب هو 25غ. هل يمكن لهذه المؤسسة أن تؤيد شكاوى زبائنها عند مستوى معنوية **5%**.

الحل

$H_0 : m = m_0 = 450$

$H_1 : m = m_1 < m_0$

X: **وزن علب مسحوق التنظيف**

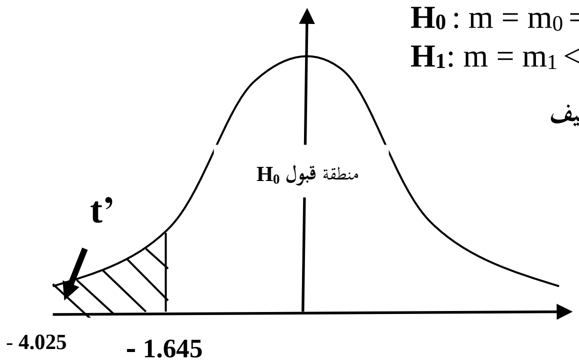
$\bar{X}=435$ ، $m_0 = 450$ ، $\sigma=25$, $n=45$

$\bar{X} \rightsquigarrow N(m_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, $\bar{X} \rightsquigarrow N(450, \frac{25}{\sqrt{45}})$,

$$t' = \frac{\bar{X}-450}{\frac{25}{\sqrt{45}}} = \frac{435-450}{3.726} = -4.025$$

$2\alpha=0.1$, و منه من الجدول.2: $-t_\alpha = -1.645$

$t' < -t_\alpha$: نقبل H_1 و نرفض H_0



مثال.5 : تخضع مدة الاستجابة إلى طلبية الزبائن في إحدى المطاعم إلى توزيع طبيعي وسطه الحسابي 15د و انحراف معياري 2د. تم إدخال تحسينات على هذه الخدمة من خلال دمج برنامج إدارة العلاقات مع الزبائن، و للتأكد من نجاعة هذا النظام قام رجل التسويق باختيار 30 زبون ممن طبق عليهم هذا النظام فوجد أن متوسط مدة تلبية طلبيتهم هي 11د. حسب رأيك هل النظام الجديد أحسن من القديم عند مستوى معنوية **5%**.

الحل: X: مدة الخدمة

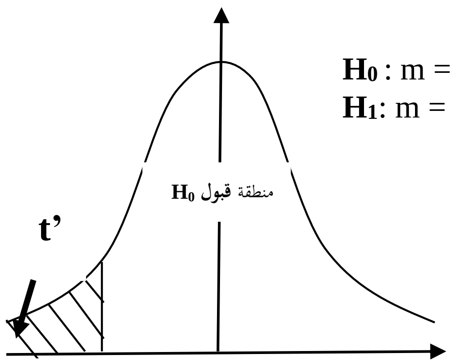
$\bar{X}=11$ ، $m_0 = 15$ ، $\sigma=2$, $n=30$

$\bar{X} \rightsquigarrow N(m_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, $\bar{X} \rightsquigarrow N(15, \frac{2}{\sqrt{30}})$,

$$t' = \frac{\bar{X}-15}{\frac{2}{\sqrt{30}}} = \frac{11-15}{0.365} = -10.95$$

$2\alpha=0.1$, و منه من الجدول.2: $t_\alpha = 1.645$

$t' < -t_\alpha$: نقبل H_1 و نرفض H_0



$H_0 : m = m_0 = 15$

$H_1 : m = m_1 < m_0$

مثال. 6: صرحت مديرية الضرائب في مدينة معينة أن أكثر من **80%** من التجار يدفعون الضرائب، لكن أحد الموظفين بالمديرية لم يصدق هذا التصريح، فأخذ عينة من **64** تاجر فوجد **48** منهم يدفعون الضرائب. هل يمكن تصديق بيانات العينة تحت مستوى معنوية **5%**.

