

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي



جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان -

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

قسم علوم تجارية

## تمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي I

### السلسلة الأولى

موجهة لسنة أولى جذع مشترك

من إعداد الأستاذة: د. زباني نجية

السنة الجامعية

2022 - 2023

السلسلة رقم 1التمرين الأول:

يبين الجدول الآتي المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك كميات مختلفة من السلعة x

7	6	5	4	3	2	1	0	عدد الوحدات من سلعة x
28	30	30	28	24	18	10	0	المنفعة الكلية من السلعة x

المطلوب:

- 1- أحسب المنفعة الحدية لمختلف المستويات من الاستهلاك
- 2- مثل بيانيا كلا من المنفعة الكلية والمنفعة الحدية على معلمين مختلفين
- 3- أشرح كلا المنحنيين

التمرين الثاني:

يبين الجدول التالي المنافع الحدية التي يتحصل عليها مستهلك ما من استهلاك كميات مختلفة من سلعتين x و y

8	7	6	5	4	3	2	1	0	عدد الوحدات من السلعة
0	1	3	4	6	8	10	12	-	المنفعة الحدية من السلعة x
0	0.5	1	1.5	5	6	7	9	-	المنفعة الحدية من السلعة y

- 1- إيجاد المنافع الكلية للسلعتين
- 2- أوجد كميات التوازن في الحالتين التاليتين  
أ/ إذا كان دخل المستهلك غير محدود، فما هي كميات التوازن؟  
ب/ إذا كان استهلاك السلعتين مجاني، فما هي كميات التوازن؟
- 3- إيجاد الكميات من السلعتين x و y التي تحقق توازن المستهلك، إذا علمت ان الدخل المخصص للإنفاق هو 17 ون و سعر السلعة x هو 2 و سعر السلعة y هو 1 .
- 4- أحسب المنفعة الكلية

التمرين الثالث:

الجدول التالي يبين المنافع الكلية لسلعتين يود المستهلك اقتناءها

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	عدد الوحدات من السلعة
132	130	126	120	112	102	90	76	60	42	22	0	المنفعة الكلية من السلعة x
330	315	297	276	252	225	195	162	126	87	45	0	المنفعة الكلية من السلعة y

- 1- استخراج المنافع الحدية للسلعتين x و y
- 2- إذا كان دخل المستهلك هو 84 و أسعار السلعتين هما : 4 للسلعة x و 6 للسلعة y ، أوجد توازن المستهلك.
- 3- إذا كانت المنفعة الحدية للنقود تقد ر ب 3 وحدات منفعة ، أوجد توازن المستهلك من جديد .
- 4- ماذا تلاحظ من نتيجة السؤال الثالث و الرابع؟

التمرين الرابع:

يمثل الجدول الآتي المنافع الكلية والحدية التي يستمدتها المستهلك من خلال استهلاك ثلاثة سلع x ، y و z .

$\frac{Um_gz}{P_z}$	$\frac{Um_gy}{P_y}$	$\frac{Um_gx}{P_x}$	المنافع الحدية			المنافع الكلية			عدد الوحدات من السلعة Q
			Um_gz	Um_gy	Um_gx	Utz	Uty	Utx	
			90	40	25	300	200	100	6
			70	30	15				7
			55	22	10				8
			45	15	5				9
			40	9	0				10

مع العلم أن دخل المستهلك هو 345 ون، و أسعار السلع x، y، z هي على التوالي 5، 15، 20.

المطلوب:

- 1- قم بإكمال الجدول.
- 2- أوجد الكميات المثلى التي تحقق التوازن.
- 3- أحسب المنفعة الكلية التي يحصل عليها هذا المستهلك عند التوازن.

**التمرين الخامس:**

تحتوي كل فقرة من الفقرات التالية أربع إجابات واحدة منها صحيحة فاختر الإجابة الصحيحة من بينها.

**1- أي من الآتي صحيح؟**

- أ- من الممكن أن تزداد المنفعة الكلية  $U_t$  حتى مع تناقص المنفعة الحدية  $U_m$
- ب- أن المنفعة الحدية  $U_m$  هي نفس المنفعة الكلية  $U_t$
- ج- من الممكن أن تزداد المنفعة الحدية  $U_m$  عندما تتناقص المنفعة الكلية  $U_t$
- د- كل من أ و ب صحيح.

