الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.

جامعة ابي بكر بالقايد –تلمسان–

كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية

تمارين وحلول في مقياس رياضيات المؤسسة

من إعداد:

د. بوكليخة لطيفة

أستاذة محاضرة – أ –

السنة الجامعية 2022 – 2023

سلسلة تمارين رقم (1)

التمرين الأول:

مؤسسة للتجارة تنتج 3 أنواع من المنتجات هي: الكراسي، الطاولات، الخزائن، عملية الإنتاج تستدعي مرور هذه المنتجات بثلاث ورشات:

الورشة 01: يتم على مستوى هذه الورشة صناعة الهياكل، طاقة العمل القصوى بها تقدر بـ 130 ساعة؛

الورشة 02: يتم على مستوى هذه الورشة تركيب الملحقات، عدد ساعات العمل المتاح لهذه الورشة يقدر بـ 90 ساعة؛

الورشة 03: يتم على مستوى هذه الورشة الإنهاء، طاقة العمل القصوى بها تقدر بـ 80 ساعة.

إنتاج الكرسي الواحد يتطلب 14 سا في الورشة 01، و 14 سا في الورشة 02، و 10 سا في الورشة 03، و إنتاج طاولة واحدة يتطلب 18 سا في الورشة 01، و 20سا في الورشة 02، و 5سا في الورشة 03، و إنتاج خزانة واحدة يتطلب 25سا في الورشة 01، و 20سا في الورشة 02، و 10سا في الورشة 03. الكرسي الواحد يتطلب صفيحة خشبية واحدة في حين أن الطاولة تتطلب صفيحتين، أما بالنسبة للخزانة الواحدة فتتطلب 4 صفائح خشبية، علما أن المتاح من الصفائح الخشبية على مستوى المؤسسة يقدر بـ 125 صفيحة، سعر بيع: الكرسي الواحد 450 دج، الطاولة الواحدة 1000 دج و الخزانة الواحدة 1500 دج، علما أن تكلفة: الكرسي الواحد 400 دج، الطاولة الواحدة 900 دج، الخزانة الواحدة 1000 دج.

المطلوب:

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يسمح بتحديد الكميات الواجب إنتاجها من الكراسي، الطاولات و الخزائن، و الذي يسمح للمؤسسة بتحقيق أعظم ربح ممكن.

2- صياغة النموذج بافتراض أن هذه المنتجات الثلاث تخزن في مخزن طاقته الاستيعابية تقدر ب 500 وحدة و بافتراض أن الحجم التخزيني للمنتجات الثلاث متساوي.

التمرين الثاني:

تنتج احدى الشركات الصناعية المحلية أربعة منتجات معدنية، يحتاج كل منها الى تشغيل، التلميع، وتجميع. كما يحتاج كل منها الى الأزمنة بالساعات الموضحة:

	التشغيل بالساعة	التلميع بالساعة	التجميع بالساعة
المنتج 1	3	1	2
المنتج 2	2	1	1
المنتج 3	2	2	2
المنتج 4	4	3	1

ويقدر الوقت المتاح بالشركة للتشغيل 480ساعة أسبوعيا كالتالي: 400ساعة للتلميع، و400 ساعة للتجميع. أرباح الشركة من الوحدة الواحدة هي 6 ون، 4 ون، 6 ون، 8 ون على التوالي. وقد وقعت الشركة عقدا مع أحد الموزعين لإمداده بالأعداد 50 وحدة من المنتج 1، 100 وحدة من أي مجموعة من المنتجات 2، 3 كل أسبوع. ومع عميل اخر تستطيع الشركة بيع أي كميات منتجة من المنتجات 1، 2، 3، ولكن بحد اقصى 25 وحدة فقط من المنتج 4.

التمرين الثالث:

تحاول مؤسسة $IFRI$ إنتاج أكبر عدد من منتجين اثنين: مياه معدنية و عصائر، و ذلك في ظل القيود التي تفرضها الطاقة الإنتاجية و الطاقة التمويلية، و الجدول أدناه يوضح البيانات الخاصة بالمنتجين.