الحل: P: نسبة الذين يدفعون الضرائب

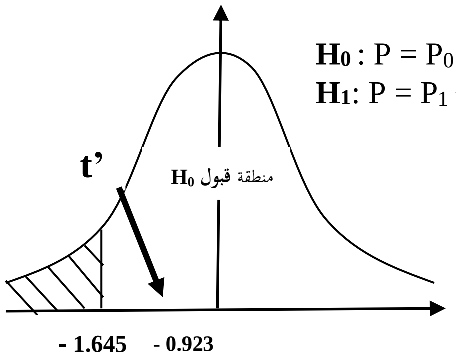
$\hat{P}=\frac{48}{64}=0.75$ ، $P = 0.8$ ، $n=64$

$\hat{P} \rightsquigarrow N(P, \sqrt{\frac{p.q}{n}})$, $\hat{P} \rightsquigarrow N(0.8, \sqrt{\frac{(0.75).(0.25)}{64}})$,

$$t' = \frac{\hat{P}-0.04}{\sqrt{\frac{(0.75).(0.25)}{64}}} = \frac{0.75-0.80}{0.05412} = -0.9238$$

$2\alpha=0.1$, و منه من الجدول.2: $t_\alpha=1.645$

$t' > -t_\alpha$: نقبل H_0 و نرفض H_1



$H_0 : P = P_0 = 80\%$

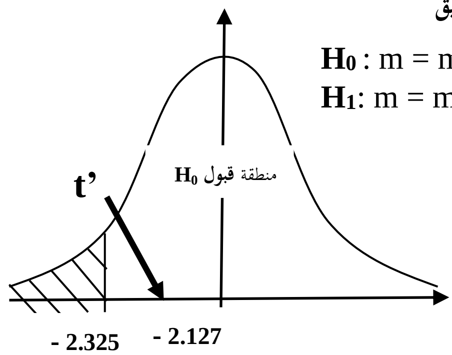
$H_1 : P = P_1 < P_0$

مثال.7: تلقت مؤسسة إنتاج المواد الغذائية شكاوى من مستهلكين فهواها أن أكياس الدقيق التي تنتجها تزن أقل من 10كغ، للتحقق من ذلك قامت بوزن عينة من 40 كيس فوجدت أن متوسط أوزانها 9.8كغ. تشير الخبرة السابقة إلى أن الانحراف المعياري لوزن الأكياس هو 0.3كغ. هل هذه المعطيات تؤيد شكاوى المستهلكين عند مستوى معنوية 1%.

الحل: **X**: **وزن الأكياس الدقيق**

$H_0 : m = m_0 = \mathbf{15}$

$H_1: m = m_1 < m_0$



$\bar{X}=9.9$ ، $m_0 = 10$ ، $\sigma=0.3$, $n=40$

$\bar{X} \sim N(m_0 , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, $\bar{X} \sim N(10 , \frac{0.3}{\sqrt{40}})$,

$$t'=\frac{\bar{X}-10}{\frac{0.3}{\sqrt{40}}}=\frac{9.9-10}{0.047}= -2.127$$

و منه من الجدول.2: $2\alpha=0.1$, $t_\alpha= 2.325$

$t'>-t_\alpha$: نقبل H_0 و نرفض H_1

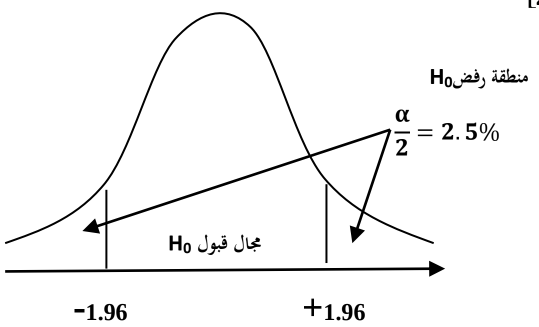
مثال.8: متوسط أعمار خريجي دفعة معينة هو 22 سنة. بعد اختبار عينة مكونة من 150 طالب من هذه الدفعة، تبين أن متوسط أعمارهم هو 23 سنة و الانحراف المعياري هو 5.65 سنة. هل يمكن استنتاج أن متوسط أعمار خريجي تلك الدفعة يختلف عن 22 سنة عند مستوى معنوية 5%.