- 2- افرض أن المنفعة الكلية  $U_t$  لمستهلك ما من تناول الأكواب الثالث والرابع والخامس من العصير هي على التوالي 50 و 65 و 72 وحدة منفعة، فإن المنفعة الحدية  $U_m$  للكوب الرابع هي:

- أ- 65      ب- 50      ج- 15      د- 10

**3- أي من الجمل التالية متعلق بالمنفعة الحدية**

- أ- مقدار التغير في المنفعة الكلية لزيادة الاستهلاك في السلعة بمقدار وحدة إضافية واحدة.
- ب- مجموع المنافع التي يحصل عليها المستهلك.
- ج- لا شيء مما سبق
- د- كل ما سبق.

- 4- إذا اتخذ منحنى المنفعة الكلية التي يتحصل عليها المستهلك من استهلاكه لسلعة معينة شكله الطبيعي، فإن المنفعة الحدية تكون:

- أ- سالبة و متزايدة عند تزايد المنفعة الكلية .
- ب- سالبة و متناقصة عند تزايد المنفعة الكلية
- ج- صفرا عند تزايد المنفعة الكلية
- د- موجبة و متناقصة عند تزايد المنفعة الكلية.

**التمرين السادس:**

حدد أي الجمل التالية صحيح وأيها خاطئ

- 1- عند زيادة إجمالي المنفعة، فإن المنفعة الحدية تكون موجبة وتتناقص.
- 2- إذا كانت المنفعة الكلية  $U_t$  لمستهلك ما من تناول الأكواب الثالث والرابع والخامس من العصير هي على التوالي 50 و 65 و 72 وحدة منفعة، فإن المنفعة الحدية  $U_m$  للكوب الرابع هي: 50.
- 3- عندما يصل المستهلك مستوى التشبع فإن المنفعة الحدية تكون سالبة .
- 4- عندما تصل المنفعة الحدية إلى حدها الأدنى (القيمة صفر) فإن المنفعة الكلية تبدأ بالتناقص.
- 5- العلاقة بين المنفعة الحدية والكمية المستهلكة من سلعة ما علاقة طردية .
- 6- لا يتحدد توازن المستهلك عند تساوي المنافع الحدية وإنما عند تساوي نسبة المنافع الحدية إلى نسبة الأسعار
- 7- إذا كانت المنفعة الحدية موجبة فإن المنفعة الكلية تتزايد.

التمرين السابع:

نعتبر دوال المنفعة الكلية التالية:

$$Ut = x^{3/4}y^{1/4}$$

$$Ut = x^{4/5}y^{1/5}$$

$$Ut = 4xy + 2x^2 + 2y^2x + y^{1/2}$$

1- أوجد دوال المنفعة الحدية للسلعتين x و y لهذه الدوال

حلول السلسلة الأولىحل التمرين الأول:

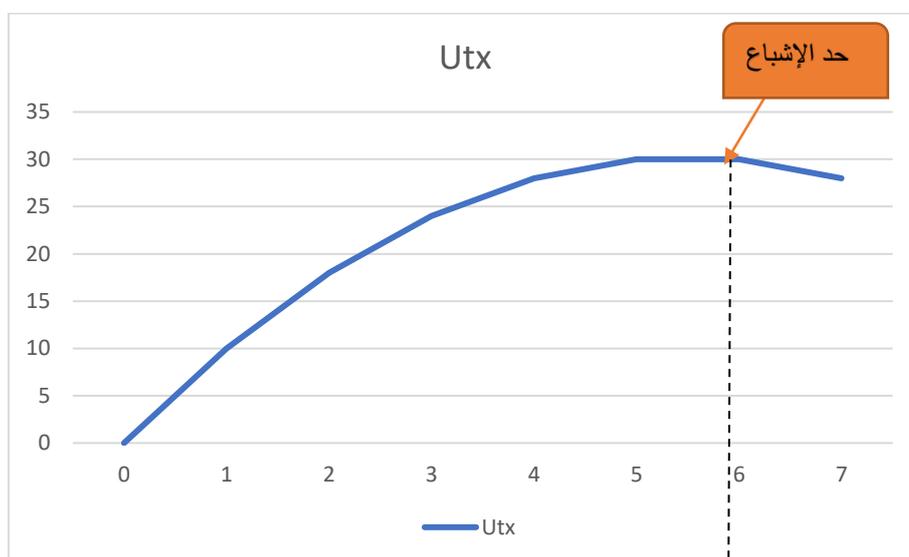
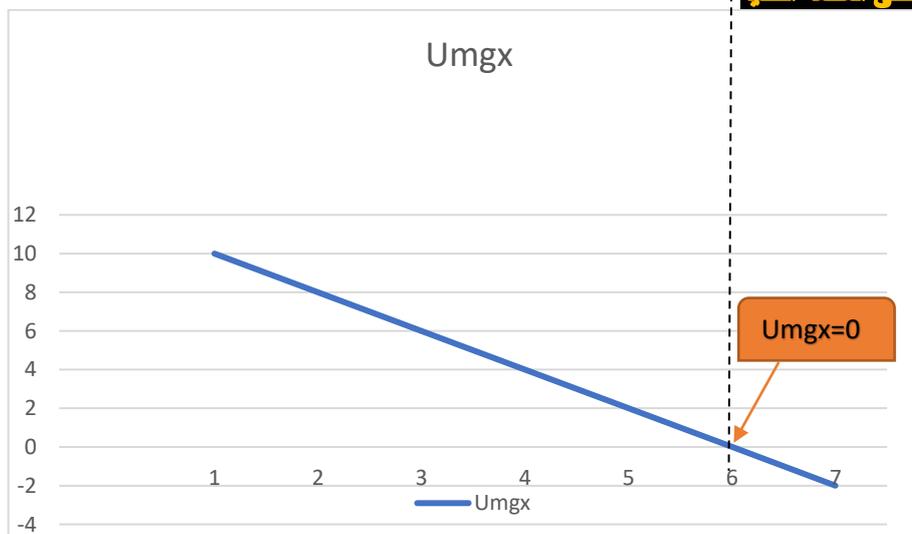
1- حساب المنفعة الحدية للسلعة X

بما أن المتغير متقطع أي أن السلعة غير قابلة للانقسام فإن المنفعة الحدية للسلعة X تحسب بالشكل التالي:

$$Umgx = \frac{\Delta UTx}{\Delta x} = \frac{UT_{x2} - UT_{x1}}{x_2 - x_1}$$

7	6	5	4	3	2	1	0	الوحدات المستهلكة من السلعة X
28	30	30	28	24	18	10	0	المنفعة الكلية للسلعة X
-2	0	2	4	6	8	10	-	المنفعة الحدية للسلعة X

1- التمثيل البياني لمنحنى المنفعة الكلية ومنحنى المنفعة الحدية

**أ- منحنى المنفعة الكلية****ب- منحنى المنفعة الحدية****ج- تفسير المنحنيين**

- **أولا منحى المنفعة الكلية:** نلاحظ انه كلما زاد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة x كلما ارتفع منحى المنفعة الكلية و زاد في الارتفاع إلى غاية حد الإشباع ( 30 وم الحد الأقصى بين الوحدتين 5 و6 ) ، بعد ذلك لا يؤدي استهلاك الوحدة السادسة إلى أي ارتفاع جديد في المنحى الممثل للمنفعة الكلية بينما تأخذ في التناقص ، أي ما يحصل عليه المستهلك باستهلاكه للوحدة السابعة أو اكثر هو اللامنفعة أو الألم.
- **ثانيا منحى المنفعة الحدية:** أما بالنسبة للمنفعة الحدية فنلاحظ أن منحناها يتناقص كلما استهلكت وحدات إضافية من السلعة x و عند الوحدة السادسة تكون المنفعة الحدية مساوية للصفر ( يسهل تفسيره لما تكون حاجة الإنسان قابلة للإشباع التام أي أن الإنسان إذا ما أخذ باستهلاك سلعة هو بحاجة إليها فإنه لا بد و أن يصل إلى حالة تشبع) و تسمى هذه الظاهرة بقانون تناقص المنفعة الحدية للاقتصادي Gossim ، بعد هذه الوحدة (الوحدة السابعة) تصبح المنفعة الحدية سالبة .