المنتجات	سعر بيع الوحدة	تكلفة الوحدة	عدد الساعات المطلوبة لإنتاج وحدة واحدة		
			القسم أ	القسم ب	القسم ج
المياه المعدنية	14	10	0,5	0,3	0,2
العصائر	11	8	0,3	0,4	0,1
الطاقة المتاحة بالأقسام	-	-	500	400	200

حيث أن المؤسسة تتوفر على مبلغ 30000دج، علما أنه يتم تخزين هذه المنتجات قبل تسويقها في مخزن طاقته الاستيعابية 300 وحدة، حيث أن الحجم التخزيني للعصائر ضعف المياه المعدنية.

المطلوب: بناء النموذج الرياضي لهذه المسألة.

التمرين الرابع:

امام مدير فرصة لتوزيع 3 منتجات جديدة في السوق المحلي " الثلاجات الغسالات السخانات" ويريد ان يعرف الكمية المثلى المطلوب شراؤها من كل نوع والتي تضمن تحقيق اكبر ربح صافي

لدى المدير 45 مليون وحدة نقدية متاحة للاستثمار وبامكانه استخدامها كلها او جزء منها لشراء الاجهزة الجديدة علما ان تكلفة الوحدة الواحدة من الثلاجات 2000 وحدة نقدية وتباع 3500 وحدة نقدية و950ون للغسالة وتباع ب 1200 ون و400 ون للسخان ويباع ب 650 ون.

ويشترط المورد على المدير مايلي:

- الكميات المشتراة من السخانات في كل طليبة 5000.
- لا تقل الكميات المشتراة من الثلاجات عن 500.
- لا تقل الكمياة المشتراة من الغسالات عن 1000وحدة.

هذا مع العلم ان العمالة المتوفرة حاليا والامكانيات المتاحة للقيام بعملية الصيانة لا تسمح بشراء اكثر من 30 الف من المنتجات الثلاثة.

المطلوب اكتب النموذج الرياضي؟

التمرين الخامس:

تنتج مؤسسة ما 3 أنواع من المنتجات P_1، P_2، P_3 باستخدام نوعين من المنتجات الأولية M_1، M_2، استهلاك الوحدة الواحدة من كل منتج من كل نوع من المواد الأولية و معلومات أخرى متعلقة بالمشكل موضوع الدراسة مبينة في الجدول أدناه:

المواد / الأولية / المنتجات	M_1	M_2	سعر البيع
P_1	01	02	04
P_2	02	02	01
P_3	01	-	03
المتاح من المواد الأولية	100	150	

المطلوب: أكتب النموذج الرياضي لهذا المشكل علما أن الطاقة التخزينية المتاحة هي 500 وحدة.

التمرين السادس:

تدير مؤسسة زراعية ثلاث مزارع (A ,B,C) مساحتها هي (700، 600، 300) على الترتيب تريد هذه المؤسسة زراعة هذه المزارع بثلاث انواع مختلفة من المحاصيل هي (K, L,M) وتبين المعلومات الموجودة في الجدول التالي عدد الوحدات التي ينتجها كل هكتار وكذلك الحد الاقصى للمبيعات وحاجة كل هكتار لمياه الري، والربح المتوقع من بيع الوحدة الواحدة من مختلف المحاصيل الثلاثة:

المحصول	الوحدات في الهكتار	اقصى المبيعات	الماء لكل هكتار	الربح في الوحدة
K	25	20000	5	6
L	20	25000	4	4
M	21	8500	3	2

فإذا كان الماء المستهلك من العوامل المهمة وكان الماء المتاح في المزارع (A,B,C) هو (1000، 2000، 2800) لتر مكعب على التوالي.

ضع النموذج الرياضي لتحديد مخطط الفلاحة المثالي؟

التمرين السابع:

تقوم مؤسسة صناعية بإنتاج ثلاث منتجات (P1,P2,P3) باستعمال الة تعمل 45 ساعة في الأسبوع، الايراد الناتج من انتاج وحدة واحدة من كل منتوج هو على التوالي 4 ون، 12ون و 3ون. المردود الساعي للألة من كل منتوج هو على 50 وحدة، 25 وحدة، 75 وحدة في الساعة.

ومن جهة أخرى وبدراسة السوق حددت المبيعات الشهرية القصوى من كل منتوج على التوالي: 1000 وحدة، 500 وحدة و1500 وحدة.

المطلوب: بناء النموذج الرياضي لهذه المسألة.