الحل: $\bar{X} = 23$، $n= 150$ ، $m_0= 22$، $\sigma = 5.65$

X: **متوسط أعمار خريجي الجامعة**

نحن أمام الحالة الثالثة [$n>30$، σ معلومة، نقرأ $t_{\frac{\alpha}{2}}$ من جدول التوزيع الطبيعي ج.2]

$\alpha=5\%=0.05$، **إذن** من جدول.2 نجد أن $t_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$



$$t' = \frac{\bar{X}-m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{23-22}{\frac{5.65}{\sqrt{150}}} = 2.17$$

بما أن: $t' =2.17 > 1.96$

إذن نرفض H_0 و نقبل H_1 و نستنتج أن $m_0 \neq 22$

مثال.9: لصنع منتج معين تحتاج مؤسسة A قطع ميكانيكية متوسط طولها 12.5 سم بانحراف معياري 0.8 سم. اختيرت عينة من 18 قطعة، بعد قياسها تبين لها أن متوسط أطوالها هو 12.9 سم. هل يمكن استنتاج أن متوسط طول القطع الميكانيكية يختلف عن 12.5 سم عند مستوى معنوية **2%**.

الحل: **(n<30)**: [عندما تكون **σ** غير معلومة و توزيع يكون طبيعي نستعمل توزيع student T]

$\alpha = 2\%$ ، $\sigma' = 0.8$ ، $\bar{X} = 12.5$ ، $n=18$

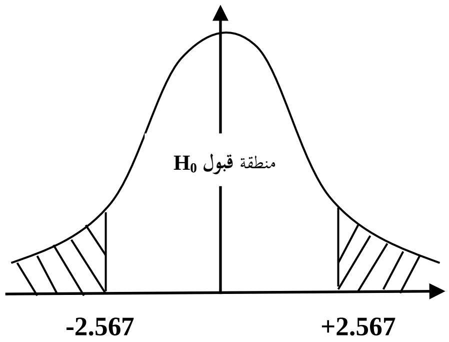
1.نضع الفرضيتين التاليتين:
$$\begin{cases} H_0: m_0 = 12.5 \\ H_1: m_0 \neq 12.5 \end{cases}$$

2. حساب 't:

$$\sigma * = \frac{0.8}{\sqrt{18}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.88,$$
$$t' = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma} = \frac{12.9 - 12.5}{1.88} = 2.121,$$

3. **تعيين القيمة الجدولية لـ t** من جدول Student (ج.3) **لأن** (n<30)

بما أن $\frac{\alpha}{2} = 0.02$ نجد $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.567$



4. **اتخاذ القرار:**

نرفض الفرضية العدمية H_0 إذا كانت t في منطقة الرفض.

إذن بما أن t=2.121<2.567 عدم رفض H_0

مثال.5: صرح مدير إنتاج الاسمنت بمؤسسة معينة بأن متوسط أوزان أكياس الإسمنت هو **48**كغ و انحراف معياري **3**كغ. للتأكد من وزن الأكياس أخذ عينة من **25** كيس فوجد متوسط وزنها **50** كغ. هل يمكننا القول بأن المدير غير مخطأ في تصريحه عند مستوى معنوية **2%**.