حل التمرين الثاني:

## 1- إيجاد المنافع الكلية للسلعتين X و Y

المنفعة الكلية هي مجموع المنافع التي يتحصل عليها الفرد نتيجة استهلاكه لوحدات من سلعة معينة حيث:

$$UTx = \sum_{i=1}^n Umg_{xi}$$

Q	Utx	Uty
0	0	0
1	12	9
2	22	16
3	30	22
4	36	27
5	40	28.5
6	43	29.5
7	44	30
8	44	30

- المنفعة الكلية للسلعة X :

$$Q=0 \rightarrow UT_{x0}=0$$

$$Q=1 \rightarrow UT_{x1}=Umg_{x0}+Umg_{x1}=0+12=12$$

$$Q=2 \rightarrow UT_{x1}=Umg_{x0}+Umg_{x1}+Umg_{x2}=0+12+10=22$$

و هكذا ....

- المنفعة الكلية للسلعة Y :

$$Q=0 \rightarrow UT_{y0}=0$$

$$Q=1 \rightarrow UT_{y1}=Umg_{y0}+Umg_{y1}=0+9=9$$

$$Q=2 \rightarrow UT_{y1}=Umg_{y0}+Umg_{y1}+Umg_{y2}=0+9+7$$

و هكذا ....

## 2- إيجاد كميات التوازن في الحالتين التاليتين:

أ- إذا كان دخل المستهلك غير محدود

ب- إذا كان استهلاك السلعتين مجاني

يتوقف المستهلك عن المزيد من الاستهلاك عندما تنعدم المنفعة الحدية و(عند الوصول إلى حد الإشباع) لأن المستهلك غير مقيد بالدخل في الحالة الأولى و الثانية (يعني كلتا الحالتين) و بالتالي يكون لدينا :

$$Um_{gx} = Um_{gy} = 0$$

و عليه سيستهلك المستهلك 8 وحدات من السلعة X و 8 وحدات من السلعة Y

3- إيجاد كميات التوازن إذا كان دخل المستهلك 17 ون و سعر السلعة X يساوي 2 و سعر السلعة Y يساوي 1

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{Um_{gx}}{P_x} = \frac{Um_{gy}}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{شرط توازن المستهلك هو :} \\ \text{تحت قيد :} \end{array}$$

علينا حساب نسبة المنافع الحدية إلى السعر ثم نقارن

من الجدول السابق نقوم بالحسابات (نحذف الحالة الأخيرة لما  $Um_{gx}=Um_{gy}=0$  عند الوحدة 8)

Q	Um <sub>gx</sub> /P <sub>x</sub>	Um <sub>gy</sub> /P <sub>y</sub>
0	-	-
1	6	9
2	5	7
3	4	6
4	3	5
5	2	1.5
6	1.5	1
7	0.5	0.5

$$\lambda = \frac{Um_{gx}}{P_x} = \frac{Um_{gy}}{P_y} = 6 \quad \text{الحالة 1:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 1 و الكمية Y تساوي 3 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$17 = 2x + y$$

$$2(1) + (3) = 5 < 17$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{Um_{gx}}{P_x} = \frac{Um_{gy}}{P_y} = 5 \quad \text{الحالة 2:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 2 و الكمية Y تساوي 4 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$17 = 2x + y$$

$$2(2) + (4) = 8 < 17$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{Um_{gx}}{P_x} = \frac{Um_{gy}}{P_y} = 1.5 \quad \text{الحالة 3:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 6 و الكمية Y تساوي 5 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$17 = 2x + y$$

$$2(6) + (5) = 17 = 17$$

هذه التركيبة مقبولة لأن المستهلك ينفق في حدود دخله

إذن التركيبة المثلى التي تحقق التوازن هي 6 وحدات من السلعة X و 5 وحدات من السلعة Y في حدود الدخل 17 ون

الحالة الأخيرة لا تحقق التوازن لأن نفقاتها أكبر من الدخل يمكن توضيح ذلك في الحالة 4

$$\lambda = \frac{Um_{gx}}{P_x} = \frac{Um_{gy}}{P_y} = 0.5 \quad \text{الحالة 3:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 7 و الكمية Y تساوي 7 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$17 = 2x + y$$

$$2(7) + (7) = 21 > 17$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أكثر من دخله

4- حساب المنفعة الكلية :

$$UT = UT_x + UT_y$$

$$UT = 43 + 28.5 = 71.5$$

قيمة المنفعة الكلية هو 71.5 وم

حل التمرين الثالث:

1- حساب المنفعة الحدية للسلعة X و المنفعة الحدية للسلعة Y

بما أن المتغير منقطع أي أن السلعة غير قابلة للانقسام فإن المنفعة الحدية للسلعة X تحسب بالشكل التالي:

$$U_{mgx} = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x} = \frac{UT_{x2} - UT_{x1}}{x_2 - x_1}$$

$$U_{mgy} = \frac{\Delta UT_y}{\Delta y} = \frac{UT_{y2} - UT_{y1}}{y_2 - y_1}$$

Q	U <sub>tx</sub>	U <sub>ty</sub>	U <sub>mgx</sub>	U <sub>mgy</sub>
0	0	0	-	-
1	22	45	22	45
2	42	87	20	42
3	60	126	18	39
4	76	162	16	36
5	90	195	14	33
6	102	225	12	30
7	112	252	10	27
8	120	276	8	24
9	126	297	6	21
10	130	315	4	18
11	132	330	2	15

2- إيجاد توازن المستهلك إذا كان دخل المستهلك هو 84 ون و سعر السلعة X هو 4 ون و سعر السلعة Y هو 6 ون

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgy}}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{array} \right.$$

شرط توازن المستهلك هو :

تحت قيد :

علينا حساب نسبة المنافع الحدية إلى السعر ثم نقارن

Q	U <sub>mgx</sub> /P <sub>x</sub>	U <sub>mgY</sub> /P <sub>y</sub>
0	-	-
1	5.5	7.5
2	5	7
3	4.5	6.5
4	4	6
5	3.5	5.5
6	3	5
7	2.5	4.5
8	2	4
9	1.5	3.5
10	1	3
11	0.5	2.5

$$\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgY}}{P_y} = 5.5 \quad \text{الحالة 1:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 1 و الكمية Y تساوي 5 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(1) + 6(5) = 34 < 84$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgY}}{P_y} = 5 \quad \text{الحالة 2:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 2 و الكمية Y تساوي 6 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(2) + 6(6) = 44 < 84$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgY}}{P_y} = 4.5 \quad \text{الحالة 3:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 3 و الكمية Y تساوي 7 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(3) + 6(7) = 54 < 84$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgY}}{P_y} = 4 \quad \text{الحالة 4:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 4 و الكمية Y تساوي 8 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(4) + 6(8) = 64 < 84$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgY}}{P_y} = 3.5 \quad \text{الحالة 5:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 5 و الكمية Y تساوي 9 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(5) + 6(9) = 74 < 84$$

هذه التركيبة مرفوضة لأن المستهلك ينفق أقل من دخله

$$\lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umg_y}{Py} = 3 \quad \text{الحالة 6:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 6 و الكمية Y تساوي 10 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(6) + 6(10) = 84 = 84$$

إذن التركيبة المثلى التي تحقق التوازن هي 6 وحدات من السلعة X و 10 وحدات من السلعة Y في حدود الدخل 84 ون

الحالة الأخيرة لا تحقق التوازن لأن نفقاتها أكبر من الدخل يمكن توضيح ذلك في الحالة 7

$$\lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umg_y}{Py} = 2.5 \quad \text{الحالة 7:}$$

من الجدول الكمية X تساوي 7 و الكمية Y تساوي 11 ، نعوض هذه الكميات في قيد ميزانية المستهلك

$$84 = 4x + 6y$$

$$4(7) + 6(11) = 94 > 84$$

3- إذا كانت المنفعة الحدية للنقود تقدر ب 3 وحدات منفعة ، ايجاد توازن المستهلك من جديد .

نقوم بتطبيق شرط التوازن

$$Umgx = 12 \quad \text{أي} \quad \lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umgx}{4} = 3$$

$$Umg_y = 18 \quad \text{أي} \quad \lambda = \frac{Umg_y}{Py} = \frac{Umg_y}{6} = 3$$

من الجدول السابق المنفعة الحدية للسلعة X توافق الكمية X تساوي 6 و المنفعة الحدية للسلعة Y توافق الكمية Y و التي تساوي 10

نحسب قيمة الدخل في هذه الحالة

$$4x + 6y = 4(6) + 6(10) = 84$$

إذن كميات التوازن هي 6 وحدات من X و 10 وحدات من Y في حدود دخل 84 و أسعار سلع 4 و 6