التمرين الثامن:

تنتج احدى شركات السيارات نوعين من السيارات في ثلاثة مصانع، ينتج المصنع A 40 سيارة من النوع الأول و35 سيارة من النوع الثاني يوميا، ينتج المصنع B 65 سيارة من النوع الأول يوميا وبدون النوع الثاتي، كما ينتج المصنع 53C سيارة من النوع الثاني يوميا بدون النوع الأول، تكلفة تشغيل المصانع A ,B,C هي 190000،182000، 210000 ون في اليوم.

كم عدد الأيام (بما فيها الجمعة والعطلات) التي يجب ان يعملها كل مصنع خلال سبتمبر لاستكمال خطة الإنتاج (1500 نوع الأول، 1100 النوع الثاني) باقل تكلفة، مع افتراض ان تعاقدات العمل تنص على ان يحصل العامل على اجر اليوم الكامل بمجرد فتح المصنع.

التمرين التاسع:

تتمثل مهمة مسؤول مصلحة الإشهار في إيجاد الكيفية المناسبة لتقسيم ميزانية الإشهار المقدرة بمبلغ 70000 وحدة نقدية على وسائل الإعلام المختلفة والمبينة في الجدول أدناه، إذ يجب إعداد على الأقل 10 إعلانات إشهارية متلفزة ، وفي نفس الوقت لا يمكن صرف أكثر من42000 وحدة نقدية لهذه العملية، كما أن الوقت

المخصص للقناة الثانية يجب أن يفوق على الأقل الوقت المتاح للقناتين الأولى والأرضية بدقيقتين، بينما عدد مرات الإشهار الإذاعي يجب أن لا يتجاوز20 إشهار متلفز.

وسيلة الاعلام	تكلفة الاعلان	درجة التأثير	الوقت المتاح للإعلان
القناة الأرضية	3000	120	45ثانية
القناة الفضائية الأولى	4500	150	30ثانية
القناة الفضائية الثانية	2500	90	50ثانية
الاذاعة	2000	75	40ثانية

ضع المسالة في شكل نموذج رياضي؟

حل سلسلة تمارين رقم (1)

حل التمرين الأول:

1- تحديد متغيرات القرار:

تمثل x_1 عدد الوحدات المنتجة من **الكراسي** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل x_2 عدد الوحدات المنتجة من **الطاولات** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل x_3 عدد الوحدات المنتجة من **الخزائن** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح.

2- صياغة دالة الهدف:

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع الكراسي + الربح المترتب عن بيع الطاولات + الربح المترتب عن بيع الخزائن

الربح الإجمالي للمؤسسة = (450-400=50 x_1) + (1000-900=100 x_2) + (1500-100=500 x_3)

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 50\ x_1+100\ x_2+500\ x_3$$

3- صياغة القيود:

إنتاج المنتجات الثلاث يجب أن لا يتجاوز المتاح من المادة الأولية (الخشب) و المقدر بـ 125 صفيحة خشبية.

الوقت المستغرق في كل ورشة = الوقت المستغرق لإنتاج الكراسي + الوقت المستغرق لإنتاج الطاولات + الوقت المستغرق لإنتاج الخزائن

مثلا: الوقت المستغرق في الورشة 01 = الوقت المستغرق لإنتاج الكراسي ($14\ x_1$) + الوقت المستغرق لإنتاج الطاولات ($18\ x_2$)+ الوقت المستغرق لإنتاج الخزائن ($25\ x_3$)

و عليه تصبح القيود كالتالي:

$$\begin{cases} 14\ x_1 + 18\ x_2 + 25\ x_3 \leq 130 & \text{قيد الورشة الأولى} \\ 14\ x_1 + 20\ x_2 + 20\ x_3 \leq 90 & \text{قيد الورشة الثانية} \\ 10\ x_1 + 5\ x_2 + 10\ x_3 \leq 80 & \text{قيد الورشة الثالثة} \\ 1\ x_1 + 2\ x_2 + 4\ x_3 \leq 125 & \text{قيد المادة الأولية} \\ x_1 \geq 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى} \\ x_2 \geq 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية} \\ x_3 \geq 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثالثة} \end{cases}$$

و عند إضافة قيد التخزين تتم إضافة القيد التالي: $x1 + x2 + x3 \leq 500$

حل التمرين الثالث:

1- تحديد متغيرات القرار:

تمثل x_1 عدد الوحدات المنتجة من **المياه المعدنية** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل x_2 عدد الوحدات المنتجة من **العصائر** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح.