الحل: $n=25$ ، $m_0=48$ ، $\sigma = 3$ ، $\bar{X} = 50$

الحالة الثالثة: $[m = m_0 \neq m_1]$

1.نضع الفرضيتين التاليتين:
$$\begin{cases} H_0: m_0 = 48 \\ H_1: m_0 \neq 48 \end{cases}$$

2. نحسب 't: بحيث
$$t' = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{50 - 48}{\frac{3}{\sqrt{25}}} = 3.33$$

3. نقرأ $t_{\frac{\alpha}{2}}$ الموافقة لـ $(\frac{\alpha}{2})$ **من الجدول (2)**

$\frac{\alpha}{2} = 0.02$ **لذلك من الجدول.2 نجد :** $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.326$

4. **نعتمد على قاعدة إتخاذ القرار التالية:**

* $t' \in]-\infty, -t_\alpha[\cup [t_\alpha + \infty[$: نقبل H_1 و نرفض H_0

* $t' \in]-t_\alpha, +t_\alpha[$: نقبل H_0 و نرفض H_1

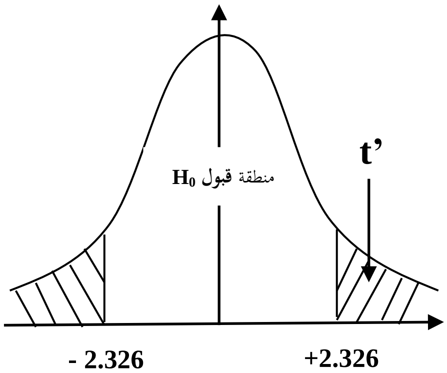
$t' > +t_\alpha$ **إذا نقبل الفرضية البديلة** H_1

لأن $3.33 > 2.326$ و تنتمي إلى $[2.326, +\infty[$

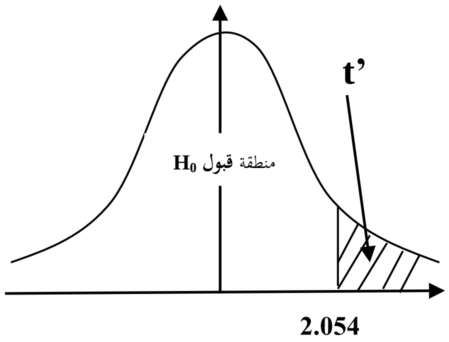
ملاحظة: لو قيل في المعطيات بأن المدير يريد التأكد من أن

* وزن الأكياس أكثر من 48كغ الفرضيات تصبح:
$$\begin{cases} H_0: m_0 = 48 \\ H_1: m_1 > 48 \end{cases}$$

* وزن الأكياس أقل من 48كغ الفرضيات تصبح:
$$\begin{cases} H_0: m_0 = 48 \\ H_1: m_1 < 48 \end{cases}$$



مثال.6: مدة الصلاحية المتوسطة لإحدى القطع الميكانيكية التي ينتجها المصنع هو 900سا بانحراف معياري 95سا. يدعي مدير الانتاج أنه أدخل بعض التعديلات على عملية الانتاج أدت إلى تحسين جودة القطع الميكانيكية (أي مدة صلاحيتها). لاختبار صحة ادعائه أخذت عينة من **49** قطعة و تم استخدامها كلها فكانت مدة صلاحيتها المتوسطة **960**سا. هل يمكن تأييد ادعاء مدير الانتاج عند مستوى معنوية **2%**.



الحل: $n=49$، $m_0=900h$، $\sigma = 95h$، $\bar{X} = 960h$

1.نضع الفرضيتين التاليتين:

$$\begin{cases} H_0: m_0 = 900 \\ H_1: m_1 > 900 \end{cases}$$

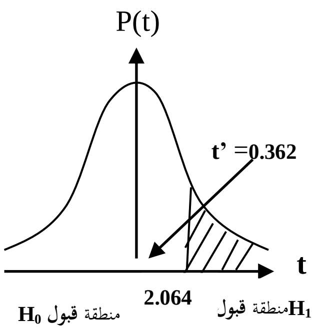
2. نحسب t': بحيث $t' = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{960-900}{\frac{95}{\sqrt{49}}} = 4.42$