4- ماذا نلاحظ ؟

نلاحظ أنه في كلتا الحالتين توصلنا إلى نفس كميات التوازن ، هذا يعني ان الكميات المثلى التي تحقق توازن المستهلك يمكن أيجادها بطريقتين :

- الطريقة الأولى : بتطبيق شرط توازن المستهلك تحت قيد الدخل بالشكل التالي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umg_y}{Py} \\ R = xPx + yPy \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{شرط توازن المستهلك هو :} \\ \text{تحت قيد :} \end{array}$$

في هذه الحالة نستخرج المنفعة الحدية للنقود  $\lambda$  في وجود الدخل

- الطريقة الثانية: بتطبيق شرط توازن المستهلك

$$\lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umg_y}{Py}$$

في هذه الحالة نستخرج الدخل في وجود المنفعة الحدية للنقود  $\lambda$

حل التمرين الرابع:

## -1- إكمال الجدول

$\frac{Umgz}{20}$	$\frac{Umgy}{15}$	$\frac{Umgx}{5}$	المنافع الحدية			المنافع الكلية			Q
			Umgz	Umgy	Umgx	UTz	UTy	UTx	
4.5	2.67	5	90	40	25	300	200	100	6
3.5	2	3	70	30	15	370	230	115	7
2.75	1.47	2	55	22	10	425	252	125	8
2.25	1	1	45	15	5	470	267	130	9
2	0.6	0	40	9	0	510	276	130	10

-2- الكميات المثلى التي تحقق التوازن

$$\frac{Umgx}{Px} = \frac{Umgy}{Py} = \frac{Umgz}{Pz}$$

$$\frac{Umgx}{5} = \frac{Umgy}{15} = \frac{Umgz}{20}$$

إذن  $\lambda = 2$ الكميات المثلى التي تحقق التوازن هي :  $X=8$  ،  $Y=7$  ،  $Z=10$ 

نعوض هذه الكميات في قيد الميزانية

$$R = xPx + yPy + zPz$$

$$345 = 8(5) + 7(15) + 10(20)$$

## -3- حساب المنفعة الكلية :

$$UT = UTx + UTy + UTz = 125 + 230 + 510 = 865$$

حل التمرين الخامس:

- تحديد الإجابة الصحيحة

رقم العبارة	الإجابة الصحيحة
1	أ
2	ج
3	أ
4	د

حل التمرين السادس:

رقم العبارة	الإجابة الصحيحة	التصحيح
1	صحيح	-
2	خطأ	15
3	خطأ	المنفعة الحدية تكون معدومة
4	خطأ	المنفعة الكلية تكون في حدها الأقصى
5	خطأ	علاقة عكسية
6	صحيح	-
7	صحيح	-

حل التمرين السابع:

1- إيجاد دوال المنافع الحدية للسلعتين X و Y :

$$UT = x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}} \quad - \quad \text{الدالة الأولى :}$$

$$Um_gx = \frac{\partial Ut_x}{\partial x} = \frac{3}{4}x^{-1/4}y^{1/4} \quad X \quad \text{المنفعة الحدية للسلعة}$$

$$Um_gy = \frac{\partial Ut_y}{\partial y} = \frac{1}{4}x^{3/4}y^{-3/4} \quad Y \quad \text{المنفعة الحدية للسلعة}$$

$$UT = x^{\frac{4}{5}}y^{\frac{1}{5}} \quad - \quad \text{الدالة الثانية :}$$

$$Um_gx = \frac{\partial Ut_x}{\partial x} = \frac{4}{5}x^{-1/5}y^{1/5} \quad X \quad \text{المنفعة الحدية للسلعة}$$

$$Um_gy = \frac{\partial Ut_y}{\partial y} = \frac{1}{5}x^{4/5}y^{-4/5} \quad Y \quad \text{المنفعة الحدية للسلعة}$$

$$UT = 4xy + 2x^2 + 2y^2x + y^{\frac{1}{2}} \quad - \quad \text{الدالة الثانية :}$$

$$Um_gx = \frac{\partial Ut_x}{\partial x} = 4y + 4x + 2y^2 \quad X \quad \text{المنفعة الحدية للسلعة}$$

$$Um_gy = \frac{\partial Ut_y}{\partial y} = 4x + 4yx + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}} \quad Y \quad \text{المنفعة الحدية للسلعة}$$