

## TD n°02 Variables aléatoires

**Exercice 01.** On tire, avec remise, huit fois consécutives une boule dans une urne qui en contient trois rouges et deux blanches. On note  $X$  la v.a.r comptant le nombre de boules blanches obtenues. Traduire en propositions les événements suivants:  $(X = 3)$ ,  $(X < 5)$ ,  $(X \geq 3) \cap (X < 7)$ ,  $(X = 2) \cup (X = 4) \cup (X = 6) \cup (X = 8)$ .

**Exercice 02.** Dans les expériences aléatoires suivantes déterminer l'ensemble des valeurs prises par la variable  $X$  ainsi que sa loi:

- 1) On tire au hasard une carte dans un jeu de 32. Un as rapporte 4 points, un roi 3 points, une dame 2 points, un valet 1 point et les autres cartes ne rapportent aucun point. On définit la variable aléatoire  $X$  correspondant au nombre de points obtenus
- 2) (facultatif) Une urne contient 8 boules rouges et 5 boules blanches; on effectue des tirages au hasard et sans remise d'une boule.  $X$  est le rang d'apparition de la première boule rouge.
- 3) (facultatif) On jette une pièce de monnaie truquée dont la probabilité d'obtenir Pile vaut 0,3 une infinité de fois et on appelle  $X$  la variable aléatoire correspondant au nombre de lancers nécessaires pour obtenir le premier Pile.

**Exercice 03.** Reprendre l'exercice 2, Donner pour chaque situation l'espérance et la variance de la variable  $X$  ainsi que sa fonction de répartition (dresser son graphe adéquat).

**Exercice 04:** Le nombre d'erreurs dans un programme informatique est réparti selon le tableau suivant.

0	1	2	3
0.5	0.3	$k$	0.1

- 1) Déterminer  $k$  pour que le tableau ci-dessus définisse bien une loi de probabilité.
- 2) Calculer la probabilité que:
  - a) il y ait plus qu'une erreur dans un programme.
  - b) il y ait au moins une erreur dans un programme.
  - c) il y ait au plus une erreur dans un programme.
- 3) Quelle est le nombre moyen des erreurs dans le programme ?
- 4) Calculer l'écart type.
- 5) Quelle est le pourcentage des programme ayant plus que deux erreurs?

**Exercice 05:** Un programme se compose de deux modules. La distribution du nombre d'erreurs  $X_1$  dans le premier module, et celle du nombre d'erreurs  $X_2$  dans le deuxième module sont données par:

$k$	0	1	2	3
$P(X_1=k)$	0.5	0.3	0.1	0.1
$P(X_2=k)$	0.7	0.2	0.1	0

Donner la distribution du nombre total d'erreurs

**Exercice 05:** Soit la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2 & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1) Déterminer la valeur de  $a$  pour laquelle la fonction  $f$  est la densité d'une variable aléatoire continue  $X$ .
- 2) Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ .
- 3) Donner la fonction de répartition de  $X$  et tracer sa courbe.
- 4) Calculer  $P(X > 0.5)$ ;  $P(0.5 < X < 0.7)$ .

**Exercice 07:** (facultatif) La durée de vie, en années, d'un composant électronique est une variable aléatoire de densité

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^3} & \text{for } x \geq 1 \\ 0 & \text{for } x < 1. \end{cases}$$

Trouvez  $k$ , tracez le graphique de la Fonction de répartition et calculez la probabilité que la durée de vie dépasse 5 années.