3. نقرأ t_α الموافقة لـ **($2\alpha=0.04$) من الجدول (2) لذلك من الجدول.2:** $t_\alpha=2.054$

4. نعتمد على قاعدة إتخاذ القرار التالية:

* $t' \geq t_\alpha$: نقبل H_1 و نرفض H_0 ، * $t' < t_\alpha$: نقبل H_0 و نرفض H_1 **إذاً نقبل الفرضية البديلة H_1**

التمرين.7: قامت شركة لإنتاج الدرجات النارية بإمضاء صفقة مع شركة إنتاج الإطارات لكي تزودها بـ 100000 إطار، ادعت هذه الأخيرة بأن نسبة الإطارات التي بها عيب هو 4%. مدير شركة الدرجات النارية لم يصدق بهذا الادعاء فقام بصورة عشوائية بمراقبة جودة 200 إطار فوجد أن 9 منها بها عيب، ثم قام باختبار فرضية أن تكون نسبة الإطارات الفاسدة أكبر من 4%، و ذلك عند مستوى معنوية 99%.



حل: $\hat{P}=\frac{9}{200}=0.045$ ، $P_0 = 0.04$، $n=200$، $\alpha=1\%$

- نضع الفرضيتين التاليتين: $H_0 : P = P_0 = 4\%$ ، $H_1: P = P_1 > 4\%$
- نحسب t': بحيث $t' = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 . q_0}{n}}} = \frac{0.045 - 0.04}{\sqrt{\frac{0.04.(1-0.04)}{200}}} = \mathbf{0.362}$
- **$2\alpha=0.04$,** و منه من الجدول.2: $t_\alpha=2.064$

وجدنا أن $t'=0.362$ و $t_\alpha=2.064$ إذاً

- بما أن $t' < t_\alpha$: نقبل H_0 و نرفض H_1

إستنتاج: نستنتج أن نسبة الإطارات الفاسدة4%.

مثال.8: يعتبر مدير إحدى الإدارات أن القيمة المتوسطة لمجتمع كبير من عروض الأسعار هي 10 وحدات، لكن المحاسب يختلف معه في هذا الاعتقاد و يظن أنها أقل من ذلك الرقم. للتأكد من صحة وجهة نظره أخذ المحاسب عينة من 36 عرضا، و بعد دراسته وجد أن وسطها الحسابي هو $\overline{X}=9.5$ و تباينها $S^2=3.88$. هل ما يعتقده المدير هو الصح تحت مستوى معنوية [5%].

<u>**الحل**</u>: $\alpha=0.05$، $n=36>30$، $S^2=3.88$، $X=9.5$، $m_0=10$

.1 نضع الفرضيتين التاليتين:

$$\begin{cases} H_0: m_0 = 10 \\ H_1: m_0 < m_1 \end{cases}$$

.3 تعيين القيمة الجدولية لـt_α

من جدول Student (ج.2) (n>30)

$\frac{\alpha}{2}= 0.05$ إذاً $\alpha= 0.1$ و منه $t_\alpha= 1.645$

.2 حساب t' :

$$S^2=\frac{\sum(x_i-X)^2}{n},$$

$$\sum(x_i-\overline{X})^2=3.88.(36)=139.68$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x_i-X)^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{139.68}{35}}=1.96$$

$$\sigma'=\frac{0.8}{\sqrt{18}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.88,$$

$$t'=\frac{\overline{X}-m_0}{\sigma}=\frac{9.5-10}{\frac{1.96}{\sqrt{36}}}=-1.5,$$

.4 اتخاذ القرار نرفض الفرضية العدمية H_0 إذا كانت t' في منطقة الرفض.

$$t' = -1.5 > -t_\alpha = -1.645$$

إذن نختار H_0 و نرفض H_1 بذلك نستخلص أنه لا وجود لدليل كافٍ لرفض ما يعتقده المدير.(المدير هو الأقرب إلى الصح)