2- صياغة دالة الهدف:

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع المياه المعدنية + الربح المترتب عن بيع العصائر

الربح الإجمالي للمؤسسة = $(14 - 10 = 4\ x_1) + (11 - 8 = 3\ x_2)$

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 3\ x_1 + 4\ x_2$$

3- صياغة القيود:

إنتاج المنتجتين يجب أن لا يتجاوز المبلغ المتاح و المقدر بـ 30.000دج.

الوقت المستغرق في كل قسم = الوقت المستغرق لإنتاج المياه المعدنية + الوقت المستغرق لإنتاج العصائر

مثلا: الوقت المستغرق في القسم أ = الوقت المستغرق لإنتاج المياه المعدنية (***0.5 x1***) + الوقت المستغرق لإنتاج العصائر (***0.3 x2***)

و عليه تصبح القيود كالتالي:

$$\begin{cases} 0.5\,x_1 + 0.3\,x_2 \le 500 & \text{قيد القسم الأول} \\ 0.3\,x_1 + 0.4\,x_2 \le 400 & \text{قيد القسم الثاني} \\ 0.2\,x_1 + 0.1\,x_2 \le 200 & \text{قيد القسم الثالث} \\ 10\,x_1 + 8\,x_2 \le 30.000 & \text{قيد المبلغ المتاح} \\ 1\,x_1 + 2\,x_2 \le 300 & \text{قيد التخزين} \\ x_1 \ge & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى} \end{cases}$$

$$x_2 \ge 0$$

قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية

حل التمرين الخامس:

1- تحديد متغيرات القرار:

تمثل ***x1*** عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الأول P_1**؛

تمثل ***x2*** عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الثاني P_2**؛

تمثل ***x3*** عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الثالث P_3**.

2- صياغة دالة الهدف:

$$Max\ Z = 4\,x_1 + 1\,x_2 + 3\,x_3$$

3- صياغة القيود:

$$\begin{cases} 1\,x_1 + 2\,x_2 + 1\,x_3 \le 100 & \text{قيد الآلة الأولى} \\ 2\,x_1 + 2\,x_2 \le 150 & \text{قيد الآلة الثانية} \\ 1\,x_1 + 1\,x_2 + 1\,x_3 \le 500 & \text{قيد التخزين} \\ x_1 \ge 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى} \\ x_2 \ge 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية} \\ x_3 \ge 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثالثة} \end{cases}$$

حل التمرين الرابع:

تمثل x_1 عدد الوحدات المنتجة من سخانة؛

تمثل x_2 عدد الوحدات المنتجة من **الثلاجة**؛

تمثل x_3 عدد الوحدات المنتجة من الغسالة؛

القيود:

$$x_1 \geq 5000$$
$$x_2 \geq 500$$
$$x_3 \geq 100$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 30000$$
$$2000x_1 + 950\,x_2 + 1200\,x_3 \leq 45000000$$

دالة الهدف:

$$Max\ Z = (3500-950)x_1 + (1200-900)\,x_2 + (650-400)\,x$$

الحل التمرين الثامن:

$$MIN\ Z = 210000\,x_1 + 182000\,x_2 + 190000\,x3$$

$$\begin{cases} 40\,x_1 + 65\,x_2 \leq 1500 \\ 35\,x_1 + 53\,x_2 \leq 1100 \\ x_1 \leq 30 \\ x_2 \leq 30 \\ x_3 \leq 30 \end{cases}$$

الحل التمرين التاسع:

$$Max\ Z = 120\,x_1 + 150\,x_2 + 90\,x3 + 75\,x4$$

$$\begin{cases} 3000x_1 + 4500x_2 + 2500x_3 + 2000x_4 \leq 70000 \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 10 \\ 3000x_1 + 4500\,x_2 + 2500\,x_3 \leq 42000 \end{cases}$$

$$50x_3 - 45x_1 - 30x_2 \geq 2.(60)$$

$$x_4 - x_1 - x_2 - x_3 \leq 20$$